

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

ESCUELA DE POSTGRADO



MAESTRÍA EN CIENCIAS

MENCIÓN: GESTIÓN DE LA EDUCACIÓN

TESIS

“APLICACIÓN DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS ACTIVAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LA I.E. “AMALIA PUGA DE LOZADA” ICHOCÁN - 2014”

Por:

LIDIA JULCA ROJAS

Asesor:

Dr. ELFER MIRANDA VALDIVIA

San Marcos - Cajamarca, Perú

2015

COPYRIGHT © 2015 by
LIDIA JULCA ROJAS
Todos los derechos reservados

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

ESCUELA DE POSTGRADO



MAESTRÍA EN CIENCIAS

MENCIÓN: GESTIÓN DE LA EDUCACIÓN

TESIS

“APLICACIÓN DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS ACTIVAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LA I.E. “AMALIA PUGA DE LOZADA” ICHOCÁN - 2014”

Por:

LIDIA JULCA ROJAS

Comité Científico

Dr. Elfer Miranda Valdivia
Asesor

Dr. Ricardo Cabanillas Aguilar
Miembro de Comité Científico

M. Cs. Luis Quispe Vásquez
Miembro de Comité Científico

Mg. Waldir Díaz Cabrera
Miembro de Comité Científico

Cajamarca - Perú

2015

DEDICATORIA

A mi familia por ser ellos quienes me impulsan a conseguir muchas de mis metas y haber contribuido significativamente en la ejecución de la presente maestría con su apoyo y amor infinitos

A mis estudiantes, quienes con sus inquietudes muestran sus anhelos de aprender, convirtiéndose en el motivo para mejorar como educadora y ser quien los guíe adecuadamente en el proceso de la construcción de sus aprendizajes.

AGRADECIMIENTO

Al Presidente Regional de Cajamarca, Gregorio Santos Guerrero, por la acertada decisión de invertir en la educación y con ello brindarme la oportunidad de estudiar la presente maestría, para mejorar la calidad educativa de nuestra región.

A la Directora Dra. Marina Estrada Pérez y docentes de la Escuela de Post Grado de la Universidad Nacional de Cajamarca, por la dedicación, exigencia y orientación en el desarrollo de la presente maestría.

A mi asesor, el Dr. Elfer Miranda Valdivia, quien con su carácter formador nos condujo en el trabajo de la investigación, de manera adecuada, lo cual fue de mucha ayuda en el proceso y la culminación de la presente investigación.

Al Dr. Ricardo Cabanillas Aguilar Director de Sección de Educación de la Escuela de Post Grado de la Universidad Nacional de Cajamarca, por la orientación en la ejecución del presente trabajo.

CONTENIDO

Ítem	Página
DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTO.....	v
ÍNDICE.....	vi
LISTA DE TABLAS.....	ix
LISTA DE CUADROS.....	x
LISTA DE GRÁFICOS.....	xi
LISTA DE ABREVIATURAS O SIGLAS.....	xii
RESUMEN.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
INTRODUCCIÓN.....	xv

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	17
1. Planteamiento del problema.....	17
2. Formulación del problema.....	19
3. Justificación de la investigación.....	20
3.1. Justificación teórica.....	20
3.2. Justificación práctica.....	20
3.3. Justificación metodológica.....	21
4. Delimitación.....	21
5. Limitaciones.....	21
6. Objetivos de la Investigación.....	22
6.1. Objetivo general.....	22
6.2. Objetivos específicos.....	22

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO	23
1. Antecedentes de la investigación.....	23
1.1. A nivel internacional.....	23
1.2. A nivel nacional.....	27
1.3. A nivel regional.....	30
2. Bases teórico – científicas.....	33
2.1. El aprendizaje.....	33
2.2. Teoría genética de Jean Piaget.....	37
2.2.1. Los Estadios Piagetianos del desarrollo cognitivo.....	40
2.2.2. Variables funcionales.....	42
2.2.3. Implicancias educativas de la teoría de Piaget.....	44
2.3. Teoría del aprendizaje por interacción sociocultural.....	44
2.3.1. El lenguaje.....	46
2.3.2. Los procesos psicológicos.....	47
2.3.3. La zona de desarrollo próximo (ZDP).....	47
2.3.4. La zona de desarrollo próximo y el juego.....	48
2.3.5. La mediación.....	49
2.3.6. Aportes de la teoría de Vigotsky a la Educación.....	49
2.4. Teoría del aprendizaje significativo.....	50
2.4.1. Requisitos para lograr el aprendizaje significativo.....	51
2.4.2. Aplicaciones pedagógicas de la teoría de Ausubel.....	53
2.5. Teoría del aprendizaje por descubrimiento.....	54
2.5.1. Implicaciones educativas de la teoría de Bruner.....	55
2.6. Las inteligencias múltiples.....	56
2.7. La inteligencia emocional.....	59
2.7.1. Evaluación de los aprendizaje en el Perú.....	60
2.7.2. Capacidades Matemáticas que se Evalúan.....	61

2.8. Educación secundaria.....	62
2.9. Competencias curriculares consideradas en la investigación.....	64
2.10. Estrategias de aprendizaje.....	65
2.11. Principios Didácticos.....	65
2.12. Las estrategias didácticas.....	66
2.13. Estrategias Didácticas Activas.....	67
2.13.1. Los Juegos Matemáticos.....	69
2.13.2. La Resolución de Problemas.....	72
2.13.3. Uso de materiales concretos en la enseñanza-aprendizaje.....	81
2.14. La matemática.....	85
2.14.1. Importancia de la enseñanza de la matemática.....	86
2.15. Definición de términos básicos.....	88

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO.....	90
1. Hipótesis de investigación.....	90
1.1. Hipótesis central.....	90
1.2. Hipótesis específicas.....	90
2. Variables.....	90
3. Matriz de operacionalización de Variables.....	91
4. Población.....	92
5. Muestra.....	92
6. Unidad de análisis.....	93
7. Tipo de Investigación.....	93
8. Diseño de investigación.....	93
9. Técnicas e instrumentos de recolección y procesamiento de datos.....	94
10. Validez y confiabilidad de los instrumentos de investigación.....	95

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	96
CONCLUSIONES.....	114
SUGERENCIAS.....	116
LISTA DE REFERENCIAS.....	117
ANEXOS/APÉNDICES.....	123

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1 Comparación del Nivel de Aprendizaje en la Capacidad Razonamiento y Demostración, Segundo Grado.....	96
Tabla 2 Comparación del Nivel de Aprendizaje en la Capacidad Comunicación Matemática, Segundo Grado.....	98
Tabla 3 Comparación del Nivel de Aprendizaje en la Capacidad Resolución de Problemas, Segundo Grado.....	100
Tabla 4 Comparación del Nivel de Aprendizaje en la Capacidad Razonamiento y Demostración, Tercer Grado.....	102
Tabla 5 Comparación del Nivel de Aprendizaje en la Capacidad Comunicación Matemática, Tercer Grado.....	104
Tabla 6 Comparación del Nivel de Aprendizaje en la Capacidad Resolución de Problemas, Tercer Grado.....	106
Tabla 7 Análisis Factorial Exploratorio con Rotación Varimax para la Encuesta Aplicada a los Estudiantes de los Grupos Experimentales.....	108
Tabla 8 Análisis Factorial Exploratorio con Rotación Varimax para la Ficha de Observación a los Estudiantes de los Grupos Experimentales.....	110

LISTA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro 1 Escala de Calificación de los Aprendizajes en Educación Básica Regular.....	60
Cuadro 2 Fases de la Resolución de Problemas.....	78
Cuadro 3 Población: Estudiantes de la I.E. “APL”.....	92
Cuadro 4 Muestra de Investigación.....	93

LISTA DE GRÁFICOS

	Pág.
Gráfico 1 Zona de Desarrollo Próximo.....	48
Gráfico 2 Condiciones del Aprendizaje Significativo.....	52
Gráfico 3 Comparación del Nivel de aprendizaje en Segundo Grado en la Capacidad Razonamiento y Demostración.....	97
Gráfico 4 Comparación del Nivel de aprendizaje en Segundo Grado en la Capacidad Comunicación Matemática.....	99
Gráfico 5 Comparación del Nivel de aprendizaje en Segundo Grado en la Capacidad Resolución de Problemas.....	101
Gráfico 6 Comparación del Nivel de aprendizaje en Tercer Grado en la Capacidad Razonamiento y Demostración.....	103
Gráfico 7 Comparación del Nivel de aprendizaje en Tercer Grado en la Capacidad Comunicación Matemática.....	105
Gráfico 8 Comparación del Nivel de aprendizaje en Tercer Grado en la Capacidad Resolución de Problemas.....	107

LISTA DE ABREVIATURAS O SIGLAS

EPT	: Educación para todos.
EBR	: Educación Básica Regular
ECE	: Evaluación censal.
DCN	: Diseño Curricular Nacional
PISA	: Programme for International Student Assessment (Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes)
OCDE	: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico
ZDP	: Zona de desarrollo próximo de Vygotsky.
PPE	: Procesos psicológicos elementales
PPS	: Procesos psicológicos superiores
MINEDU	: Ministerio de Educación
I.E.	: Institución educativa
APL	: “Amalia Puga de Lozada”
UGEL	: Unidad de Gestión Educativa.
ITESM	: Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, México

RESUMEN

El presente trabajo de investigación se desarrolló con la finalidad de aplicar las estrategias didácticas activas: juegos matemáticos, resolución de problemas y uso de materiales concretos, para mejorar el aprendizaje de la Matemática, como una propuesta de innovación y mejora en el proceso de construcción de los aprendizajes del estudiantado de la institución educativa “Amalia Puga de Lozada”. La investigación es cuasi experimental de tipo explicativo, se desarrolló con dos grupos control y dos grupos experimentales, en dos secciones de segundo y tercer grado de secundaria secciones “A” y “B”, grupos que ya estaban formados de manera natural, antes del experimento. El recojo de datos fue realizado a través de los siguientes instrumentos de investigación: el pre test, el post test, la encuesta, la observación y la entrevista. Hemos encontrado algunas limitaciones en el desarrollo de la presente investigación las cuales las hemos tomado como oportunidades para realizar nuestro trabajo con más empeño, fue una experiencia muy enriquecedora para docente y estudiantes, pues el desarrollo de las sesiones se llevó a cabo de forma activa y cooperativa, en donde son los estudiantes quienes construyen sus aprendizajes, motivados por la forma de trabajo y las estrategias usadas y en un clima emocional agradable. Como resultado de la investigación se comprobó que la aplicación de las estrategias didácticas activas mejora el nivel de logro de aprendizaje de la matemática en los estudiantes conformantes de los grupos experimentales.

PALABRAS CLAVE: Aprendizaje de la Matemática, estrategias didácticas activas.

ABSTRACT

This research was developed in order to apply active teaching strategies: math games, problem solving and using concrete materials, to improve the learning of mathematics, as a proposal for innovation and improvement in the process of building the learning of students of the educational institution "Amalia Puga de Lozada." Research is quasi experimental explanatory type, developed with two control groups and two experimental groups, in two sections of second and third grade of secondary sections "A" and "B" groups were already formed naturally before experiment. The collection of data was performed through the following research instruments: the pretest, posttest, survey, observation and interview. We have found some limitations in the development of this research which we have taken as opportunities to make our work harder, it was a very enriching experience for teachers and students, for the development of the sessions was conducted actively and cooperative, where are the students who build their learning, motivated by the way they work and the strategies used and in a pleasant emotional climate. As a result of the investigation it was found that the application of active teaching strategies improves attainment of learning mathematics in students of the experimental groups.

Keywords: Mathematics Learning, active didactic strategies.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación se desarrolla teniendo en cuenta el análisis de la problemática respecto al aprendizaje de la Matemática, tomando como referencia el reporte de los resultados de la participación de los estudiantes en evaluaciones internacionales (evaluación PISA) y nacionales (evaluación ECE), así como también considerando la situación existente en cuanto se refiere a nivel de aprendizaje en el área de Matemática, en la institución educativa Amalia Puga de Lozada de Ichocán.

Se aprecia que, cada vez son más educandos que se muestran desmotivados y desinteresados por el estudio de la matemática, situación que conlleva a que dichos estudiantes, se formen ideas distorsionadas relacionadas con el aprendizaje de la Matemática, tales como: creer que la matemática es algo muy complicado y difícil de aprender o que es privilegio de solamente algunos estudiantes.

Al entablar conversaciones con escolares de distinto nivel de aprendizaje (bajo, regular y alto), la mayoría de ellos coinciden en que las clases de Matemática deben ser más divertidas y dinámicas, inferimos entonces que el cambio de la enseñanza tradicional hacia una enseñanza-aprendizaje con metodologías activas, es ineludible, en donde sean los estudiantes los protagonistas de la construcción de sus aprendizajes, despertando así la motivación e interés por aprender la matemática para que logren aprendizajes significativos y duraderos en y para la vida. Ante ello nos proponemos realizar la presente investigación “Aplicación de Estrategias Didácticas Activas Para Mejorar el aprendizaje de Matemática en los estudiantes de la I.E. “Amalia Puga de Lozada” Ichocán – 2014”.

La investigación presenta el siguiente objetivo: Determinar la influencia de la aplicación de las estrategias didácticas activas en el mejoramiento del aprendizaje de la Matemática en la I.E. “Amalia Puga de Lozada”- Ichocán. Del cual se desprenden los siguientes objetivos específicos: determinar la influencia de la aplicación de los juegos matemáticos como estrategia didáctica activa, en el mejoramiento del aprendizaje de la Matemática, determinar la influencia de la resolución de problemas como estrategia didáctica activa en el

mejoramiento del aprendizaje de la Matemática y determinar la influencia del uso de materiales concretos como estrategia didáctica activa en el mejoramiento del aprendizaje de la Matemática.

En base a dichos objetivos se formularon las siguientes hipótesis: *Hipótesis central*, La aplicación de las estrategias didácticas activas influye significativamente en el mejoramiento del aprendizaje de la Matemática en la I.E. “Amalia Puga de Lozada” – Ichocán. *Y las hipótesis específicas*: La utilización de juegos matemáticos como estrategia didáctica activa ayuda a mejorar el aprendizaje de la Matemática. La aplicación de la resolución de problemas como estrategia didáctica activa ayuda a mejorar el aprendizaje de la Matemática. La utilización de materiales concretos en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje ayuda a mejorar el rendimiento en el área de Matemática.

El diseño de investigación es cuasi experimental y de tipo explicativo, lo cual ha guiado el proceso de la investigación, y ha servido para verificar las hipótesis. Nuestra investigación fue desarrollada en una muestra de 53 estudiantes de segundo y tercer grado de secundaria conformantes de los grupos control y experimental. Se utilizaron en la ejecución de la investigación para el recojo de información los siguientes instrumentos, pre test, ficha de observación, encuesta, post test y entrevista.

La investigación se desarrolla en cuatro capítulos que a continuación describimos: En el capítulo I, se presenta el planteamiento del problema de investigación, limitaciones y los objetivos. En el capítulo II, se desarrolla el marco teórico, teoría que sirve como base para nuestra investigación. En el capítulo III, abordamos el marco metodológico dentro del cual se desarrolló nuestra investigación. En el capítulo IV, se reportan los resultados, se desarrolla la interpretación y análisis de los mismos y la discusión de los resultados. Y finalmente se presentan las conclusiones a las cuales se llega en la investigación y las sugerencias correspondientes. Finalmente se presenta la lista de referencias apéndices y anexos.

La presente investigación se pone a disposición para que sea de motivo de próximas investigaciones en las áreas de Pedagogía y Didáctica.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1. Planteamiento del problema

Diversos países afrontan problemas del aprendizaje de la Matemática, debido a los bajos niveles de logro alcanzados por los estudiantes lo cual ha sido tomado como tema de investigación por muchos autores, con el propósito de conocer los factores causantes de tal situación con la finalidad de buscar soluciones a esta realidad.

La educación en el Perú atraviesa por una situación similar, debido a múltiples factores, dentro de ellos la persistencia del modelo tradicional de enseñanza, que influyó notablemente en los procesos educativos. A pesar del devenir histórico y del desarrollo social, algunos de los conceptos primordiales del tradicionalismo pedagógico aún subsisten y están presentes en las prácticas pedagógicas actuales. Cuyas ideas básicas se relacionan con la educación del carácter, la disciplina como un medio para educar, el predominio de la memoria, el currículum centrado en el maestro y los métodos verbalistas de enseñanza. Al respecto Flores (1994) sostiene “El método básico es el academicista, verbalista, que dicta sus clases bajo un régimen de disciplina a unos estudiantes que son básicamente receptores”.

El continuismo del modelo tradicional por parte de los profesores conlleva a no innovar e implementar estrategias didácticas activas de enseñanza-aprendizaje que permita a docentes y estudiantes desarrollar sesiones de forma atractiva, dinámica y motivadora para lograr aprendizajes significativos. El Marco del Buen Desempeño Docente (MINEDU, 2012) sostiene que, la renovación de la práctica pedagógica se sustenta en una visión transformadora que permita transitar de la enseñanza tradicional a la producción del conocimiento.

El informe estadístico de evaluaciones internacionales, como la evaluación el (PISA) dirigida por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), en el año 2009, reporte que, el Perú ocupó el lugar 59 de 61 países que rindieron la prueba, en el 2012 el Perú está ubicado en el último lugar de 65 países participantes. Las áreas evaluadas son **Matemática, Lectura y Ciencias**, en Matemática los estudiantes de nuestro país, un gran porcentaje no llegan ni al nivel uno, el cual es el nivel más bajo de calificación, sino que por el contrario se ubican debajo de él.

De otro lado, según el informe emitido por el MINEDU con relación a la evaluación (ECE) 2012, reporta que ha habido un incremento en la mejoría del aprendizaje en Cajamarca, pero aún se tiene bajo porcentaje de nivel de logro satisfactorio en Matemática en comparación con otros departamentos del Perú. De forma particular, en la provincia de San Marcos con relación a las otras provincias de la región Cajamarca se tiene bajos niveles de rendimiento. Esta problemática también se presenta en la I.E. Amalia Puga de Lozada, según las actas de evaluación 2013 se evidencia bajos niveles de logro de aprendizaje en el área de Matemática, y es el área curricular en donde existen mayor número de estudiantes desaprobados comparativamente con las demás áreas curriculares.

El problema de aprendizaje de la Matemática puede deberse a múltiples factores que se estén presentado en los estudiantes de la institución educativa. En tal sentido luego de realizado el diagnóstico, se ha podido determinar que se presenta bajo nivel de logro en el aprendizaje en el área de Matemática debido a que los estudiantes tienen dificultad para resolver problemas, estudiantes que tienen poca motivación para el estudio o estudiantes que se muestran aburridos en las horas de matemática. Según las manifestaciones de los estudiantes, se debe a que los docentes desarrollan las sesiones de aprendizaje de manera tradicional, dándole más énfasis a la repetición y el memorismo y las clases se tornan aburridas. Deducimos entonces que si se mejora las estrategias de enseñanza aprendizaje se lograría mejorar los aprendizajes en los estudiantes, en donde sean los estudiantes quienes construyan y reconstruyan los conocimientos matemáticos,

disfrutando y no por obligación o compromiso de obtener la nota mínima aprobatoria (once) solamente, sino que aprendan de forma dinámica.

Tenemos la convicción de que el aprendizaje de la Matemática debe de ser un trabajo entusiasta y motivador tanto para el docente como para los estudiantes y, que garantice aprendizajes significativos en los alumnos, para lo cual necesariamente se tiene que innovar y aplicar estrategias didácticas activas, las cuales deben ser adecuadas a los diferentes ciclos y contenidos curriculares, de forma tal que conduzcan a lograr los propósitos educativos, apuntando al desarrollo de las capacidades y habilidades de los estudiantes que conduzcan al logro de las competencias matemáticas. En este contexto la educación en nuestro país amerita cambios e innovaciones en las formas de enseñanza-aprendizaje; por lo que se requiere docentes creativos e innovadores que incorporen en la planificación estrategias didácticas apropiadas, que motiven y dinamicen las sesiones de aprendizaje.

Luego del análisis de la problemática presentada respecto al aprendizaje de la Matemática. Se consideró pertinente desarrollar el presente trabajo de investigación *“Aplicación de Estrategias Didácticas Activas para Mejorar el Aprendizaje de la Matemática en la I.E. “Amalia Puga de Lozada” Ichocán – 2014”*, el cual está ubicado en la línea de investigación: Gestión y Desarrollo Institucional cuyo eje temático es Estrategias de Acompañamiento Para el Fortalecimiento en la Práctica Pedagógica Docente. Presentándose como una alternativa para lograr la mejora del aprendizaje de la Matemática.

4. Formulación del problema

¿Cuál es la influencia de la aplicación de las estrategias didácticas activas en el mejoramiento del aprendizaje de la Matemática en la I.E. “Amalia Puga de Lozada” Ichocán-2014?

5. Justificación de la investigación

10.1. Justificación teórica

La presente investigación se desarrolla atendiendo a las políticas educativas vigentes las cuales pretenden mejorar la calidad educativa en nuestro el país, tal como los objetivos del foro nacional de Educación Para Todos (EPT), considerados en el Plan Nacional de Educación Para Todos 2005-2015, Perú. “Objetivo 5: Brindar una educación secundaria integral de calidad para adolescentes y jóvenes, que satisfaga sus necesidades básicas de aprendizaje y formación en valores, que los prepare para la vida y el ejercicio de la ciudadanía” (p. 16). En el objetivo estratégico 2 del PEN al 2021 se estipula que “Estudiantes e instituciones que logran aprendizajes pertinentes y de calidad”, entendiéndose que si se logran aprendizajes pertinentes y de calidad entonces se tendrán aprendizajes útiles y duraderos para la vida.

El Marco Curricular vigente y las Rutas de aprendizaje también consideran la mejora de la calidad del de los aprendizajes y la formación. En las Rutas de Aprendizaje para el área de Matemática se sostiene al respecto “una Matemática para la vida, donde el aprendizaje se genera en el contexto de la vida y sus logros van hacia ella”. Se pretende con la presente investigación coadyuvar en la mejora del aprendizaje de la matemática, teniendo como base las teorías constructivistas del aprendizaje.

10.2. Justificación práctica

La presente investigación responde a la aplicación de estrategias didácticas activas dentro y fuera del aula, en la enseñanza de la matemática, en la institución “Amalia Puga de Lozada” del distrito de Ichocán - San Marcos – Cajamarca, con lo cual se busca innovar la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, dejando de lado la enseñanza repetitiva y memorística tradicional. La presente investigación irá en

beneficio de la comunidad educativa porque contribuye a que los alumnos logren aprendizajes significativos y alcancen éxito en académico.

10.3. Justificación metodológica

La investigación tiene un enfoque cuantitativo, con diseño cuasi experimental, con dos grupos experimentales y dos grupos control, es de tipo explicativo, cuya finalidad es el cumplimiento de los objetivos y la verificación de las hipótesis. Para lo cual se han utilizados el recojo de información mediante: pre test y post test a ambos grupos y, la observación, la encuesta y la entrevista solamente a los grupos experimentales, con quienes se trabajó el desarrollo de las sesiones aprendizaje aplicando las estrategias didácticas activas.

11. Delimitación

Nuestra investigación se desarrolla en el nivel de secundaria del distrito de Ichocán, provincia de San Marcos, del departamento de Cajamarca. Está referida a la aplicación de las estrategias didácticas activas para mejorar el aprendizaje de la Matemática en los estudiantes de la Institución Educativa Amalia Puga de Lozada de Ichocán en el año 2014. El presente trabajo de investigación está enmarcado en la línea de investigación Gestión y Desarrollo Institucional con eje temático Estrategias de Acompañamiento Para el Fortalecimiento en la Práctica Pedagógica Docente.

12. Limitaciones

Algunas de las limitaciones a las cuales nos enfrentamos y tuvimos que atender en el desarrollo de la investigación son las que detallamos a continuación:

- a.** Dos estudiantes en uno de los grupos experimentales (3° “A”) que tienen características diferentes, con los cuales no ha sido tan fácil trabajar, pues por su grado de atención y comprensión requieren de atención personalizada.

- b. Grupo de estudiantes con ritmos de aprendizaje muy heterogéneo, lo cual limita en el tiempo porque no se les puede dejar de lado, requieren de un poco más de tiempo para lograr sus aprendizajes.
- c. Algunos estudiantes que tienen un concepto muy arraigado de que la matemática es un área curricular muy difícil de aprender y ante ello se muestran temerosos, aburridos y hasta cierto punto enojados de tener que aprender Matemática, lo que significa que no tienen la motivación necesaria para el aprendizaje del área.
- d. Las horas académicas de 45 minutos para el desarrollo de las sesiones resultan ser insuficientes para el desarrollo de las sesiones de aprendizaje sobre todo cuando se llevan a cabo fuera del aula o fuera de la institución educativa.

13. Objetivos de la Investigación

6.1. Objetivo general

Determinar la influencia de la aplicación de las estrategias didácticas activas en el mejoramiento del aprendizaje de la Matemática en la I.E. “Amalia Puga de Lozada” Ichocán-2014.

6.2. Objetivos específicos

- a. Determinar la influencia de la aplicación de los juegos matemáticos como estrategia didáctica activa, en el mejoramiento del aprendizaje de la Matemática.
- b. Determinar la influencia de la resolución de problemas como estrategia didáctica activa, en el mejoramiento del aprendizaje de la Matemática.
- c. Determinar la influencia del uso de materiales concretos como estrategia didáctica activa en el mejoramiento del aprendizaje de la Matemática.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

1. Antecedentes de la investigación

Consideramos los siguientes trabajos de investigación, ya que tienen alguna variable en común o guardan relación con nuestro estudio, pues están referidos al aprendizaje, enseñanza-aprendizaje, rendimiento académico o estrategias de enseñanza aprendizaje, los cuales son valiosos aportes para la presente investigación al ser tomados de ellos las conclusiones a los cuales llegaron como producto de la experiencia misma en los distintos escenarios educativos en los cuales se desarrollaron dichas investigaciones.

2.2. A nivel internacional

Vélez, Shiefelbein y Valenzuela (1994), en su trabajo de investigación “factores que afectan el rendimiento académico en la educación primaria”, llega a las siguientes conclusiones relacionadas con el rendimiento académico:

Los métodos de enseñanza activos son más efectivos que los métodos pasivos, puesto que los estudiantes trabajan participativamente en la construcción de sus aprendizajes y de esta manera se evita que sean meros receptores de los conocimientos.

El acceso a libros de texto y otro material instruccional es importante para incrementar el rendimiento académico. Porque constituyen herramientas útiles para que los estudiantes desarrollen sus capacidades en la enseñanza-aprendizaje.

Se aprecia pues, que los métodos activos contribuyen al desarrollo de estrategias activas en el proceso de enseñan-aprendizaje, también en la educación secundaria, pues ello hace posible el aprendizaje de los contenidos matemáticos de mejor manera, logrando que los estudiantes logren aprendizajes significativos.

Fajardo (2004) en su tesis “Método Heurístico y Rendimiento Académico en trigonometría” para optar el título de magister en Matemática, mención Docencia, en la universidad de Zulia de Venezuela, formula las siguientes conclusiones:

El método heurístico genera efectos estadísticamente significativos sobre el rendimiento académico en trigonometría en los estudiantes del Liceo General Jefe Rafael Urdaneta del primer año del ciclo diversificado esto indica, que en parte, la orientación metodológica es un factor que pudiera mejorar la enseñanza de la matemática.

Los alumnos del grupo experimental están en mejor capacidad de comprender problemas de trigonometría, concebir un plan de trabajo y ejecutar ese plan para resolver ese problema. Esto quedó demostrado porque los estudiantes del grupo experimental estuvieron en el grupo de distinguido mientras que los estudiantes del grupo control estuvieron en el nivel de regular.

Rodríguez (2005) desarrolló la investigación “Metacognición, Resolución de Problemas y Enseñanza de las Matemáticas. Una Propuesta Integradora desde el Enfoque Antropológico”, tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España y presenta las siguientes conclusiones:

La incorporación de una verdadera actividad de resolución de problemas en el aula a través de los **Recorridos de Estudios de Investigación (REI)** implica un afloramiento de los aspectos metacognitivos. Por un lado, la asunción de Responsabilidad por parte de los alumnos sobre aspectos del proceso de estudio que

normalmente quedan bajo la responsabilidad única del profesor está relacionada con la aparición de la regulación metacognitiva.

Se considera que el tipo de trabajo matemático propuesto en los **REI** hace necesario una mayor duración de las sesiones en las condiciones particulares descritas, por consiguiente la duración de 55 minutos de una sesión de matemáticas es una restricción importante para la incorporación de un trabajo matemático como el planteado en los (**REI**) como propuesta de instrucción.

Mora (2005), en su investigación “Estrategia Didáctica de Formación Docente para la Enseñanza de la Matemática en la Escuela Básica Venezolana” para optar el grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Universidad de la Habana, Cuba, llega a las siguientes conclusiones:

La aplicación de una estrategia didáctica de formación docente en las clases de la asignatura electiva Enseñanza de la Matemática en la carrera de Educación Integral de la UNEG (Venezuela), fundamentada en los momentos de creación, consolidación y reconstrucción retrospectiva de un **Marco Conceptual Referencial Operativo con Significado y Sentido** (MCROSS) propició en el grupo de estudiantes un nivel medio de apropiación consciente de un MCROSS de enseñanza de un contenido matemático a nivel de la II etapa de la E.B.; desarrollo que se evidenció en cada uno de esos momentos que se ejecutaron en movimiento, en correspondencia con la espiral del conocimiento, favoreciendo la actuación del grupo como comunidad psicológica, durante el reconocimiento, la comprensión y la aceptación de una situación única de aprendizaje que les permitió el trabajo como sujeto grupal e individual de la actividad en la elaboración de un **MCROSS** de enseñanza.

La categoría **MCROSS**, impone nuevos retos al profesor en la dinámica del proceso de enseñanza-aprendizaje, que requiere de una adecuada planificación sobre

la base de los principios psicológicos y pedagógicos que coordinan, orientan y dirigen la actividad docente en cada uno de los momentos que hemos transitado, y se ejecuta en un proceso en espiral que transforma al grupo y al estudiante como sujeto y objeto de su desarrollo, permitiendo una participación comprometida a potenciar el cambio mediante la acción consciente y dirigida hacia los procedimientos lógicos que elevan a los estudiantes a un nivel superior de desarrollo.

Villarroel y Sgreccia (2011), en su investigación “Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria” llegan a las siguientes conclusiones:

La Geometría, por su carácter intuitivo, concreto y ligado a la realidad, constituye uno de los medios más eficaces para aprender en forma experimental, recreativa y reflexiva la Matemática. Ante ello, la manipulación responsable de los materiales didácticos concretos presentados, con pleno conocimiento de las potencialidades y limitaciones que los mismos ofrecen es un elemento clave para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría.

Los materiales didácticos concretos son facilitadores y potenciadores intelectuales de las habilidades geométricas, favoreciendo y colaborando en el desarrollo del pensamiento geométrico y además contribuyen a construir aprendizajes más duraderos, puesto que las clases de Matemática se desarrollan de forma más dinámica.

Los materiales didácticos concretos pueden ser aplicados en las diferentes fases de enseñanza/aprendizaje, dependiendo de las intenciones didácticas con que se los utilice. La manipulación de los materiales concretos contribuye significativamente en el proceso de aprendizaje, es así que cuanto más sentidos estén comprometidos en la construcción de los aprendizajes, estos serán más duraderos y significativos.

La implementación de este tipo de materiales concretos en la enseñanza, satisface los seis principios que la identifican: favoreciendo un aprendizaje activo donde el alumno aprende haciendo (Principio de actividad); siendo realizables e imaginables permitiendo iniciar el proceso de matematización (Principio de realidad); funcionando como puentes entre los distintos niveles de organización de la Matemática (Principio de niveles); favoreciendo la construcción de sus propias herramientas y juicios matemáticos mediante la manipulación directa de los mismos (Principio de reinención guiada); estableciendo relaciones entre los distintos ejes y unidades curriculares dentro de la Matemática y con las demás áreas de conocimiento, proporcionando mayor coherencia a la enseñanza (Principio de interrelación) y, por último, fomentando el aprendizaje como una actividad social donde la reflexión conjunta y el intercambio de ideas permiten alcanzar niveles de comprensión más elevados (Principio de interacción).

2.3. A nivel nacional

Roque (2009), en su tesis “Influencia de la enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas en el mejoramiento del rendimiento académico. El caso de los ingresantes a la Escuela de Enfermería de la Universidad Alas Peruanas”. Llega a las siguientes conclusiones:

Los niveles de rendimiento académico de los estudiantes del primer ciclo de la escuela profesional de enfermería de la facultad ciencias de la salud fueron muy bajos, al iniciar el semestre académico, antes de aplicar la estrategia de enseñanza de la matemática basada en resolución de problemas, los bajos niveles que se presentaba explicaban las diversas dificultades que adolecían en el proceso de resolución de problemas tales como: memorización de fórmulas, desconocimiento de estrategias de solución y, sobre todo, desconocimiento de la enseñanza de la matemática mediante la resolución de problemas.

Los bajos niveles de rendimiento académico de dichos estudiantes se explican también por factores de carácter pedagógico - didáctico de los docentes que les enseñaron la matemática en la secundaria.

Después de aplicar la estrategia de enseñanza de la matemática mediante la resolución de problemas se constató que existen diferencias estadísticamente significativas en el nivel del rendimiento académico del grupo de estudiantes que recibió el tratamiento de la estrategia de enseñanza en comparación con el grupo control que no recibió la estrategia de enseñanza.

Se constató que existe una diferencia estadísticamente significativa en tres de las cuatro dimensiones (interpreta, elabora un plan, ejecuta el plan y verifica). Entre el grupo de estudiantes que recibió la enseñanza de la matemática basada en resolución de problemas y el grupo de estudiantes que no recibió dicha estrategia.

Monrroy (2012), en su trabajo de investigación “Desempeño Docente y Rendimiento Académico en Matemática de los Alumnos de una Institución Educativa de Ventanilla –Callao”. Para optar el grado de Maestro en Educación, mención en Evaluación y Acreditación de la calidad de la Educación. Universidad San Ignacio de Loyola. Lima – Perú. Llega a las siguientes conclusiones:

Se comprueba que existe una correlación positiva entre rendimiento académico en Matemática con las practicas pedagógicas, responsabilidad en funciones laborales, relaciones interpersonales y con desempeño docente.

Existe una correlación positiva entre el rendimiento académico y la responsabilidad en las funciones laborales del desempeño docente, aspecto que incide en mayor medida en comparación con las otras dimensiones.

Vílchez (2007) en su tesis doctoral “Modelo de Enseñanza Modular Personalizada De las Funciones Trigonómicas en el Quinto Grado de Educación Secundaria”, Universidad Mayor de San Marcos, Lima, Perú. Llega a las siguientes conclusiones:

El nivel de conocimientos de los requisitos para abordar el estudio de las funciones trigonométricas de los alumnos del quinto grado de secundaria es deficiente. Es decir tiene escaso conocimiento de los temas que se requiere para estudiar trigonometría.

Los bajos calificativos en la prueba de requisito se explica la falta de compromiso entre los elementos que participan en el proceso (docente y alumno), alumnos poco habituados al uso del plano cartesiano, escasa habilidad para relacionar los conceptos de funciones reales y la geometría elemental, requisito indispensable para el estudio de las funciones trigonométricas circulares

El uso de módulos didácticos para el estudio de las funciones trigonométricas con procedimientos didácticos y metodológicos adecuados a la enseñanza personalizada permite tener una visión integral del proceso de aprendizaje de los alumnos y conduce a la adquisición de aprendizajes significativos y a mejorar el rendimiento, respecto de quienes abordaron el tema en forma pasiva, solo con la exposición del profesor y la participación casi nula del alumno en clase como se destacó durante el trabajo del campo.

Las estrategias de enseñanza personalizada posibilita un trabajo eficaz y también se ha mejorado las relaciones profesor-alumno, alumno-alumnos, lo cual se manifiesta en el cambio de actitud y los hábitos de estudio desarrollado en el grupo de los alumnos del grupo experimental.

Aredo (2012) en su investigación “Modelo metodológico, en el marco de algunas teorías constructivistas, para la enseñanza .aprendizaje de las funciones reales del curso de matemática básica en la facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Piura”, para optar el grado de magister en la enseñanza de las Matemáticas. Pontificia Universidad Católica de Perú. Lima – Perú, concluye en lo siguiente:

La metodología activa y colaborativa, en el proceso de enseñanza- aprendizaje produjo cambios significativos en los estudiantes hacia la mejor comprensión de los conceptos y propiedades del tema de función real. Hay mejora en los aprendizajes de los estudiantes en la comprensión y aplicación de conceptos a situaciones reales.

2.4. A nivel regional

Jáuregui (2002) en su tesis “Estrategias Activas para la Enseñanza-Aprendizaje del Área Lógico-Matemáticas de los alumnos del Tercer Ciclo de Educación Primaria”, sostiene las siguientes conclusiones:

La aplicación de Estrategias Activas para la enseñanza-aprendizaje del área de lógico-matemática propicia el aumento en el rendimiento académico de los alumnos del Tercer ciclo de educación primaria. Situación que nos permite convertir a éstas en efectivos recursos pedagógicos al alcance de los profesores.

La estrategia lúdica es un recurso pedagógico causantes de mucha motividad, además ayuda a aprender a vivir juntos y a aprender a ser. Su aplicación es válida y efectiva en la enseñanza-aprendizaje del área lógico-matemática para los alumnos del tercer ciclo de primaria.

Rojas (2002), Influencia del programa “El Razonamiento Matemático Abstracto” en el aprendizaje de la Matemática en el Primer Año de Secundaria, investigación de tipo pre experimental, llega a las siguientes conclusiones:

El programa de “El Razonamiento Matemático Abstracto” es una estrategia para mejorar el aprendizaje de la matemática en alumnos del primer año de secundaria, porque incrementa el nivel de formalización del pensamiento humano, pues los alumnos mejoran sus modos de enfrentar situaciones matemáticas.

Los indicadores de mayor dificultad son: Comunicación de conceptos a los demás, capacidad para juzgar la validez de los argumentos y valoración de la importancia de la matemática, con lo que se demuestra que en el área de la Matemática es difícil adquirir aprendizajes de tipo actitudinal.

Saucedo (2011) en su trabajo de investigación “Los Juegos en el Aprendizaje de la Matemática en la Institución Educativa N° 821069 de Casadén, Magdalena - 2009”, muestra las siguientes conclusiones.

Mediante la aplicación de los juegos didácticos incorporados en las estrategias metodológicas se ha logrado propiciar un ambiente grato y dinámico para mantener permanentemente motivados a los estudiantes del V Ciclo de la I. E. N° 821069 del caserío de Casadén – Magdalena (G.E.), en cambio en los estudiantes del V Ciclo de la I.E. N° 82123 del Caserío del Manzano – Chetilla (G.C.), manifestaron, desinterés y aburrimiento por el aprendizaje de la Matemática. Por lo mismo los juegos didácticos se pueden incorporar como parte de la metodología para la enseñanza de la matemática.

Los esquemas de sesiones de aprendizaje, usando diversos juegos didácticos, resultan adecuados al medio rural, motivando el interés de los estudiantes para ayudar a sus padres en la solución de problemas cotidianos relacionados con la Matemática, ello se evidenció en la mejora del rendimiento académico de los estudiantes del grupo experimental en comparación de los estudiantes del grupo control.

Quispe (2008) desarrolló la investigación “Influencia del método heurístico en el aprendizaje significativo de la matemática en el 4° grado de educación secundaria en la institución educativa experimental Antonio Guillermo Urrelo” en la escuela de post grado de la Universidad Nacional de Cajamarca, quien llegó a las siguientes conclusiones:

El método heurístico si tiene influencia en el aprendizaje significativo de la matemática lo cual se demuestra con el desarrollo de habilidades para resolver problemas, mejora del rendimiento académico y promoción de actitudes favorables hacia la matemática.

Existen diferencias significativas entre los promedios obtenidos por los grupos Experimental y de control, esto se debe a que la Metodología Heurística utilizada se interiorizó en el grupo experimental.

Aliaga (2014) en su investigación cuasi experimental “Influencia de las Estrategias metodológicas de George Polya en el Fortalecimiento de la Capacidad de Resolución de Problemas, en los estudiantes del IV ciclo de la I.E. N° 821478 de Miraflores, con respecto a la I.E. N° 821247 de San Juan de la quinua, distrito de Cortegana – Celendín 2011. Concluye en lo siguiente:

La aplicación de las estrategias metodológicas de George Polya, influye en el logro de los procesos transversales de la matemática (comunicación matemática, razonamiento y demostración y resolución de problemas), para resolver y plantear con facilidad problemas matemáticos, permitiéndoles ser más comunicativos, críticos y reflexivos proactivos y resolutivos.

La aplicación de las estrategias metodológicas de George Polya, influye en el incremento del rendimiento académico de los estudiantes en el área de Matemática específicamente en la resolución de problemas.

El nivel de influencia de las estrategias de George Polya en el desempeño de los estudiantes, para resolver problemas matemáticos es alta, porque ayuda a comprender mejor los problemas, mostrando actitud positiva hacia la matemática, la resolución de problemas, metodología y trabajo cooperativo, aspectos clave para el aprendizaje significativo.

3. Bases teórico – científicas

Uno de los grandes desafíos de la educación y específicamente del docente, es cómo hacer para que el participante en el proceso educativo logre aprender. El aprendizaje forma parte de los conocimientos teórico-prácticos que debe usar el maestro en su quehacer educativo, por lo que se hace necesario conocer las teorías que sustentan el aprendizaje, para así llevar a cabo el proceso educativo de forma adecuada. El conocimiento básico de las teorías del aprendizaje, ayudan a los docentes a guiar a los estudiantes en la construcción de sus aprendizajes.

3.1. El aprendizaje

Según el Diccionario Pedagógico AMEI-WAECE (2003) el aprendizaje es la Interiorización y reelaboración individual de una serie de significados culturales socialmente compartidos, cuando un conocimiento nuevo se integra en los esquemas de conocimiento previos llegando incluso a modificarlos, para lo cual el niño tiene que ser capaz de establecer relaciones significativas entre el conocimiento nuevo y los que ya posee. Lo que significa que es un proceso que se desarrolla cuando el alumno está en interacción con su medio socio-cultural.

Gaxiola y otros (2012) sostienen que, el aprendizaje es un proceso de construcción, de representaciones personales significativas y con sentido de un objeto o situación de la realidad.

En opinión de Dickinson (1980) citado por Pozo (1989), el aprendizaje consiste en la adquisición de información sobre la organización causal del entorno. Entonces entendemos que el aprendizaje viene a ser la adquisición de información, ya sea de representaciones y conceptos en relación con el contexto.

Driscoll (2000) define el aprendizaje como un cambio constante en el desempeño humano, el cual debe producirse como resultado de la experiencia del aprendiz y su interacción con el mundo que le rodea. Esta definición abarca muchos de los atributos asociados comúnmente con el conductismo, el cognitivismo y el constructivismo. Entendiéndose, el aprendizaje como un estado de cambio duradero obtenido como resultado de las experiencias e interacciones con los demás.

Calero (1997), haciendo referencia al constructivismo afirma que, cada alumno construye su aprendizaje de manera activa de acuerdo a sus interacciones significativas. El niño aprende haciendo, experimentando, de acuerdo a su propia actividad mental vital, para desarrollarse. Partiendo de sus necesidades e intereses el niño autoconstruye y se convierte en el eje del proceso educativo.

Es importante ahondar respecto de esta postura, pues el presente trabajo de investigación está fundamenta en el constructivismo lo cual busca que el estudiante construya sus aprendizajes con guía del docente, los fundamentos del constructivismo son:

- a. El conocimiento no se recibe pasivamente, éste es procesado y construido activamente por el sujeto cognoscente.
- b. La función cognoscitiva está al servicio de la vida, es función adaptativa, y en consecuencia, lo que permite el conocimiento al conocedor es organizar su mundo, sus experiencias y vivencias.

- c. El conocimiento humano, es fruto de la permanente interacción del sujeto (conocedor) y el objeto (lo conocible), a la naturaleza del producto de esa interacción se le denomina conocimiento.
- d. Para conocer un objeto, fenómeno o dato, el sujeto debe actuar sobre él, introduciendo transformaciones.
- e. Se construye el conocimiento a través de la interacción del sujeto (experiencia sensorial y razonamiento) y el objeto. Todos los datos y hechos científicos surgen o son creados por estas interacciones.
- f. La acción constructivista se apoya en la estructura conceptual de cada alumno, parte de ideas y preconceptos que trae sobre el tema de clase. Confronta los saberes previos afines al tema de enseñanza, con el nuevo concepto científico que se enseña.
- g. Aplica el nuevo concepto a situaciones concretas y lo relaciona con otros conceptos de la estructura cognitiva con el fin de ampliar su transferencia.

En general, el constructivismo insiste en la comprensión como objetivo de la enseñanza frente al aprendizaje maquinal caracterizado por el memorismo, donde los estudiantes han memorizado los conceptos y formulas; pero han entendido el significado de muy poco.

Respecto al aprendizaje humano, Daros (1992) comenta que, “Jean Piaget recurrió principalmente a la biología para dar un marco conceptual y genético a su concepción de las condiciones de posibilidad del desarrollo del aprendizaje humano” Entendiendo que el proceso de vivir y el proceso de aprender están unidos, manifiesta también que la vida es una creación continua de interacción con el medio, con las formas organizativas y adaptativas cada vez más complejas y en un equilibrio y ruptura de equilibrio progresivo. La voluntad y la inteligencia constituyen un caso particular de este proceso biológico. Entonces el aprendizaje es un proceso de autoconstrucción del que aprende mediante un proceso de organización y adaptación al medio. Nadie asimila o aprende algo nuevo si antes

no lo integra en lo que ya ha asimilado. En este sentido el aprendizaje (de lo nuevo) está subordinado al dominio de lo aprendido.

La presente investigación precisamente, guarda relación con lo que manifiestan ambos autores Calero y Daros puesto que en el desarrollo de la investigación se ha corroborado que el aprendizaje es un proceso continuo de desequilibrio equilibrio y reequilibrio, y es así como se da la asimilación de nuevo conocimiento en base a conocimiento ya existente, en donde juega un papel muy importante el medio que rodea al aprendiz y la interacción con el mismo. Se aprecia que cada estudiante construye su aprendizaje de manera activa, aprende haciendo experimentando, manipulando, jugando; resolviendo problemas; es decir en contacto con material concreto y en interrelación con el ambiente que lo rodea, de acuerdo a la predisposición biológica e intereses que posee, convirtiéndose el alumno en el actor principal del proceso educativo.

Entonces, el aprendizaje entendido como una actividad para la adquisición de conocimientos y modulación de comportamientos humanos, forma parte del bagaje teórico y práctico de todo maestro en el quehacer educativo.

El aprendizaje a pesar de ser universal y efectuarse durante toda la vida, su estudio no ha sido fácil y ha dado origen a diversas teorías para comprender lo fundamental de ello, tal es así que ha sido abordado por diferentes autores, desde distintos puntos de vista por lo mismo existen también diversidad de criterios para clasificar las teorías que se ocupan de su estudio, (Hilard 1961).

3.2. Teoría genética de Jean Piaget

Partimos por señalar que es lo que entendía Piaget por el término cognición o conocimiento. Piaget (citado por Sprinthall, 1996) manifiesta “La mente no copia el mundo de forma pasiva aceptando toda la información que le proporciona

, ni lo ignora de forma autista creando una concepción mental privada” (p. 75). De lo que Piaget sostiene se infiere que el conocimiento se da en una interacción sujeto objeto, y de todas maneras para que se dé un aprendizaje se debe tener muy presente el sujeto cognoscente y su medio que lo rodea, en esa interacción continua se genera el aprendizaje. El aprendizaje se da de manera dinámica, según los estímulos que recibe el aprendiz de su medio y atendiendo a sus necesidades.

Piaget (1991) hace una reflexión respecto a que “el niño no es un pequeño adulto”, observándose que en el juego, por ejemplo, o en la forma de razonar se puede notar tal diferencia. Los intereses varían considerablemente de un nivel mental a otro, y que las explicaciones particulares tienen formas muy distintas según el grado de desarrollo intelectual. Junto a las funciones constantes debemos distinguir, por tanto, las estructuras variables y es precisamente el análisis de estas estructuras progresivas, o formas sucesivas de equilibrio, el que indica las diferencias u oposiciones de un nivel a otro de la conducta, desde los comportamientos elementales del recién nacido hasta la adolescencia. (P. 13). Piaget considera seis etapas o periodos de desarrollo, construidas sucesivamente:

1° La etapa de los reflejos o ajustes hereditarios, así como las primeras tendencias instintivas (nutrición) y las primeras emociones.

2° La etapa de las primeras costumbres motrices y de las primeras percepciones organizadas, así como los primeros sentimientos diferenciados.

3° La etapa de la inteligencia sensorio-motriz o práctica (anterior al lenguaje), de las regulaciones afectivas elementales y de las primeras fijaciones exteriores de la afectividad.

Estas primeras etapas constituyen por sí mismas el período del lactante (hasta la edad de un año y medio a dos años, o sea anteriormente al desarrollo del lenguaje y del pensamiento propiamente dicho). En tal estadio el niño usa sus

sentidos (que están en pleno desarrollo) y las habilidades motrices para conocer aquello que le circunda, confiándose inicialmente en sus reflejos y, más adelante, en la combinatoria de sus capacidades sensoriales y motrices. Aparecen los primeros conocimientos y se prepara para luego poder pensar con imágenes y conceptos.

Los niños construyen su comprensión del mundo a través de la coordinación de sus experiencias sensoriales (como la visión y la audición) con las acciones físicas y motrices. Comienzan poner en uso ciertas funciones cognitivas como la memoria y el pensamiento. Se sirven de la imitación para ampliar su repertorio conductual.

4° La etapa de la inteligencia intuitiva, de los sentimientos interindividuales espontáneos y de las relaciones sociales de sumisión al adulto (de los dos a los siete años, o segunda parte de la primera infancia).

5° La etapa de las operaciones intelectuales concretas (inicio de la lógica), y de los sentimientos morales y sociales de cooperación (de los siete a los once-doce años).

6° La etapa de las operaciones intelectuales abstractas, de la formación de la personalidad y de la inserción afectiva e intelectual en la sociedad de los adultos (adolescencia).

Cada una de estas etapas se caracteriza, por tanto, por la aparición de estructuras originales, cuya construcción la distingue de las etapas anteriores. Lo más esencial de estas sucesivas construcciones subsiste en el curso de las ulteriores etapas, como subestructuras, sobre las que vienen a edificarse los nuevos caracteres.

Entendiéndose que cada etapa constituye, por tanto, mediante las estructuras que la definen, una forma particular de equilibrio, y la evolución mental se efectúa en el sentido de una equilibración cada vez mejor. Entonces podemos comprender lo que son los mecanismos funcionales comunes a todas las etapas. Puede afirmarse, de una forma totalmente general que toda acción (todo movimiento, todo pensamiento o sentimiento) responde a una necesidad. El niño, al igual que el adulto, no ejecuta ningún acto, exterior o incluso totalmente interior, más que impulsado por un móvil, y este móvil se traduce siempre en una necesidad. Una necesidad es siempre la manifestación de un desequilibrio: hay necesidad cuando algo, al margen de nosotros o en nosotros mismos (en nuestro organismo físico o mental) se ha modificado, y se trata de reajustar la conducta en función de este cambio.

Sin embargo usualmente se habla no de las etapas que de desarrollo sino de los estadios, los cuales se han considerado en base a dichas etapas del desarrollo biológico y cognitivo del ser humano que señala Piaget.

2.2.1. Los Estadios Piagetianos del desarrollo cognitivo

Sprinthall (1996) explica que: Piaget en su investigación luego de haber observado las formas de pensamiento que utilizan los niños desde el nacimiento hasta la adolescencia llega a la conclusión que el desarrollo cognitivo se da en estadios que son los siguientes:

Sensorio-motora: 0 – 2 años de edad, Corresponde a las tres primeras etapas del desarrollo consideradas por Piaget. En este estadio la actividad cognitiva se basa en la experiencia a través de los sentidos. Es en esta fase

de vida del ser humano, se aprecia que es un aprendizaje netamente sensorial, es aquí en donde se debe proporcionar el mayor número de estímulos para aprehender el mundo y de esta manera continuar con éxito hacia la siguiente etapa.

Intuitivo o preoperacional: 2 -7 años de edad, comienzan a desarrollar las imágenes mentales que elaboraron en el estadio anterior, con el desarrollo considerable del lenguaje, en este momento está listo para aprender a hablar. En esta etapa entonces es necesario que el ambiente lingüístico en que se desarrolla el niño sea muy rico, en esta etapa los niños son soñadores, poseen un pensamiento mágico y tienen muchas fantasías. El lenguaje es una fuente de desarrollo cognitivo de mucha importancia, pues la comunicación juega un rol de mucha valía en el desarrollo cognitivo del ser humano. Este estadio corresponde a la cuarta etapa del desarrollo propuesto por Piaget.

Operaciones concretas: 7 – 11 años de edad, en esta etapa se convierten en unos pequeños positivistas lógicos que intentan comprender el funcionamiento de las relaciones específicas que se establecen entre los diferentes elementos de un problema, pueden distinguir entre la realidad y la ficción. Es aquí donde se ubica la quinta etapa del desarrollo considerado por Piaget.

Operaciones formales: 11 -16 años de edad, esta etapa se caracteriza por la formulación y comprobación de hipótesis, otro de los cambios importantes que se produce en el pensamiento adolescente es su capacidad para pensar tanto sobre sus propios pensamientos como sobre los de los demás a esta habilidad se la conoce con el término de metacognición. Lo que significa, que los adolescentes se dan cuenta de cómo aprenden y de que es lo que aprenden. Se puede observar también que en esta etapa se

da el pensamiento perspectivista, los adolescentes reconocen la existencia de otros puntos de vista diferentes al suyo, algo que es posible gracias a la comprensión de los intereses, los conocimientos y las formas de pensar de los otros son diferentes a las de ellos. Cuando han desarrollado las capacidades propias de la etapa de las operaciones formales, los estudiantes emplean estrategias lógicas, racionales o abstractas, son capaces de comprender significados simbólicos y metáforas. Este último estadio corresponde a la sexta etapa del desarrollo que considera Piaget.

Se considera un hecho muy importante para estimular el pensamiento abstracto la participación en actividades artísticas como: pintura, teatro, danza o música. Piaget, (citado por Sprinthall, 1996). Por lo mismo se debería propiciar estos espacios para los adolescentes, en aras de su desarrollo integral.

Más allá de Piaget: En opinión de Stenberg (citado por Sprinthall, et al. 1996) “dentro de la teoría de Piaget no tendrían cabida aquellos individuos que poseen un nivel de desarrollo cognitivo excepcionalmente alto. Los autores señalan que *Patricia Arlin*, una investigadora de la Universidad de Columbia ha comenzado a explorar la posibilidad de que exista un estadio más avanzado del pensamiento, las operaciones posformales, caracterizada esta etapa por una capacidad para desarrollar soluciones nuevas, inventar programas basados en la visión muy amplia de una situación y formular preguntas productivas que hagan aumentar la base de conocimientos y la obtención de respuestas nuevas, Arlin especifica que este nuevo estadio representa una extensión de la teoría de Piaget.

2.2.2. Variantes funcionales

Calero (1997) sostiene que, el pase de una estructura cognoscitiva a otra se da a través de lo que Piaget denomina variantes funcionales, las cuales son las siguientes:

Organización: Constituida por el *equilibrio* y *desequilibrio*. El equilibrio es el esfuerzo conjunto para mantener la estructura en el punto medio, cuando es óptimo reporta discrepancias originando un desequilibrio para dar paso a una etapa superior de la complejidad cognoscitiva. Este fenómeno justifica la expresión de que el conocimiento se logra a través de un equilibrio desequilibrante. El proceso es alternado entre equilibrio-desequilibrio-equilibrio (reequilibrio), en sucesiva.

La asimilación: Consiste en un proceso en el que el sujeto se limita a adquirir nuevas experiencias sin preocuparse en si encajan o no en su estructura de conocimientos. Furth (citado por Sprinthall, 1996)

Acomodación: Es un proceso mucho más imaginativo, en donde el conocimiento nuevo se relaciona con el que ya tenía y genera entonces otro conocimiento.

Adaptación: Comprende la asimilación y la acomodación, por ello Piaget sostiene que la adaptación es un equilibrio entre asimilación y acomodación. La asimilación es el proceso mediante el cual se integran nuevos conocimientos a la estructura mental del niño y lo hace suyo; lo asimila. La acomodación es el cambio que sufre la estructura cognitiva del sujeto para incluir la nueva experiencia. Es un proceso de búsqueda de equilibrio cuando los conceptos nuevos entran en conflicto con los conceptos previos, a través de la asimilación.

Equilibración: Aprendemos cuando somos capaces de establecer un equilibrio entre la información antigua y la nueva; a este proceso es al que llamamos equilibración.

Respecto a la equilibración, Sprinthall (1996) sostiene que: la equilibración es un proceso por el cual se establece un equilibrio entre la asimilación y la acomodación. Cuando un profesor intenta explicar a sus alumnos conceptos nuevos, un método de resolución de problemas más sofisticados o una teoría más amplia sobre cualquier aspecto de la realidad se está produciendo un proceso de **equilibración** en sus alumnos. Y que por tanto necesitará un apoyo suplementario para que se produzca el cambio, tanto desde el punto de vista personal como psicológico. Para proporcionar esta ayuda extra a los alumnos el profesor debe conocer en profundidad su nivel de desarrollo. Si presentamos información que excede las capacidades de comprensión de los alumnos, no se producirá ningún aprendizaje, ya que no hay ningún intento de reconciliación entre ideas nuevas y antiguas, por el contrario, lo único que conseguiríamos producir en los alumnos son altos niveles de frustración y ansiedad. (Sprinthall, 1996, p. 90)

La presente investigación se desarrolla con estudiantes que cursan el VI ciclo (2° grado de secundaria) y VII ciclo (3° grado de secundaria) de la Educación Básica Regular, ubicados ellos en el cuarto estadio de desarrollo (sexta etapa) según la teoría de Piaget. Estudiantes que ya han alcanzado cierta madurez física y mental, por lo tanto se encuentran con una base necesaria para desarrollar temas matemáticos relacionados con operaciones formales, pues dichos conocimientos matemáticos requieren de pensamiento abstracto, los estudiantes de segundo y tercero de secundaria están considerados dentro de estas características.

2.2.3. Implicancias educativas de la teoría de Piaget

Inteligencia y Actividad, una de las implicancias más importantes de la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget es que el desarrollo en cada una de las etapas depende de la actividad adecuada que desarrolle la persona. La cantidad y calidad de actividad desarrollada por el ser humano en cada estadio de desarrollo facilitará el paso al siguiente estadio.

El desarrollo no se puede acelerar, “Seguir las sugerencias de Piaget cuando dice: presentar al sujeto aquello que debe aprender de forma asimilable, de acuerdo con sus estructuras mentales” Barrat (citado por Sprinthall, et al. 1996). Lo que significa que no se debe adelantar aprendizajes a los niños para los cuales no han alcanzado el desarrollo adecuado, pues lejos de mejorar sus aprendizajes, estamos limitándoles para alcanzarlos de forma natural.

3.3. Teoría del aprendizaje por interacción sociocultural

Creada por Lev Vygotsky (1896 – 1934) y desarrollada por sus discípulos: Leontiev y Luria. Las principales tesis son:

- a. Existe una diferencia entre conducta animal y humana. La conducta humana está conformada por reflejos incondicionados, condicionados y por la experiencia social e histórica de la especie, adquirida individualmente a lo largo de su vida.
- b. La aparición y desarrollo de los procesos psicológicos superiores está mediado por el trabajo y el lenguaje.

- c. Entre el desarrollo real y el desarrollo potencial, existe una zona de desarrollo próximo, que puede transmitirse con la mediación de un agente externo que pueden ser los padres o el docente.

El origen social y cultural de la conducta individual y colectiva del sujeto es sólo un ejemplo de la importancia que el fenómeno de internalización de normas, valores, etc., representa para la preservación, desarrollo y evolución de la sociedad y al cual Vigotsky define como la “ley de la doble formación” o “ley genética general del desarrollo cultural”. Esta ley consiste en que, en el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces: a nivel social, y más tarde, a nivel individual. Primero entre personas (ínterpsicológica) es decir en las interrelaciones con los demás y, posteriormente en el interior del niño (intrapicológica), esto significa para sí mismo. Esto puede aplicarse igualmente a la atención voluntaria, a la memoria lógica y a la formación de conceptos. Todas las funciones psicológicas se originan como relaciones entre seres humanos.

La internalización es el proceso que implica la transformación de fenómenos sociales en fenómenos psicológicos, a través del uso de herramientas y signos. Esta serie de transformaciones psíquicas se sintetizan de la siguiente forma:

- a. Una operación que inicialmente representa una actividad externa, se construye y comienza a suceder interiormente;
- b. Un proceso interpersonal queda transformado en otro de carácter intrapersonal;
- c. La transformación de un proceso interpersonal en un proceso intrapersonal, es el resultado de una prolongada serie de sucesos evolutivos.

Vigotsky considera que la internalización hace referencia a un proceso de autoconstrucción y reconstrucción psíquica, a una serie de transformaciones

progresivas internas, originadas en operaciones o actividades de orden externo, mediadas por signos y herramientas socialmente construidas. El desarrollo de este fenómeno de internalización se presenta en una primera etapa cuando el sujeto, a partir de su nacimiento, interactúa con sus congéneres en un medio familiar y escolar sociocultural específico. Experiencias que paulatinamente se van transformando en procesos mentales. Vygotsky afirma lo siguiente “...la internalización de las actividades socialmente originadas e históricamente desarrolladas es el rasgo distintivo de la psicología humana. La base del salto de la psicología animal a la humana”.

2.3.1. El lenguaje

Es tal vez el instrumento de mediación más importante en la interacción con los demás así como también en la construcción de los aprendizajes y el conocimiento en general. Presentándose dos tipos de lenguaje el lenguaje egocéntrico y el lenguaje social. Respecto al lenguaje social, lo que lo diferencia del lenguaje egocéntrico es que el niño busca generar estados mentales e influir en la conducta de su interlocutor.

2.3.2. Los procesos psicológicos

Vygotsky sostiene que son de dos tipos, Los procesos psicológicos elementales (PPE) y los superiores (PPS). Los PPE son comunes al hombre y a otros animales superiores. Podemos citar entre los ejemplos de PPE a la *memoria* y la *atención*. En cambio, los procesos psicológicos superiores PPS, que se caracterizan por ser específicamente humanos, se desarrollan en los niños a partir de la incorporación de la cultura.

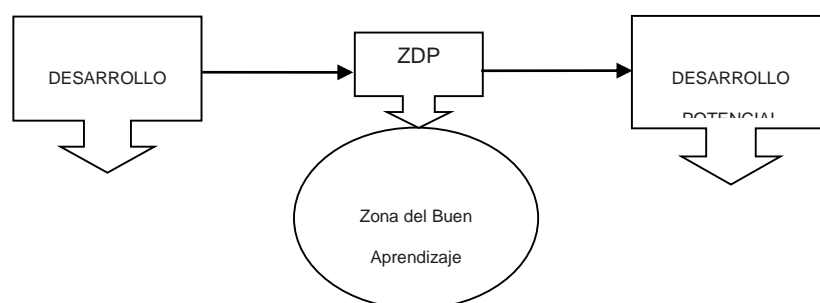
Los PPS a su vez se subdividirán en **rudimentarios y avanzados**. Mientras que los primeros se desarrollan simplemente por el hecho de que participan en una cultura, especialmente a través de la lengua oral, los segundos requieren de la instrucción, lo cual supone un marco institucional particular: la escuela. **La lengua escrita y los conceptos científicos** son ejemplos de PPS avanzados. Es en las instituciones educativas entonces en donde se desarrollan los PPS avanzados, puesto que allí se socializan conceptos científicos y se enseña y se hace uso de la lengua escrita.

En la presente investigación se ha hecho uso también los aportes de la teoría de Vygotsky, sobre todo cuando los estudiantes han desarrollado aprendizajes en forma cooperativa al interactuar como parte de equipos de trabajo.

2.3.3. La zona de desarrollo próximo (ZDP)

Baquero, R. (1997), acota que la **zona de desarrollo próximo**, se refiere al espacio, brecha o diferencia entre las habilidades que ya posee el aprendiz y lo que puede llegar a aprender a través de la guía o apoyo que le puede proporcionar un adulto o un par más competente. Es en la zona de desarrollo próximo los estudiantes construyen sus aprendizajes. Es decir, la ZDP define las funciones que todavía no han madurado pero que están en proceso. La ZDP fue titulada por Vigotsky como la zona del buen aprendizaje. La idea de que un adulto significativo (o un par, como un compañero de clase) medie entre la tarea y el niño es lo que se llama andamiaje.

Gráfico 1: Zona de Desarrollo Próximo



Caracterizado por el
desarrollo mental en

Caracteriza el desarrollo
mental de una manera

2.3.4. La Zona de Desarrollo Próximo y el juego

Vigotsky señala el carácter central del juego en la vida del niño, subsumiendo y yendo más allá, de las funciones de ejercicio funcional, de su valor expresivo, de su carácter elaborativo, etc. El juego parece estar caracterizado en Vigotsky como una de las maneras de participar del niño en la cultura, es su actividad cultural típica, como lo será luego, de adulto, el trabajo.

En relación con la Zona de Desarrollo Próximo, hace referencia al juego, respecto al cual señala que, el estricto acatamiento a las reglas es totalmente imposible en la vida real; sin embargo en el juego resulta factible: de este modo el juego crea una ZDP en el niño. (Vigotsky, 1988d: 156), Citado por Baquero (1997). Se presenta la necesidad de demarcar elementos comunes entre las situaciones de juego y las de aprendizaje escolar en la medida en que ambas parecen operar, según las tesis Vigotskianas, como posibles generadoras de ZDP.

2.3.5. La mediación

Cuando nacemos, solamente tenemos funciones mentales inferiores, las funciones mentales superiores todavía no están desarrolladas, al interaccionar con los demás, vamos aprendiendo, y al ir aprendiendo, vamos desarrollando nuestras funciones mentales superiores, algo completamente diferente de lo que recibimos genéticamente por herencia, ahora bien, lo que aprendemos depende de las herramientas psicológicas que tenemos, y a su vez, las herramientas psicológicas

dependen de la cultura en que vivimos, consiguientemente, nuestros pensamientos, nuestras experiencias, nuestras intenciones y nuestras acciones están culturalmente mediadas.

En palabras de Vygotsky, el hecho central es la mediación. El ser humano, en cuanto sujeto que conoce, no tiene acceso directo a los objetos; el acceso es mediado a través de las herramientas psicológicas, de que dispone, y el conocimiento se adquiere, se construye, a través de la interacción con los demás mediadas por la cultura, desarrolladas histórica y socialmente.

2.3.6. Aportes de la teoría de Vigotsky a la Educación

De los elementos teóricos de Vygotsky, pueden deducirse diversas aplicaciones concretas en la educación, como las siguientes:

- a. El conocimiento se construye socialmente, es conveniente que los planes y programas de estudio estén diseñados de tal manera que incluyan en forma sistemática la interacción social, no sólo entre alumnos y profesor, sino entre alumnos y comunidad.
- b. La zona de desarrollo próximo, que es la posibilidad de aprender con el apoyo de los demás, es fundamental en los primeros años del individuo, pero no se agota con la infancia; siempre hay posibilidades de crear condiciones para ayudar a los alumnos en su aprendizaje y desarrollo, también en la etapa secundaria y superior.
- c. El conocimiento es construido a partir de la experiencia, luego es conveniente introducir en los procesos educativos el mayor número posible de experiencias las cuales deben ir más allá de la explicación y el dictado.

- d. El lenguaje es fundamental para la socialización, por lo que es básico y muy importante en el aprendizaje; se debe fomentar espacios de diálogo y discusión de alto nivel en las sesiones de aprendizaje, ya que se convierte en una buena oportunidad de construir los conocimientos.

3.4. Teoría del aprendizaje significativo

Fue creada por David Ausubel y sus colaboradores: Joseph Novak y Helen Hanesian. Sus raíces se encuentran en el pensamiento de Piaget y Thomas Khun. Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, se entiende por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa, ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse con "mentes en blanco" o que el aprendizaje de los alumnos comience de "cero", pues no es así, sino que, los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio.

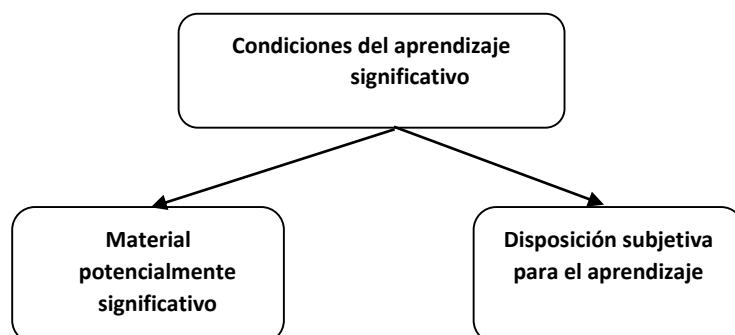
Otro aspecto que no se debe dejar de lado es, saber aprovechar el denominado "error constructivo", el cual ayuda mucho en la construcción de los aprendizajes. Esto significa que el estudiante puede equivocarse y esta situación lejos de ser motivo de censura o burla debe ser aprovechada, por el docente, de manera que se tome como punto de partida para que el estudiante reconozca tal error y en base a ello construya en verdadero conocimiento, de este modo se conseguirá que el estudiante pierda el temor a participar activamente en el desarrollo de las sesiones.

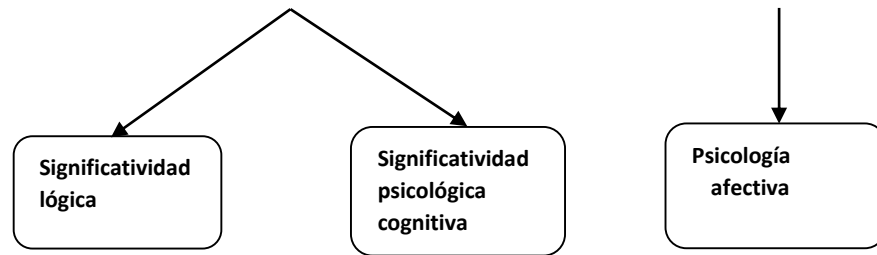
3.4.1. Requisitos para lograr el aprendizaje significativo

Al respecto Ausubel dice: “El alumno debe manifestar [...] una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria” (Ausubel, 1983-p. 48). Lo que se resume en las siguientes tres requisitos:

- a. **Significatividad lógica del material:** el material que presenta el maestro al estudiante debe estar organizado, para que se dé una construcción de conocimientos.
- b. **Significatividad psicológica del material:** que el alumno conecte el nuevo conocimiento con los previos y que los comprenda. También debe poseer una memoria de largo plazo, porque de lo contrario se le olvidará todo en poco tiempo.
- c. **Actitud favorable del alumno:** ya que el aprendizaje no puede darse si el alumno no quiere. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en donde el maestro sólo puede influir a través de la motivación.

Gráfico 2: Condiciones del Aprendizaje Significativo





Según Ausubel, existe aprendizaje significativo cuando se relaciona intencionadamente el material objeto de estudio, que es potencialmente significativo, con las ideas establecidas y pertinentes de la estructura cognitiva. De esta manera se pueden utilizar con eficacia los conocimientos previos en la adquisición de nuevos conocimientos que, a su vez, permiten nuevos aprendizajes. Sin dejar de tener la misma importancia la disposición que el aprendiz tenga para construir sus aprendizajes, por lo mismo se debe procurar desarrollar sesiones en donde los estudiantes estén motivados y dispuestos al trabajo de aprender los contenidos. Pues muy poco se puede hacer, si el estudiante no tiene la disposición psicológica para aprender algo.

En la teoría de Ausubel es precisamente en la que fundamentamos la presente investigación, puesto que se busca que los estudiantes logren aprendizajes significativos en el área de Matemática. Para llegar a cumplir los objetivos de investigación, ha sido vital la teoría de Ausubel, en cuanto se refiere al aprendizajes significativo logrado por los estudiantes.

Basándonos en la teoría de Ausubel, en cada sesión de aprendizaje necesariamente se ha tomado como punto de partida los conocimientos que traen los estudiantes respecto de los contenidos temáticos y a partir de ello los estudiantes han ido construyendo sus aprendizajes de los distintos puntos a desarrollarse, tomando en cuenta para ello también todas las

participaciones al respecto, y si alguien se equivocaba, se tomaba como una oportunidad para mejorar o entender el contenido que se abordaba (error constructivo). Considerando lo referido a la significancia de los materiales utilizados en la construcción de los aprendizajes, ha dado énfasis a la utilización de material concreto estructurado y no estructurado en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje. Y finalmente respecto a la predisposición al aprendizaje, se ha incluido en el desarrollo de las sesiones, los juegos matemáticos y se desarrolló algunas de las sesiones fuera del salón de clases al aire libre en contacto con la naturaleza, logrando así despertar la curiosidad e interés por el aprendizaje de los contenidos matemáticos, convirtiéndose los estudiantes en los actores principales en el proceso de aprendizaje.

3.4.2. Aplicaciones pedagógicas de la teoría de Ausubel

Consideramos los siguientes aportes de la teoría de Ausubel en la educación:

- El maestro debe considerar los conocimientos previos del alumno, es decir, se debe asegurar que el contenido a presentar pueda relacionarse con las ideas previas que los estudiantes traen al respecto.
- Organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica, teniendo en cuenta que no sólo importa el contenido sino la forma en que se presenta a los alumnos, de manera tal que sean provechosos en la construcción de los aprendizajes.
- Considerar la motivación como un factor fundamental para que el alumno se interese por aprender, ya que el hecho de que el alumno se sienta contento en su clase, con una actitud favorable y una buena relación con el maestro, hará que esté motivado para aprender.

3.5. Teoría del aprendizaje por descubrimiento

Bruner defiende la posibilidad de que los niños vayan más allá del aprendizaje por condicionamiento. Para Bruner el niño desarrolla su inteligencia poco a poco en un sistema de evolución, dominando primero los aspectos más simples del aprendizaje para poder pasar después a los más complejos.

Bruner sostiene que toda teoría de instrucción debe tener en cuenta los siguientes cuatro aspectos:

- a. La predisposición hacia el aprendizaje.
- b. El modo en que un conjunto de conocimientos puede estructurarse de modo que sea interiorizado lo mejor posible por el estudiante.
- c. Las secuencias más efectivas para presentar un material.
- d. La naturaleza de los premios y castigos.

Matute (2008) sustenta que Bruner enfatiza el contenido de la enseñanza y del aprendizaje, privilegiando los conceptos y las estructuras básicas de las ciencias por ofrecer mejores condiciones para potenciar la capacidad intelectual del estudiante. Indica que la formación de conceptos en los estudiantes se da de manera significativa cuando se enfrentan a una situación problemática que requiere que evoquen y conecten, con base en lo que ya saben, los elementos de pensamiento necesarios para dar una solución, plantea que existe tres tipos de aprendizaje los cuales los pone de manifiesto en su teoría del “Aprendizaje por Descubrimiento”.

3.5.1. Implicaciones educativas de la teoría de Bruner

Las siguientes son las implicaciones de la teoría de Bruner en la educación, y más específicamente en la pedagogía:

- a. **Aprendizaje por descubrimiento:** el instructor debe motivar a los estudiantes a que ellos mismos descubran relaciones entre conceptos y construyan proposiciones.
- b. **Diálogo activo:** el instructor y el estudiante deben involucrarse en un diálogo activo (p.ej., aprendizaje socrático).
- c. **Formato adecuado de la información:** el instructor debe encargarse de que la información con la que el estudiante interactúa esté en un formato apropiado para su estructura cognitiva.
- d. **Currículo espiral:** el currículo debe organizarse de forma espiral, es decir, trabajando periódicamente los mismos contenidos, cada vez con mayor profundidad. Esto para que el estudiante continuamente modifique las representaciones mentales que ha venido construyendo.
- e. **Extrapolación y llenado de vacíos:** La instrucción debe diseñarse para hacer énfasis en las habilidades de extrapolación y llenado de vacíos en los temas por parte del estudiante.
- f. **Primero la estructura:** enseñarle a los estudiantes primero la estructura o patrones de lo que están aprendiendo, y después concentrarse en los hechos y figura.

3.6. Las inteligencias múltiples

Howard Gardner define inteligencias múltiples como el “conjunto de habilidades, talentos capacidades mentales, que denominamos inteligencias”. “Todos los individuos normales poseen cada una de estas capacidades en cierto grado; los individuos difieren en el grado de capacidad y en la naturaleza de la

combinación de estas capacidades”. (Gardner 1993 pp. 32). Sostiene que las inteligencias del ser humano se clasifican en ocho que son las siguientes:

- a. **Lingüístico-Verbal:** Es la habilidad para utilizar el lenguaje oral y escrito para informar, comunicar, persuadir, entretener y adquirir nuevos conocimientos. Permite al estudiante: Aprender idiomas, entender el significado de las palabras, usar palabras eficazmente, explicar eficazmente, memorizar y recordar, desarrollo del sentido del humor y utilizar ambos hemisferios cerebrales.
- b. **Lógica – Matemática:** Utiliza el pensamiento lógico para entender causa y efecto, conexiones, relaciones e ideas. Permite al estudiante: pensar críticamente, ejecutar cálculos complejos, razonar científicamente, establecer relaciones entre diversos aspectos y abstraer y operar con imágenes mentales.
- c. **Corporal – Kinestésica:** Capacidad de utilizar el propio cuerpo para realizar actividades o resolver problemas. Es la habilidad para usar el cuerpo y la mente en la ejecución de destrezas motoras, tareas físicas y en la manipulación de objetos. Está relacionada con el aprendizaje, mediante la realización de movimientos, deportes y teatro. Permite al estudiante: utilizar el cuerpo para expresar ideas y sentimientos, producir y transformar objetos manualmente, controlar movimientos programados o involuntarios, ampliar la conciencia a través del cuerpo, percibir la conexión del cuerpo y la mente, demostrar habilidad para la mímica, mejorar funciones corporales.
- d. **Musical:** Es la habilidad para entender o comunicar las emociones y las ideas a través de la música en composiciones y en su ejecución. También se relaciona con la sensibilidad a la música y los sonidos. Apreciar estructuras musicales, reconocer, crear o reproducir esquemas musicales, manifestar

sensibilidad hacia los sonidos, crear melodías y ritmos, percibir los distintos tonos musicales.

- e. **Visual – Espacial:** Consiste en la habilidad de pensar y formar un modelo mental del mundo en tres dimensiones; permite al estudiante: percibir la realidad, hacer reproducciones mentales, reconocer objetos en diferentes circunstancias, anticipar consecuencias, comparar objetos y relacionar colores, líneas, formas, figuras y espacios.
- f. **Naturalista:** Es la utilizada cuando se observa y estudia la naturaleza. Es la habilidad para interactuar con la naturaleza. Se refiere a la habilidad de reconocer y clasificar plantas, toda la variedad de flora, fauna, rocas y minerales. Permite a los estudiantes: Adaptarse a diversos ambientes, relacionarse con la naturaleza, manifestar conciencia ambiental, identificarse y amar la naturaleza, observar e investigar.
- g. **Interpersonal:** Es la inteligencia que permite entender a los demás. Habilidad para captar los sentimientos y necesidades de los otros. Permite al estudiante: establecer relaciones, ejercer destrezas de liderazgo, trabajar cooperativamente y en forma efectiva, reconocer y establecer distinciones entre personas, establecer comunicación verbal y no verbal, desarrollar empatía con otras personas.
- h. **Intrapersonal:** Habilidad para tomar conciencia de sí mismo y conocer las aspiraciones, metas, emociones, pensamientos, ideas, preferencias, convicciones, fortalezas y debilidades propias. Permite al estudiante: Autoevaluarse, concentrarse, reflexionar, metacognizar, reconocer y expresarse, establecer metas, autodisciplina.

- i. Emocional:** Es la formada por la inteligencia intrapersonal y la interpersonal, y juntas determinan la capacidad de dirigir la propia vida de manera satisfactoria. Es la habilidad de tener conciencia emocional, sensibilidad y manejo de destrezas que nos ayudarán a maximizar la felicidad a largo plazo, Permiten al estudiante: mantener buen entusiasmo, perseverancia, control de impulsos, empatía, espiritualidad, agilidad mental, autoconciencia y motivación. Sensibilidad.

La teoría de las Inteligencias Múltiples presenta una comprensión más amplia del ser humano y de las distintas formas que tiene para aprender, y manifestar sus conocimientos intelectuales y sociales.

Gardner sustenta que para resolver problemas y/o elaborar productos que sean valiosos en una o más culturas, hay muchas maneras y no sólo por medio de la inteligencia matemáticas y lingüísticas. Gardner cree que el propósito de la escuela “debería de ser desarrollar todas las inteligencias y ayudar a las personas a alcanzar metas que sean apropiadas para su inteligencia (la cual tengan más desarrollada). Según Gardner las personas que son ayudadas para hacer ello, van a ser más comprometidas y competentes, por lo tanto, más inclinadas a servir a la sociedad de una manera beneficiosa.

Es importante considerar la teoría de Gardner en la presente investigación pues al aplicar las estrategias didácticas activas en la construcción de los aprendizajes de los discentes se movilizan no solo una sino varias de las inteligencias consideradas.

3.7. La inteligencia emocional

Daniel Goleman (1995) sostiene que la inteligencia emocional, incluye la habilidad de motivarse y persistir frente a las frustraciones, controlar impulsos

regularlos estados de humor, evitar que las desgracias obstaculicen la habilidad para pensar, desarrollar empatía y esperanza, etc. Se trata de una conceptualización más amplia, que considera la inteligencia emocional como una combinación de atributos estrechamente relacionados con la personalidad, distinta del CI, y que suele ir relacionada con competencias ligadas al logro académico y profesional.

El estudiante en el proceso de aprendizaje dentro de la institución educativa se relaciona con los demás, ya sea con sus compañeros de clase, sus profesores, el personal directivo y administrativo, es decir interactúa en un ambiente social, por lo mismo es importante considerar también la parte emocional de los estudiantes, debido a que tendrán mejores oportunidades de lograr sus aprendizajes en un buen a la hora de interactuar con los demás, lo cual fortalece las buenas relaciones personales y contribuye al buen clima escolar y una mejor forma construir el conocimiento en las instituciones de lograr aprendizajes. Los docentes deberán también considerar y potenciar este tipo de inteligencia en los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Respecto a esta dimensión del ser humano Calero (1997), manifiesta que según la percepción de psicólogos y educadores, el aprendizaje no es considerado como una actividad puramente intelectual, por el contrario, se lo caracteriza más bien como un proceso que involucre aspectos mentales, físicos y afectivos, en el que el sujeto incorpora nuevos elementos. Lo cual implica que la parte emocional del estudiante también cuenta en su proceso de enseñanza aprendizaje, luego cualquier situación de aprendizaje necesariamente involucra al sujeto en su totalidad.

3.7.1. Evaluación de los aprendizajes en el Perú

La medida de los aprendizajes, actualmente en nuestro sistema educativo se basa en el DCN (2009), en el cual se establece los criterios para la evaluación de los aprendizajes, para todos los niveles de la EBR y diferentes áreas curriculares. Específicamente, para el nivel secundaria, se miden el aprendizaje en las distintas áreas académicas según ciertos indicadores, los cuales se presenta en el siguiente cuadro, expresados en forma literal y su equivalencia en forma numérica:

Cuadro 1. Escala de Calificación de los Aprendizajes en Educación Básica Regular

Nivel educativo Tipo de calificación	Escala de calificación	Descripción
Educación Secundaria Numérica y Descriptiva	20 - 18	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos, demostrando incluso un manejo solvente y muy satisfactorio en todas las tareas propuestas
	17 - 14	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado.
	13 - 11	Cuando el estudiante está en camino de lograr los aprendizajes previstos, para lo cual requiere acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo.
	10 - 00	Cuando el estudiante está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para el desarrollo de éstos y necesita mayor tiempo de acompañamiento e intervención del docente de acuerdo con su ritmo y estilo de aprendizaje

Fuente: Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular. MINEDU 2009.

3.7.2. Capacidades Matemáticas que se Evalúan

En el Diseño Curricular Nacional (DCN 2009) las capacidades de área que se evalúan son: Razonamiento y Demostración, Comunicación Matemática y Resolución de Problemas.

En fascículo de evaluación (2007) del Ministerio de Educación se considera que la Matemática permite que los estudiantes se enfrenten

a situaciones problemáticas, vinculadas o no a un contexto real, con una actitud crítica. Por ello se debe propiciar que nuestros estudiantes tengan un interés permanente por desarrollar sus capacidades matemáticas para que les sean de utilidad en su vida presente y futura. Lo cual significa que se debe enseñar a usar la Matemática en función del desarrollo de las capacidades: razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas.

Razonamiento y Demostración: La evaluación de la capacidad que tengan los estudiantes para razonar matemáticamente debe ofrecer evidencia de que el estudiante es capaz de:

- Utiliza el razonamiento inductivo para reconocer patrones y formular conjeturas.
- Utilizar el razonamiento para desarrollar argumentos plausibles de enunciados matemáticos.
- Utilizar el razonamiento proporcional y espacial para resolver problemas.
- Utilizar el razonamiento deductivo para verificar una conclusión, juzgar la validez de un argumento y construir argumentos válidos.
- Analizar situaciones para determinar propiedades y estructuras comunes.
- Reconocer la naturaleza axiomática de la Matemática.

Comunicación Matemática: La evaluación de la capacidad de los estudiantes para comunicar debe mostrar evidencias de que estos son capaces de:

- Expresar ideas matemáticas hablando, escribiendo, demostrándolas y representando
- Entender, interpretar y juzgar ideas matemáticas presentadas de forma escrita, oral o visual.

- Utilizar vocabulario matemático, notaciones y estructuras para representar ideas, describir y modelar.

Resolución de Problemas: La evaluación de la capacidad que tengan los estudiantes de utilizar la Matemática para la resolución de problemas debe mostrar evidencia de que los estudiantes son capaces de:

- Formular problemas
- Aplicar Diversas estrategias
- Resolver problemas
- Comprobar e interpretar resultados
- Generalizar soluciones.

3.8. Educación secundaria

Consideramos esta definición, toda vez que nuestra investigación se ha desarrollado con estudiantes del nivel secundario. A consideración del Diseño curricular Nacional de la EBR – MINEDU – PERÚ (2009). La Educación Secundaria es el tercer nivel de la Educación Básica Regular, dura cinco años. Ofrece una formación integral a los estudiantes mediante una formación científica, humanista y técnica. Afianza su identidad personal y social. Profundiza los aprendizajes logrados en nivel de Educación Primaria. Está orientada al desarrollo de capacidades que permitan al educando acceder a conocimientos que le faciliten convivir democráticamente, dedicarse al trabajo y para acceder a niveles superiores de estudio (p.11).

Al finalizar el nivel de Educación Secundaria se aspira a que las y los adolescentes comprendan y apliquen distintos modelos de análisis de problemas y fundamenten siempre sus juicios y evaluaciones sobre propuestas y alternativas. También harán uso de estrategias de pensamiento divergente, Sabrá organizarse de diferentes formas para trabajar en equipo y conocerá como

liderar democrática y eficazmente un grupo. Finalmente, se espera que las y los adolescentes puedan desarrollar emprendimientos tanto a nivel institucional como en la comunidad manejando estilos de gestión efectivos. (Marco Curricular. Lima – 2014, p.43)

Nuestra investigación se desarrolló en el nivel secundario con estudiantes del ciclo VI (segundo grado de secundaria secciones “A” y “B”) y estudiantes del ciclo VII (tercer grado de secundaria secciones “A” y “B”). Estudiantes adolescentes cuyas edades oscilan entre los 13 y 20 años de edad, generalmente en segundo y tercer grado de secundaria deberían tener entre 13 a 15 años de edad, sin embargo en la institución educativa algunos de los estudiantes con quienes se ha desarrollado el estudio tienen mayor edad que el promedio, debido a que han repetido de grado más de una vez, ya sea en el nivel primario o en el nivel secundario. Se trabajó también con un estudiante de 20 años de edad, que se muestra con habilidades diferentes, cabe señalar que la institución educativa debe acogerlos atendiendo a las políticas educativas de inclusión.

Los adolescentes atraviesan por diferentes cambios tanto en el aspecto biológico como emocional, por lo mismo tener conocimiento de esta etapa del desarrollo humano resulta provechoso en el quehacer educativo..

Rice (2000) describe a la sociedad adolescente como una red organizada de relaciones y asociaciones entre ellos. Estas organizaciones estructurales se dividen en subgrupos dentro de un sistema social. Dichos grupos son de las más grandes fuerzas motivadoras de la adolescencia. La cultura adolescente es la suma de las formas de vida de éstos; se refiere a las normas, valores, actitudes y prácticas reconocidas y compartidas por los miembros de la sociedad adolescente como guías de acción apropiadas. Su cultura describe la forma en que piensan, se comportan y viven.

3.9. Competencias curriculares

Las competencias que abordamos en nuestra investigación están establecidas en el Marco Curricular de la EBR., son los siguientes:

1. Para el segundo grado de educación secundaria (ciclo VI): plantea y resuelve problemas con cantidades y magnitudes, que implican la construcción y uso de números y operaciones, empleando diversas representaciones y estrategias para obtener soluciones pertinentes al contexto, (Marco curricular MINEDU. Lima – 2014, p.62). Competencia, dentro de la cual se abordan los contenidos temáticos referentes a las fracciones y sus aplicaciones, desarrollados en nuestra investigación.

2. Para el tercer grado de educación secundaria (ciclo VII): Plantea y resuelve problemas de forma, movimiento y localización de cuerpos que implican su construcción y uso en el plano, y el espacio, empleando relaciones geométricas, atributos medibles, la visualización y el uso de herramientas diversas que permitan conceptualizar el entorno físico, (Marco curricular MINEDU. Lima – 2014, p.63). Competencia, dentro de la cual se abordan los contenidos temáticos de geometría y medida, desarrollados en la presente investigación.

3.10. Estrategias de aprendizaje

Winstein y Mayer (1986) citado por Valle, González, Cuevas, y Fernández (1998), sostienen que, "las estrategias de aprendizaje pueden ser definidas como conductas y pensamientos que un aprendiz utiliza durante el aprendizaje con la intención de influir en su proceso de codificación". Lo que significa que son estrategias que el estudiante utiliza en el proceso de construcción del aprendizaje.

Según Valle, González, Cuevas, y Fernández (1998), las estrategias de aprendizaje constituyen actividades conscientes e intencionales que guían las acciones a seguir para alcanzar determinadas metas de aprendizaje, teniendo en cuenta que cualquier estrategia está bajo el control del estudiante.

De otra parte Monereo, Castelló, Mercé, Palma, y Pérez (1999), sostiene que, las estrategias de aprendizaje son procesos de toma de decisiones conscientes e intencionales, en los cuales el alumno elige y recupera de manera coordinada, los conocimientos que necesita para lograr un determinado objetivo.

3.11. Principios Didácticos

Según, Rosa (1999), los principios didácticos son aquellas verdades primeras, generales y de evidencia inmediata, que son el fruto de la experiencia y el saber de los educadores que se han sucedido a través del tiempo. Seguidamente se hace mención de los principios didácticos:

- a. No enseñar conocimientos, sino enseñar a aprender, a bastarse a sí mismos. Rousseau decía al respecto “menos saber , más aptitud para aprender”
- b. Todo educador debe conocer a sus alumnos en cuanto a sus diferencias individuales, a fin de educarlos en la medida de sus realidades
- c. La educación debe adecuarse a las condiciones del educando y a la realidad socioeconómica y cultural de la comunidad en el que le toca actuar.
- d. Toda acción educativa debe estimular la actividad crítica, la capacidad creativa y la cooperación
- e. Toda lección debe ser preparada, lo contrario es rutina, que es la muerte moral del maestro
- f. Toda lección debe ser consolidada mediante ejercicios de aplicación y, de ser posible, comprobada

- g. La formación del todo es anterior a la formación de las partes. El hombre no se educa por partes, como tampoco actúa por partes, sino con todo su ser ante un estímulo. Kant decía “la educación debe dirigirse a la totalidad del ser. No ejercitar ninguna facultad aisladamente sino en relación con todo el ser”. Este principio guarda estrecha relación con lo que sostiene Gardner es su teoría de las inteligencias múltiples.

3.12. Las estrategias didácticas

Bracker (1980) citado por Silva, E. (2005) establece que, estrategia es “el paradigma o patrón asumido a través de una serie de actividades que ocurren en un determinado tiempo proporcionando resultados concretos a nivel personal y grupal”

Estrategia didáctica, es el conjunto de procedimientos apoyados en técnicas de enseñanza, que tienen por objeto llevar a buen término la acción didáctica, es decir alcanzar los objetivos de aprendizaje (ITESM). Entonces que las estrategias didácticas comprenden una serie de actividades de aprendizaje dirigidas a los estudiantes y adaptadas a sus características, a los recursos disponibles y a los contenidos de las asignaturas que integran el plan de estudio de un programa académico. Las estrategias de enseñanza deben favorecer la comprensión de los conceptos, su clasificación y jerarquización, su reflexión y además desarrollar habilidades cognitivas, destrezas, actitudes y valores. “Las estrategias comprenden el plan diseñado deliberadamente con el objetivo de alcanzar una meta determinada, a través de un conjunto de acciones, que puede ser más o menos amplio, más o menos complejo, que se ejecuta de manera controlada”. (Castellanos et al, 2002, p.35)

Villalobos, E. M. (2002) manifiesta que las estrategias didácticas “son el conjunto de acciones que lleva a cabo el docente con clara y explícita

intencionalidad pedagógica”. Lo que significa que el profesor debe llevar a cabo las sesiones de aprendizaje, utilizando diversas acciones con la finalidad de orientar a los estudiantes en la construcción de sus aprendizajes.

Hernández (1996) al referirse a las estrategias didácticas manifiesta lo siguiente: Desde Comenio hasta Herbart es evidente que el interés por cambiar el sistema y los métodos educativos tradicionales se centra de una forma o de otra, en potenciar las motivaciones, las capacidades y el papel del educando en el proceso. Y esto como es lógico no solo encierra un enfoque ideológico, sino que supone una especial atención a los factores psicológicos del educando y del proceso educativo, con lo que se intenta optimizar la tarea educativa.

3.13. Estrategias Didácticas Activas

Las estrategias didácticas activas, son las aquellas estrategias que se utilizan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, las mismas que están relacionadas con el aprendizaje activo, en donde los estudiantes participan activamente en la construcción del conocimiento. Coinvirtiéndose en el eje principal del sistema educativo.

Al respecto, Aredo, M. A. (2012) citando a Silberman, (1996) argumenta, que aprendizaje activo, son estrategias para lograr aprendizajes constructivistas con participación directa del estudiante, a través de actividades que realizan como actores principales.

De otro lado Fernández (2006) citando a De Ketel (2001) presenta algunas condiciones mínimas que pueden garantizar la utilización de metodologías activas: Primero, el estudiante debe ser confrontado a una situación de partida que sea compleja. Segundo, se le deber solicitar que elabore un producto observable y evaluable en relación con dicha situación. Tercero, en el proceso de elaboración el estudiante, solo o en equipo, está activo convirtiéndose

en el principal actor, situándose el docente en una persona que actúa como guía de la construcción de los aprendizajes.

El docente debe valerse de estrategias didácticas activas para lograr aprendizajes significativos y rendimientos académicos óptimos y lograr una formación integral del estudiantado. Al respecto Calero, M. (1997) sostiene se debe buscar la participación activa de los estudiantes, pues es el discente el principal actor de su aprendizaje. El estudiante es quien observa, interroga, participa, actúa y reflexiona. El docente mantiene su papel de orientador del trabajo en el proceso de la construcción del aprendizaje. En consecuencia la institución educativa debe dar a los estudiantes mayor oportunidad de participación y de trabajo.

Daros (1992), manifiesta que, en la concepción piagetiana, aprender implica construir los conocimientos y la personalidad. En consecuencia, los métodos de aprendizaje serán básicamente activos, constructivos, investigativos, de manera que “cualquier verdad a adquirir sea reinventada por el alumno o al menos reconstruida y no simplemente transmitida”.

Existen diversas estrategias didácticas activas para enseñar y aprender, las cuales son utilizadas en la construcción de los aprendizajes en las distintas materias o áreas curriculares dentro de un proceso educativo. Nuestra investigación se centró en la aplicación de tres estrategias didácticas activas en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje de los contenidos temáticos de Matemática, los juegos matemáticos, la resolución de problemas y el uso de materiales concretos.

3.13.1. Los Juegos Matemáticos

Cuando decimos que los niños aprenden jugando, pensamos en el juego a disposición del aprendizaje y no en la mera acción lúdica. El juego forma parte de las actividades planificadas para el aula, dentro de una secuencia de enseñanza-aprendizaje y, en este sentido, no es un entretenimiento sino una herramienta efectiva y útil para aprender determinados contenidos matemáticos.

El juego como un recurso pedagógico, es considerado una herramienta valiosa porque a través de él se puede lograr que los estudiantes aprendan de forma divertida y participativa, ante esto Decroly y Monchamp (2002), sostiene que: “No es pues sorprendente, entonces, el interés que matemáticos de renombre le dieron a los rompecabezas, paradojas, juegos y otras manifestaciones lúdicas de la Matemática”. Jugar con números, figuras e ideas puede llegar a ser la mejor manera de empezar a conocer la Matemática y más en general, de mejorar nuestra capacidad de pensar con lógica y creatividad. (Gardher Martín 1986, 2).

A. El uso del juego en el aula

Los juegos poseen la ventaja de interesar a los alumnos, con lo que, en el momento de jugar, se independizan relativamente de la intencionalidad del docente y pueden desarrollar la actividad, cada uno a partir de sus conocimientos. Pero la utilización del juego en el aula debe estar dirigida a su uso como herramienta didáctica. Sin embargo se debe tener presente que el jugar no es suficiente para aprender, en tal sentido se debe distinguir entre el uso didáctico del juego y el juego de uso social. Cuando juega, el propósito del estudiante es ganar, tanto dentro como fuera de la escuela. El del docente, en cambio, es que el alumno aprenda algún conocimiento.

Martín, J., Muñoz, J. M. y Oller, A. M. (2009), Respecto a la definición de juego matemático sostienen que es muy difícil definir concretamente el concepto de juego matemático. Sin embargo sostienen que los juegos matemáticos en un sentido muy amplio son matemáticas cargadas de una fuerte componente lúdica.

El modelo de enseñanza constructivista que presenta, INIDE (2008), permite rescatar el componente lúdico de las matemáticas a lo largo de todo el aprendizaje, al mismo tiempo que mantiene constantemente la motivación a través del reto que genera, y la satisfacción del logro.

Para Gardher (1993) las ideas de “juego”, “recreación” y “lúdico” son aproximadamente sinónimas. Así un puzle o un rompecabezas serán considerados juegos matemáticos, tanto como los tradicionales juegos de estrategia (las damas y el ajedrez), los que conlleven alguna componente de azar a (los dados, los juegos de cartas), siempre y cuando se realicen durante su práctica reflexiones en las que se pongan de manifiesto conocimientos matemáticos.

Respecto de la importancia de los juegos matemáticos, Martín, J., Muñoz, J. M. y Oller, A. M. (2009), sostienen que los juegos matemáticos son un buen recurso educativo en todos los niveles educativos, tanto para educación inicial, Educación primaria, Educación secundaria Obligatoria y Bachillerato e incluso en nivel de Educación Universitaria. Los mismos autores también manifiestan que los juegos matemáticos (y en general los juegos) en el aula son beneficiosos por los siguientes motivos:

- **El juego como agente motivador.** Sin duda la adecuada y bien medida implementación de juegos en el aula “rompe” en cierto modo

con el discurso o la clase estándar y por la componente lúdica del juego se deduce que es acogido con agrado por los alumnos puesto que desplaza la enseñanza tradicional de las matemáticas.

- **El juego como agente socializador.** La utilización de juego propuestos en el aula, en grupo de dos o de más integrantes potencian las interrelaciones entre iguales y profesor alumno en igualdad de condiciones y en doble dirección, evitando la dinámica unidireccional de la clase tradicional que va del profesor que da información al alumno que la recibe.
- **El juego como agente integrador.** El juego pone en contacto a niños de grupos culturales y lingüísticos distintos. El reto actual es utilizar los recursos didácticos como herramientas que apoyen en la construcción de los aprendizajes, promoviendo el trabajo cooperativo respetando la multiculturalidad.

B. Ventajas del juego en la enseñanza de la matemática

Salvador, A. Manifiesta algunas ventajas del juego en la enseñanza de la matemática:

1. Ayuda a los estudiantes a adquirir altos niveles de destreza en el desarrollo del pensamiento matemático.
2. Sirve para enseñar contenidos y estrategias de la resolución de problemas.
3. Una clase con un juego es una clase motivadora desde el comienzo hasta el final, produce entusiasmo, diversión, interés, desbloqueo y gusto por estudiar matemáticas.

4. Otros autores argumentan que a través del juego se crea un espacio intermedio entre la realidad objetiva y la imaginaria, lo que permite realizar actividades que realmente no se podría llevar a cabo. Esta idea fue compartida por Vigotsky, que menciona que este espacio supone una zona de desarrollo próximo en el niño.

3.13.2. La Resolución de Problemas

Chi y Glaser (1983), señalan a un problema como una situación en la cual una persona actúa con el propósito de alcanzar una meta utilizando para ello alguna estrategia en particular.

A consideración de Jean Berbaum (2000) “El problema didáctico consiste en concebir una situación que va a poner en acción mental al alumnado”. Lo que significa que el aprendizaje basado en resolución de problemas, genera siempre una situación movilizadora de actitudes que conllevan al desarrollo de las capacidades inherentes al ser humano.

Al referirse a un problema Polya, G. (1961) sostiene que, tener un problema significa buscar, de forma consciente, una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de manera inmediata.

Para Vicente, M. (2000) citado por Aliaga, E. (2014), la resolución de problemas matemáticos, en sus funciones de medio y fin del aprendizaje, constituye una actividad compleja e integral que requiere de la formación de modos de actuación, métodos de solución y procedimientos específicos a partir de los cuales ha quedado estructurado un sistema de habilidades matemáticas, procesos de

construcción de los modos de actuación, métodos de solución o procedimientos específicos inherentes a una actividad matemática determinada que transcurre en todos los eslabones didácticos del proceso docente educativo, así como una metodología para su aplicación práctica.

Godino, Batanero y Font (2003), manifiestan que, la resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje. Los estudiantes deberán tener frecuentes oportunidades de plantear, explorar y resolver problemas que requieran un esfuerzo significativo. Mediante la resolución de problemas matemáticos, los estudiantes deberán adquirir modos de pensamiento adecuados, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza ante situaciones no familiares que les serán útiles fuera de la clase de matemáticas. Incluso en la vida diaria y profesional es importante ser un buen resolutor de problemas.

En tanto, Dijkstra (1991) citado por Roque (2009), advierte que, la resolución de problemas es un proceso cognoscitivo que involucra conocimiento almacenado en la memoria a corto y a largo plazo.

Desde su perspectiva, Poggioli (1998) citado por Roque (2009), sustenta que, la resolución de problemas consiste en un conjunto de actividades mentales y conductuales, a la vez que implica también factores de naturaleza cognoscitiva, afectiva y motivacional.

En las Rutas de Aprendizaje (2014), fascículo general de matemática MINEDU, se considera que, la resolución de problemas es indelible a nuestra existencia como seres sociales. Pues la historia

del hombre está ligado a la resolución de sus problemas y según sus necesidades ello ha dado lugar al avance de la ciencia y la tecnología. En la actualidad la enseñanza de la Matemática en nuestro país tiene un enfoque centrado en la resolución de problemas lo que supone cambios pedagógicos y metodológicos muy significativos, pero sobre todo rompe con la tradicional manera de entender cómo es que se aprende la matemática.

Callejo (1998). Sostiene: El proceso de resolver problemas, viene a ser un conjunto de actividades que se propone a los estudiantes persiguiendo distintas finalidades y cuya resolución exige aplicar diferentes conocimientos, habilidades y capacidades que normalmente forman parte de la programación de Matemática.

Respecto a la resolución de problemas, Alsina (2007) sostiene que esta actividad nos remite a trabajar la realidad a través de ideas y conceptos matemáticos, debiéndose realizar dicho trabajo en dos direcciones opuestas: a partir del contexto deben crearse esquemas, formular y visualizar los problemas, descubrir relaciones y regularidades, hallar semejanzas con otros problemas, y trabajando entonces matemáticamente, hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben volverse a proyectar en la realidad para analizar su validez y significado.

De Guzmán (2007) afirma que, la resolución de problemas tiene la intención de transmitir, de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas. Por medio de este método, el alumno podrá manipular objetos matemáticos, activará su capacidad mental, ejercitará su creatividad, hará metacognición (reflexión sobre su propio aprendizaje), se divertirá, se

preparará para otros problemas y lo que es muy importante, podrá adquirir confianza en sí mismo.

A. Finalidad de la resolución de problemas

El Ministerio de Educación en el Blog de Formación Inicial Docente señala las siguientes finalidades:

- a. Hacer que el estudiante piense productivamente.
- b. Desarrollar su razonamiento.
- c. Enseñarle a enfrentar situaciones nuevas.
- d. Darle la oportunidad de involucrarse con las aplicaciones de la matemática.
- e. Hacer que las sesiones de aprendizaje de Matemática sean más interesantes y desafiantes.
- f. Equiparlo con estrategias para resolver problemas.
- g. Darle una buena base matemática.

B. El proceso de resolución de problemas según Dewey

John Dewey (1933) citado en el Blog de Formación Inicial Docente señala las siguientes fases en el proceso de resolución de problemas:

1. Siente una dificultad: localización de un problema.
2. Se formula y define la dificultad: delimitar el problema en la mente del sujeto o aprendiz.
3. Se sugieren posibles soluciones: tentativas de solución.
4. Se obtienen consecuencias: desarrollo o ensayo de soluciones tentativas.

5. Se acepta o rechaza la hipótesis puesta a prueba.

C. Método de resolución de problemas de Polya

Polya (1965) al desarrollar estudios sobre la forma de resolver un problema matemático, señala que los pasos necesarios para resolver un problema son cuatro, en su método de resolución de problemas.

Primero: Comprender el problema, Comprender el problema se refiere a la familiarización que se debe tener con el contenido del mismo, saber y entender el significado de cada una de las palabras contenidas en él, para lo cual se debería considerar las siguientes preguntas: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria? Con lo cual quedará fijado lo que denominamos los datos del problema.

Segundo: Concebir un plan, Para resolver un problema necesariamente se tiene que pensar de qué manera se puede resolver, tales como, construir una tabla, elaborar un gráfico, por ensayo error, elaborar un esquema, por consiguiente se debe tener en cuenta las siguientes interrogantes: ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema, que le pueda ser útil? ¿Podría emplear el método de un problema similar? ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente?, ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?. Cuidando siempre que se debe determinar la relación entre los datos y la incógnita y la finalidad es obtener un plan de solución.

Tercero: Ejecución del plan, Una vez que se ha elaborado ya un plan o estrategia de solución del problema, se tiene que realizar dicho plan. Al ejecutar su plan en la solución, compruebe cada uno de los pasos. Y para ello se debe tener presente las siguientes preguntas ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?

Cuarto: Examinar la solución obtenida, lo que se denomina visión retrospectiva, para lo cual se debe tener en cuenta las siguientes preguntas ¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe? ¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema? Polya recomienda que para desarrollar la capacidad de resolución de problemas es fundamental estimular, en los alumnos, el interés por los problemas así como también proporcionarles muchas oportunidades de practicarlos.

En rutas de aprendizaje (2013) MINEDU, se presenta el esquema, con los pasos que se realizan en el proceso de resolución de cualquier problema matemático en general.

Cuadro 2. Fases de la Resolución de Problemas

MODELO TEÓRICO	PARA LOS ESTUDIANTES
Comprender el problema	Antes de hacer, vamos a entender
Búsqueda de estrategias y elaboración de un plan	Elaboramos un plan de acción
Ejecutar el plan	Desarrollamos el plan
Desarrollar una visión estratégica	Le sacamos el jugo a la experiencia.

Fuente: Rutas de Aprendizaje (2013) Fascículo 1° y 2° de Educación Secundaria

D. Factores que intervienen en la resolución de problemas

Las investigaciones de Alan Schoenfeld (1985) presentado por Barrantes, (2006), se han centrado en la observación de la conducta de expertos y novicios resolviendo problemas. Su trabajo juega un papel importante en la implementación de las actividades de resolución de problemas. Considera que en este proceso influyen los siguientes factores:

- **El dominio del conocimiento**, que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema; tales como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas para trabajar el problema.
- **Estrategias cognoscitivas**, que incluyen métodos heurísticos; por ejemplo, descomponer el problema en casos simples, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.
- **Estrategias metacognitivas**, que se relacionan con el monitoreo y el control. Están las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias; es decir, acciones tales como planear, evaluar y decidir.
- **El sistema de creencias**, que se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la

manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras.

Roberto Dante (2002) citado en el Blog de Formación Inicial Docente, manifiesta que, “enseñar a resolver problemas es más difícil que enseñar conceptos, habilidades o algoritmos matemáticos. No es un mecanismo directo de enseñanza, pero sí una variedad de procesos de pensamiento que necesitan ser cuidadosamente desarrollados por el estudiante con el apoyo e incentivo del docente”. Lo que significa que el docente debe conocer muy bien los contenidos matemáticos a desarrollar y además usar diversas estrategias de resolución de problemas, de tal manera que conduzca de forma correcta a los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos.

E. Estrategias para resolver problemas.

Para resolver problemas, necesitamos desarrollar determinadas estrategias que, en general, se aplican a un gran número de situaciones. Este mecanismo ayuda en el análisis y en la solución de situaciones donde uno o más elementos desconocidos son buscados. Es importante que los estudiantes perciban que no existe una única estrategia, ideal e infalible de resolución de problemas. Asimismo, que cada problema amerita una determinada estrategia y muchos de ellos pueden ser resueltos utilizando varias estrategias. Se presenta:

- a. Tanteo y error organizados (métodos de ensayo y error).** Se elige soluciones u operaciones al azar y se aplica las condiciones del problema a esos resultados u operaciones hasta encontrar el objetivo o hasta comprobar que eso no es posible. Después de los primeros ensayos ya no se eligen opciones al azar sino tomando en consideración los ensayos ya realizados.

- b. Resolver un problema similar más simple.** Para obtener la solución de un problema muchas veces es útil resolver primero el mismo problema con datos más sencillos y, a continuación, aplicar el mismo método en la solución del problema planteado, más complejo.
- c. Hacer una figura, un esquema, un diagrama, una tabla.** Se puede llegar fácilmente a la solución si se realiza un dibujo, esquema o diagrama; adecuados. Esto ocurre porque se piensa mucho mejor con el apoyo de imágenes que con el de palabras, números o símbolos.
- d. Buscar regularidades o un patrón.** Esta estrategia empieza por considerar algunos casos particulares o iniciales y, a partir de ellos, buscar una solución general que sirva para todos los casos. Es muy útil cuando el problema presenta secuencias de números o figuras. Lo que se hace, en estos casos, es usar el razonamiento inductivo para llegar a una generalización.
- e. Trabajar hacia atrás.** Esta es una estrategia muy interesante cuando el problema implica un juego con números. Se empieza a resolverlo con sus datos finales, realizando las operaciones que deshacen las originales.
- f. Imaginar el problema resuelto.** En los problemas de construcciones geométricas es muy útil suponer el problema resuelto. Para ello se traza una figura aproximada a la que se desea. De las relaciones observadas en esta figura se debe desprender el procedimiento para resolver el problema. Convirtiendo a la imaginación en una herramienta valiosa.

- g. Utilizar el álgebra para expresar relaciones.** Para relacionar algebraicamente los datos con las condiciones del problema primero hay que nombrar con letras cada uno de los números desconocidos y en seguida expresar las condiciones enunciadas en el problema mediante operaciones, las que deben conducir a escribir la expresión algebraica que se desea.

- h. Utilizar gráficos o diagramas,** los gráficos o diagramas en algunos problemas resultan ser de mucha ayuda, al ubicar los datos de los problemas en ellos, resulta ser el camino viable a la respuesta del problema y solución del mismo.

El aprendizaje basado en la resolución de problemas, resulta ser una estrategia didáctica activa que busca que el aprendizaje sea significativo, pues logra desarrollar capacidades de aprendizaje relevantes y otorga protagonismo a los alumnos en la tarea de analizar y resolver el problema y su compromiso a través de todo el proceso de resolución del mismo.

3.13.3. Uso de materiales concretos en la enseñanza-aprendizaje

En el desarrollo de la enseñanza aprendizaje se manifiesta la interacción entre docente y el estudiante donde se establece un vínculo físico y mediador a través de los materiales didácticos que facilitan lo que se enseña y lo que se tiene que aprender; es decir, “en su relación con los alumnos, el docente les facilita el encuentro con la realidad, por medio de ejercicios de mediación, teniendo en cuenta el saber que posee el alumno, procurando combinarlos con los nuevos conocimientos y prácticas a resolver” (Azerédo,2003, p.41).

En la investigación que presenta INIDE (2008) se sustenta que al manipular materiales (como el geoplano) se genera la interacción del estudiante con el objeto de conocimiento. Luego la función del profesor deja de ser la de transmitir contenidos a sus alumnos, con la típica exposición verbal, para convertirse en guía de sus estudiantes, quien promueve la construcción y deconstrucción de conocimientos.

Flores, Lupiañez, Berenguer, Marín y Molina (2011), sostienen que, al emplear materiales y recursos en la enseñanza de las matemáticas se altera el modelo habitual de clase, dando lugar a nuevas características:

- a. La clase adquiere el modelo de laboratorio, los alumnos actúan, para resolver situaciones problemáticas, pueden moverse, manipulan, interactuar, etc., según las características del material empleado.
- b. Las únicas limitaciones se establecen por el propio material y las condiciones del grupo de clase.
- c. Manipular el material tiene una intención didáctica que es provocar el aprendizaje matemático. Para ello el material tiene que ir acompañado de unas actividades bien diseñadas que los alumnos tienen que realizar.
- d. La enseñanza y el aprendizaje comienzan por la resolución de problemas prácticos (no siempre del mundo cotidiano). Sólo después de la resolución se puede llegar a formular las definiciones y propiedades de los conceptos matemáticos. Por tanto se trata de una enseñanza y aprendizaje indirectos, pues los

alumnos aprenden al hacer, cuando van generando destrezas para resolver los problemas, organizando esas destrezas de una manera sistemática que le permita afrontar problemas más complejos.

- e. Cuando trabajan con los materiales para realizar las actividades los alumnos tienen libertad de actuación. Sólo se corrigen aquellas conductas que pueden deteriorar el material, que molestan a los compañeros o que pueden distraer la atención. Por tanto no se evitan los errores o los caminos infructuosos.
- f. Como la actuación se presta a interpretaciones individuales el trabajo se complementa con una puesta en común de los resultados obtenidos, con lo que se obliga a que justifiquen, validen y formulen las apreciaciones que se han realizado.

Se da la debida importancia a los materiales concretos al considerar que, “Los materiales manipulativos o concretos, especialmente, en los primeros ciclos, son un apoyo importante para el aprendizaje de la matemática” (Rutas de aprendizaje 2013. Fascículo general de Matemática: p-17).

El material didáctico tiene que seducir a los estudiantes, tiene que invitarlos a que lo tomen, lo analicen y manipulen. Porque a través de la interacción con el material, es que los estudiantes logran entrar en contacto con los contenidos temáticos.

A. Clasificación de los materiales didácticos

Tomando en cuenta las consideraciones de Gutiérrez (2010) los materiales didácticos se clasifican en:

Materiales no estructurados: Son materiales de uso cotidiano adecuados para tomar un contacto inicial con las nociones lógico-matemáticas, como: hilos, agua, harina, hojas papel, papelotes, alimentos, etc.

Materiales estructurados: Son aquellos materiales que han sido diseñados primordialmente para el aprendizaje de un contenido matemático concreto, tales como: bloques lógicos, geoplano, el tangram, etc.

Dentro de la estrategia didáctica activa uso de materiales concretos, en la presente investigación se considera como materiales didácticos o de enseñanza aprendizaje a los objetos de su propio entorno como: pisos, paredes, casas, canchas deportivas, árboles, etc., los cuales son usados adecuándolos a los campos temáticos a estudiar, ellos también resultan ser muy útiles para que los alumnos construyan sus aprendizajes de forma contextualizada y ambientes libres cuando las sesiones se desarrollan fuera del aula.

B. Importancia del uso de material educativo concreto

Siempre que se piense en desarrollar las capacidades matemáticas para resolver problemas, el proceso óptimo de enseñanza y aprendizaje debería incluir la manipulación de distintos materiales, ya que solo mediante una enseñanza diversificada, rica en recursos y estrategias para abordar un mismo aprendizaje, conseguiremos que se construyan significados y atribuyan sentido al aprendizaje escolar. Después de este trabajo manipulativo con materiales concretos se puede pasar a utilizar, progresivamente, recursos más elaborados de “representación matemática”, por ejemplo: calculadoras gráficas, hojas de cálculo, instrumentos de medición e inclusive simuladores virtuales.

Entre las ventajas que aportan los materiales didácticos concretos en la formación matemática de los estudiantes se pueden mencionar las siguientes:

- a. Proporcionan información y guían el aprendizaje, es decir, aportan una base concreta para el pensamiento conceptual y contribuyen a construir los aprendizajes.
- b. Desarrollan la continuidad de pensamiento, hacen que el aprendizaje sea más duradero y brindan una experiencia real que estimula la creatividad de los estudiantes.
- c. Despiertan el interés de los estudiantes, facilitan la evaluación de los aprendizajes mediante la técnica de observación sistemática y promueven la comunicación entre los estudiantes.
- d. El uso de materiales concretos hace que los estudiantes se sientan más motivados para el aprendizaje de las matemáticas y desarrollen fácilmente sus capacidades y competencias.

3.14. La matemática

La matemática (del latín *mathematica*, y este del griego *μαθηματικά*, derivado de *μάθημα*, “conocimiento”) es una ciencia formal que, partiendo de axiomas y siguiendo el razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones entre entidades abstractas con números, figuras geométricas, o símbolos, pese a que también es discutido su carácter científico. Las matemáticas se emplean para estudiar relaciones cuantitativas, estructuras, relaciones geométricas y las magnitudes variables.

Godino (2003) manifiesta que, la matemática es un sistema comunicativo-representativo en el que está escrito el desarrollo de las demás ciencias; gracias a ello ha habido un desarrollo dinámico y combinado de la ciencia-tecnología, que ha cambiado la vida del ciudadano moderno. En las últimas décadas, la matematización ha alcanzado diversas disciplinas científicas (economía, química, ciencias sociales, entre otras). Por ejemplo, en medicina se realizan estudios epidemiológicos de tipo estadístico, también es necesario cuantificar el estado de un paciente (temperatura, pulsaciones, etcétera) y seguir su evolución, mediante tablas y gráficos, comparándola con los valores promedios en un sujeto sano.

Todo ciudadano está dotado para la matemática de forma natural, presentándose en la educación de manera formal e informal. Su desarrollo es fruto de la vida misma de la persona relacionada con diversos aspectos.

3.14.1. Importancia de la enseñanza de la matemática

Según Godino (2000) la importancia de la enseñanza de las matemáticas radica en lo siguiente:

- La matemática es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir competencias numéricas, geométricas, estadísticas y de medida suficientes para desenvolverse en su vida diaria, así como para leer e interpretar información matemática.

- Es útil para la vida posterior, ya que en todas las profesiones se precisan unos conocimientos de diverso nivel de sofisticación sobre las matemáticas.
- Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva.
- Ayuda a comprender los restantes temas del currículo, tanto de la educación obligatoria como posterior, que con frecuencia se apoyan en cálculos, conceptos o razonamientos matemáticos.

El estudio de la matemática sirve de base en el conocimiento humano, sobre todo la matemática aplicada ya que contribuye al desarrollo de la ciencia y la tecnología.

La enseñanza de las matemáticas se define como “un proceso donde el alumno construye sus propios conocimientos mediante una serie de estrategias que él mismo desarrolla con un conjunto de operaciones mentales” (Mauri, 2004, p.28).

Resulta imprescindible considerar el aprendizaje fundamental para el área de Matemática, el cual se desea que alcancen nuestros estudiantes según el Marco curricular, MINEDU (Lima - 2014) **“Construir y usar la matemática en y para, la vida cotidiana, el trabajo, la ciencia y la tecnología”**. Lo cual admite que todos los estudiantes en la EBR según el ciclo en que se encuentra, plantean y resuelven diversos problemas en situaciones de contexto real, matemático y/o científico que implican la construcción y el uso de saberes matemáticos, empleando diversas estrategias, argumentando y valorando sus procedimientos y resultados.

3.15. Definición de términos básicos

Estrategias Didácticas: Es el conjunto de procedimientos apoyados en técnicas de enseñanza, que tienen por objeto llevar a buen término la acción didáctica, es decir alcanzar los objetivos de aprendizaje. Se refiere a las rutas que debe seguir el docente apoyado por las técnicas y los materiales que debe utilizar para lograr que los estudiantes logren aprendizajes duraderos, los cuales le sirvan de base para construir nuevos aprendizajes que les será de utilidad en su formación integral.

Estrategias Didácticas Activas: Son un conjunto de procedimientos de enseñanza-aprendizaje que incentivan la participación activa de los estudiantes en la construcción de sus aprendizajes, convirtiéndose el estudiante en el actor principal de la edificación del conocimiento.

Resolución de problemas: Es considerada la parte más esencial de la educación matemática. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las Matemáticas.

Juegos matemáticos: Son actividades recreativas en donde interviene la lógica y el cálculo con la finalidad de divulgar de manera entretenida y divertida los conocimientos ideas o problemas matemáticos.

El aprendizaje: Es el proceso a través del cual se adquiere o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento y la observación.

Aprendizaje de la Matemática: Es el proceso a través de cual el estudiante construye y reconstruye conocimiento matemático, mediante una serie de estrategias que él mismo desarrolla o que le son facilitas por el docente, el cual

implica numerosos sistemas de representaciones, verbales, gráficos, simbólicos y analíticos a partir del contexto, para el desarrollo de la actividad matemática que involucra la activación de las capacidades matemáticas.

Aprendizaje Significativo: El aprendizaje significativo o relevante es aquel que el estudiante ha logrado interiorizar y retener luego de haber encontrado un sentido teórico o una aplicación real para su vida; este tipo de aprendizaje va más allá de la memorización, ingresando al campo de la comprensión, aplicación, síntesis y evaluación.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

4. Hipótesis de investigación

4.1. Hipótesis central

La aplicación de las estrategias didácticas activas influye significativamente en el mejoramiento del aprendizaje de la Matemática en la I.E. “Amalia Puga de Lozada” Ichocán-2014.

4.2. Hipótesis específicas

1. La utilización de juegos matemáticos como estrategia didáctica activa ayuda a mejorar el aprendizaje de la Matemática.
2. La aplicación de la resolución de problemas como estrategia didáctica activa ayuda a mejorar el aprendizaje de la Matemática.
3. La utilización de materiales concretos en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje ayuda a mejorar el rendimiento en el área de Matemática.

5. Variables

Variable independiente: Estrategias didácticas activas.

Variable dependiente: Aprendizaje de la Matemática

6. Matriz de operacionalización de Variables

VARIABLES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL Y OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTOS
VI. Estrategias Didácticas Activas	<p>CONCEPTUAL</p> <p>Son un conjunto de procedimientos de enseñanza-aprendizaje que incentivan la participación activa de los estudiantes en la construcción de sus aprendizajes, convirtiéndose el estudiante en el actor principal de la edificación del conocimiento.</p> <p>OPERACIONAL</p> <p>Las estrategias didácticas activas se convierten en herramientas muy útiles en la mejora de la construcción de los aprendizajes.</p>	Juegos matemáticos	<ul style="list-style-type: none"> - Sudoku de fracciones - Rompecabezas hexagonal de fracciones - Juego de cartillas con fracciones - Tangram - Juego de carteles con fracciones - Juego con cerillos sobre construcción de polígonos. - Juego relaciona ángulos y su medida con cartillas. - Juego El Cuadrado de Arquímedes. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ficha de observación ▪ Ficha de encuesta ▪ Guía de entrevista
		Resolución de problemas.	- Método de Polya	
		Uso de materiales concretos	<ul style="list-style-type: none"> - Material concreto estructurado (geoplano) - Material concreto no estructurado (edificaciones, canchas de deporte, alimentos, hilos plantas) 	
VD. Aprendizaje de la Matemática	<p>CONCEPTUAL</p> <p>Proceso de construcción y reconstrucción de conocimiento matemático que el aprendiz desarrolla activamente en interacción con su entorno social y físico en un contexto determinado, mediante una serie de estrategias que él mismo desarrolla o que le son facilitas por el docente, dentro del cual desarrolla capacidades Matemáticas.</p> <p>OPERACIONAL</p> <p>Proceso activo que desarrollan los estudiantes de secundaria, lo cual les permite construir participativamente los conocimientos matemáticos.</p>	Razonamiento y Demostración	<p>Matematiza y argumenta:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica y justifica conceptos matemáticos. <p>Números racionales 2° Grado</p> <p>Geometría básica 3° Grado</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Pre test ▪ Post test
		Comunicación Matemática	<p>Representa y Comunica:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Realiza representaciones gráficas de fracciones. 2° Grado. - Compara fracciones construyendo su grafica .2° Grado - Construye polígonos convexos y cóncavos. 3° Grado - Relaciona objetos reales con conceptos básicos de la geometría plana. 3° Grado - 	
		Resolución de Problemas	<p>Elabora estrategias, Representa, Comunica usando el método de Polya</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comprender el problema - Concebir un plan - Ejecución del plan - Examinar la solución obtenida 	

4. Población

El universo de investigación está constituido por 145 estudiantes, correspondiente a 8 secciones de la institución educativa “Amalia Puga de Lozada” del distrito de Ichocán – San Marcos, del 1° , 2°, 3°, 4° y 5° grados de educación secundaria. Se presenta en el siguiente cuadro.

Cuadro 3. Población: Estudiantes de la I.E. “Amalia Puga de Lozada”

CICLOS	GRADO	SECCIONES	N° DE ALUMNOS
VI CICLO	Primero	A	24
	Primero	B	24
	Segundo	A	14
	Segundo	B	14
VII CICLO	Tercero	A	13
	Tercero	B	13
	Cuarto	Única	23
	Quinto	Única	20
TOTAL			145

FUENTE: Nominas de la Institución Educativa “APL” Ichocán – 2014

5. Muestra

Debido a la naturaleza del estudio en nuestra investigación se ha considerado una muestra dirigida según (Hernández, Fernández y Baptista, P. 2010), pues se han considerado por conveniencia dos grados de estudiantes de toda la institución educativa. Los grupos ya estaban constituidos de manera natural antes de iniciar la investigación, se trabajó con todos los estudiantes de segundo grado y tercer grado de secundaria de las secciones A y B.

Cuadro 4. Muestra de Investigación.

CICLOS	GRADO	SECCIONES	GRUPO	N° DE ALUMNOS
VI CICLO	Segundo	A	Control	13
	Segundo	B	Experimenta	14
VII CICLO	Tercero	A	Experimental	13
	Tercero	B	Control	13
TOTAL				53

Fuente: estudiantes conformantes de los grupos control y experimental 2° y 3° I.E. APL.

6. Unidad de análisis

Cada uno de los Estudiantes de la Institución Educativa Amalia Puga de Lozada que integran los grupos experimentales y los grupos de control (segundo y tercer grado de secundaria secciones “A” y “B”).

7. Tipo de Investigación

Explicativo, porque se determinó el efecto de la variable independiente (estrategias didácticas activas) sobre la variable dependiente (rendimiento académico).

8. Diseño de investigación

Cuasi experimental, porque no se tiene el control total de las variables y se va a trabajar con dos tipos de variables una independiente y otra dependiente, y con dos grupos intactos: un grupo experimental y un grupo de control, en este diseño de investigación los grupos ya están formados antes del experimento. (Hernández, Fernández y Baptista, P. 2010). Se tomaron cuatro grupos de educación secundaria, todos los alumnos de segundo y tercer grado, secciones A y B. De los cuales, dos grupos fueron de control y dos los grupos experimentales. Se le aplicó el estímulo,

aplicación de estrategias didácticas activas, a los grupos experimentales y a los otros no, para determinar los resultados obtenidos, luego de la investigación.

El esquema es el siguiente:

X1, X2 E-----X3, X4
 Y1, Y2 Y3, Y4

Donde X1, X2 grupos experimental antes del estímulo (pre test) y X3, X4 grupos experimental luego del estímulo (post test). Y1, Y2 grupos control (pre test) y Y3, Y4 grupos control (post test).

Para la realización de proceso investigativo (Cuasi experimental) se construyeron inicialmente: el Pre test y Post test, para ser aplicados al grupo control y experimental, además de ello se elaboraron la ficha de observación, la ficha de encuesta y la ficha de entrevista que se aplicaron solamente a los grupos experimentales, para el recojo de información relevante.

9. Técnicas e instrumentos de recolección y procesamiento de datos

Los datos fueron recolectados a través de los siguientes instrumentos: el pre test (apéndice 1A y 1B) se aplicó a ambos grupos tanto al grupo control como al grupo experimental, para obtener información sobre el nivel de aprendizaje en el área de Matemática antes de iniciar la investigación. Se aplicó la ficha de observación (apéndice 2A y 2B) a los dos grupos experimentales, para recoger información durante el desarrollo de las sesiones de aprendizaje con la aplicación de las estrategias didácticas activas. Luego del trabajo de aplicación de las estrategias didáctica activas se aplicó el post test (apéndice 3A y 3B) el cual sirvió para obtener información del rendimiento académico luego de la aplicación de las estrategias didácticas activas (juegos matemáticos, resolución de problemas y uso de materiales concretos). También se aplicó la encuesta

(apéndice 4A y 4B) a los dos grupos experimentales, para recoger información respecto el desarrollo de las sesiones de aprendizaje con la aplicación de las estrategias didácticas. Finalmente se aplicó la entrevista (apéndice 5A y 5B) a los alumnos de los grupos experimentales para recoger información de opinión respecto del trabajo realizado durante la aplicación de las sesiones de aprendizaje con la aplicación de estrategias didácticas activas.

La aplicación de las estrategias didácticas activas, se desarrolló en las sesiones de aprendizaje con los dos grupos experimentales. Dicho trabajo se realizó siguiendo la programación de la unidad (apéndice 6A y 6B), y del programa de estrategias didácticas activas para mejorar el aprendizaje de la matemática (apéndice 7).

El procesamiento de los datos recogidos en nuestra investigación, se llevó a cabo utilizando el programa Excel y el paquete estadístico SPSS 22

10. Validez y confiabilidad de los instrumentos de investigación

Validez: Los instrumentos de investigación han sido validados por juicio de expertos.

Confiabilidad: La confiabilidad de los instrumentos se determina con una prueba piloto.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El presente capítulo contiene la presentación, interpretación y discusión de los resultados de nuestra investigación, indicada por dimensiones y en forma general.

1. Resultados por dimensiones de la variable Aprendizaje de la Matemática del pre test y post test en segundo grado de secundaria.

A. Dimensión Razonamiento y Demostración

TABLA 1. Comparación del nivel de aprendizaje en la capacidad Razonamiento y Demostración, Segundo Grado

	PRE TEST				POST TEST			
	2A CONTROL		2B EXPERIM		2A CONTROL		2B EXPERIM	
	f	%	F	%	f	%	f	%
inicio	13	100%	14	100%	7	54%	2	14%
proceso	0	0%	0	0%	6	46%	4	29%
logro previsto	0	0%	0	0%	0	0%	6	43%
logro destacado	0	0%	0	0%	0	0%	2	14%
TOTAL	13	100%	14	100%	13	100%	14	100%

Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. APL

Resultados

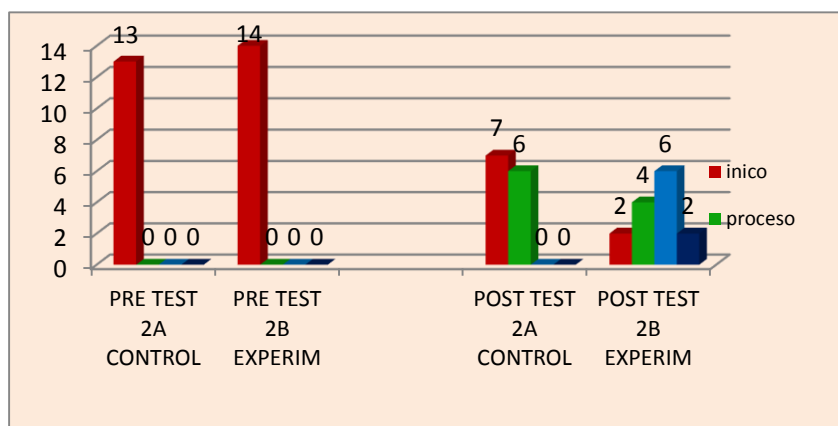
En la tabla 1, se presenta los resultados del pre test y post test, para la dimensión Razonamiento y Demostración, en el segundo grado de secundaria. Se aprecia que, ambos grupos tanto control como experimental parten de iguales condiciones, un 100% de estudiantes en el nivel de logro inicio según los resultados del pre test, lo que significa que está iniciando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para el desarrollo de éstos por lo que necesita mayor tiempo de acompañamiento e intervención

del docente de acuerdo a su ritmo y estilo de aprendizaje. Después de desarrollar las clases de forma tradicional, en el grupo control, se obtiene como resultados del post test: el 54% de estudiantes se ubican en el nivel de logro “en inicio” y el 46% en nivel de logro “en proceso”. En cambio los estudiantes del grupo experimental luego de desarrollar las sesiones aplicando las estrategias didácticas activas: el 43% de estudiantes se ubican en el nivel de “logro previsto” y el 14% alcanzan el nivel de aprendizaje “logro destacado”, entonces se observa que el 57% de alumnos del grupo experimental de estudiantes del segundo grado alcanzan el nivel de aprendizaje satisfactorio.

Discusión

Nuestra investigación guarda una relación directa con Fajardo (2004), en el punto que sostiene que la orientación metodológica es un factor que orienta mejor la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, lo cual al aplicar estrategias didácticas activas en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje con los estudiantes del grupo experimental, en el segundo grado de secundaria, se lograron mejores niveles de aprendizaje en cuanto a la capacidad de Razonamiento y Demostración. Con ello se demuestra que la aplicación de las estrategias didácticas activas tiene una influencia significativa en el aprendizaje de la Matemática, toda vez que se los estudiantes del grupo control alcanzan mejor nivel de aprendizaje.

Gráfico 3. Comparación del Nivel de Aprendizaje en Segundo Grado en la Capacidad Razonamiento y Demostración



Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. APL

Se aprecia en el segundo grado, que ambos grupos parten de similares condiciones en los resultados del pre test, cambia esta situación en los resultados del post test, en donde el grupo experimental eleva el nivel aprendizaje de manera significativa en comparación con el grupo control, en la dimensión Razonamiento y Demostración. Apreciándose que los estudiantes del grupo experimental alcanzan el nivel de logro de aprendizaje más alto, logro destacado, en tanto de los estudiantes del grupo control no alcanzan dicho nivel de logro, alcanzando solamente el nivel de logro de aprendizaje en proceso.

B. Dimensión Comunicación Matemática

TABLA 2. Comparación del nivel de aprendizaje en la capacidad de Comunicación Matemática, Segundo Grado.

	PRE TEST				POST TEST			
	2A CONTROL		2B EXPERIM		2A CONTROL		2B EXPERIM	
	f	%	f	%	f	%	f	%
inicio	13	100%	14	100%	7	54%	2	14%
proceso	0	0%	0	0%	6	46%	3	21%
logro previsto	0	0%	0	0%	0	0%	8	57%
logro destacad	0	0%	0	0%	0	0%	1	7%
TOTAL	13	100%	14	100%	13	100%	14	100%

Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. APL

Resultados

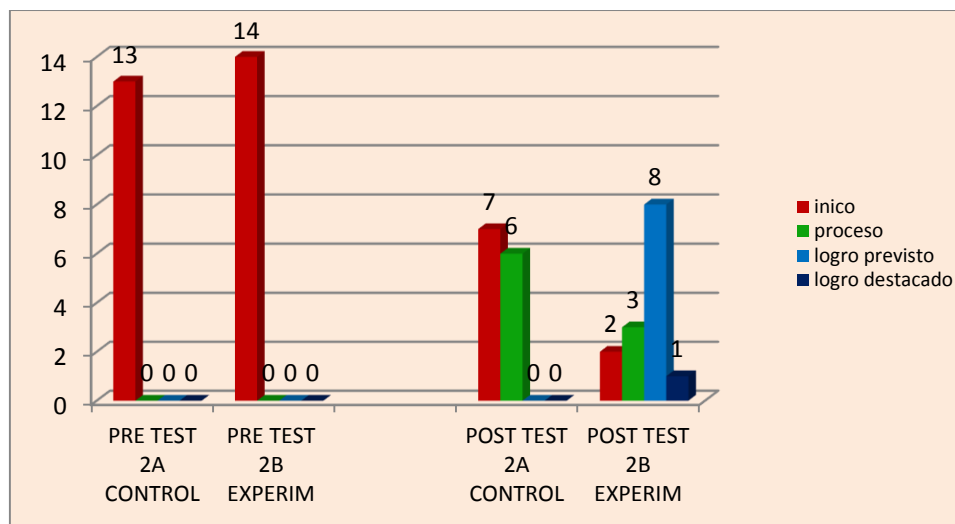
En la tabla 2, en la dimensión de comunicación matemática, tanto el grupo experimental como el grupo de control según los resultados del pre test presentan similares condiciones, pues se observa que el 100% de estudiantes reportan un logro de aprendizaje en inicio. En el post test el grupo control, luego de desarrollar las sesiones de aprendizaje de forma tradicional, clases expositivas, tenemos que el 54% de estudiantes se encuentran en nivel inicio y el 46% alcanza el nivel de logro en proceso. En tanto que los estudiantes de grupo experimental luego de desarrollar las sesiones de aprendizaje con la aplicación de las estrategias didácticas activas, alcanza un nivel de aprendizaje de logro previsto el 57%

y logro destacado el 7, llegando alcanzar el nivel de logro satisfactorio el 64%. Lo cual demuestra que la aplicación de las estrategias didácticas activas influye significativamente en la mejora del aprendizaje de la matemática, toda vez que se comprueba que los alumnos del grupo experimental obtienen mejor nivel de aprendizaje.

Discusión

Los estudiantes del grupo experimental alcanzan mejor nivel de aprendizaje en la dimensión Comunicación Matemática, en la que se desarrollan sobre todo las capacidades representan, utiliza y comunica los conocimientos matemáticos. Dichas capacidades se desarrollan especialmente cuando se hace uso de materiales concretos, por lo que concordamos con lo que manifiestan Villarroel y Sgreccia (2011) cuando manifiestan que los materiales didácticos favorecen el aprendizaje de los conceptos matemáticos toda vez que se convierten en facilitadores y potenciadores intelectuales de las habilidades del aprendizaje.

Gráfico 4. Comparación del Nivel de Aprendizaje en Segundo Grado en la Capacidad Comunicación Matemática



Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. APL

Se ha logrado mejorar el aprendizaje en el grupo experimental en esta dimensión, debido a que se ha hecho uso de materiales concretos como una de las estrategias didácticas activas, en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje (Villarroel y Sgreccia, 2011) y (Azerédo.2003, p.41) puesto que se verifica que el uso de materiales concretos, por los estudiantes, facilita el encuentro con la realidad lo cual es de mucha importancia a la hora de construir el aprendizaje de la Matemática.

C. Dimensión Resolución de Problemas

TABLA 3. Comparación del nivel de logro de aprendizaje en la capacidad Resolución de Problemas, Segundo Grado

	PRE TEST				PRE TEST			
	2A CONTROL		2B EXPERIM		2A CONTROL		2B EXPERIM	
	f	%	f	%	f	%	f	%
inicio	13	100%	14	100%	7	54%	2	14%
proceso	0	0%	0	0%	6	46%	4	29%
logro previsto	0	0%	0	0%	0	0%	5	36%
logro destacad	0	0%	0	0%	0	0%	3	21%
TOTAL	13	100%	14	100%	13	100%	14	100%

Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. APL

Resultados

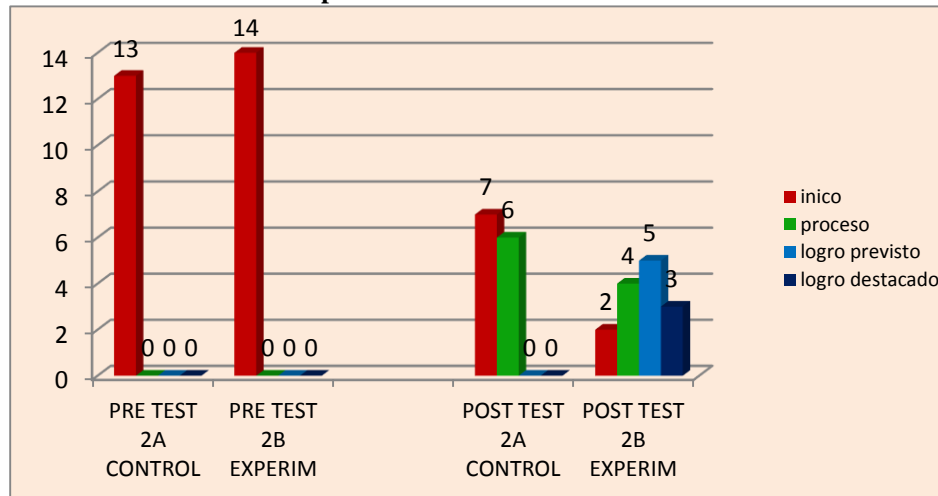
En la tabla 3, capacidad de resolución de problemas se observa que ambos grupos, control y experimental, parten de similares situaciones de nivel de logro, el 100% de estudiantes se encuentran en el nivel de logro “en inicio” Luego de desarrollar las sesiones de aprendizaje de forma tradicional en el grupo control, los estudiantes obtienen los siguientes resultados: el 54% el nivel de logro “en inicio” y el 46% el nivel de logro “en proceso”. Pero el grupo experimental luego de desarrollar las clases haciendo uso de las estrategias didácticas activas obtienen los siguientes resultados: el 36% se ubican en el nivel de aprendizaje “logro previsto” y el 21% de estudiantes obtienen el nivel de aprendizaje “logro destacado”. Dichos resultados muestran que la aplicación de

estrategias didácticas activas influye significativamente en el aprendizaje de la Matemática. Con lo cual se verifica la hipótesis de investigación.

Discusión

Los resultados obtenidos en la dimensión Resolución de Problemas presentados líneas arriba guarda una estrecha relación con lo que sostienen Fajardo (2004), en la parte que considera que la orientación metodológica es un factor que pudiera mejorar la enseñanza-aprendizaje de la matemática. Pues podemos apreciar que el nivel de aprendizaje se ha elevado en el grupo experimental luego de la aplicación del método de Polya para resolver los problemas matemáticos como una metodología activa en donde los estudiantes resuelven problemas matemáticos siguiendo una secuencia de cuatro pasos propuestos por Polya, de esta manera resuelven los problemas comprendiendo el problema y el proceso mismo de resolución.

Gráfico 5. Comparacion del Nivel de Aprendizaje en Segundo Grado en la Capacidad Resolución de Problemas



Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. APL

Se alcanza mejores niveles de aprendizaje en los estudiantes del grupo experimental debido a la aplicación de la estrategia didáctica activa, resolución de problemas utilizando el método de Polya, lo cual ayuda de manera significativa en la mejora del

aprendizaje de la Matemática, ya que se potencian varias capacidades de los estudiantes, luego nuestra investigación guarda una relación directa con Godino, Batanero y Font (2003) cuando revelan que, la resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje, donde los estudiantes deberán tener frecuentes oportunidades de plantear, explorar y resolver problemas que requieran un esfuerzo significativo.

2. Resultados por dimensiones de la variable Aprendizaje de la Matemática del pre test y post test en tercer grado de secundaria.

A. Dimensión Razonamiento y Demostración

TABLA 4. Comparación del nivel de logro de aprendizaje en la capacidad Razonamiento y Demostración, Tercer Grado

	PRE TEST				POST TEST			
	3B CONTROL		3A EXPERIM		3B CONTROL		3A EXPERIM	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Inicio	13	100%	13	100%	3	23%	2	15%
proceso	0	0%	0	0%	7	54%	2	15%
logro previsto	0	0%	0	0%	3	23%	6	46%
logro destacad	0	0%	0	0%	0	0%	3	23%
TOTAL	13	100%	13	100%	13	100%	13	100%

Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del tercer grado de secundaria de la I.E. APL

Resultados

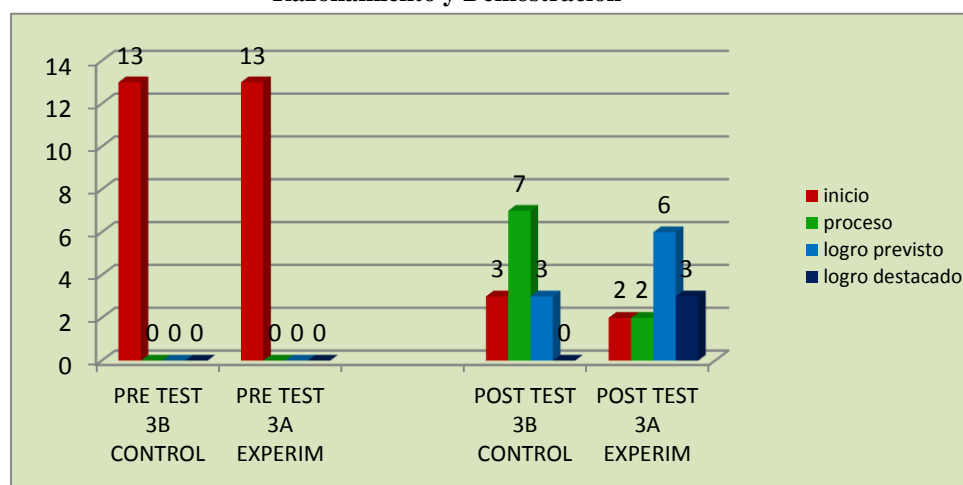
En los estudiantes de tercer grado de secundaria, se aprecia que ambos grupos control y experimental parten de similares condiciones con un nivel de logro de aprendizaje de 100% de estudiantes en el nivel inicio. Luego de la aplicación del estímulo, estrategias didácticas activas, el grupo experimental alcanza los siguientes resultados: el 46% de estudiantes alcanza el nivel de aprendizaje “logro previsto” y el 23% alcanzan el nivel de aprendizaje “logro destacado”. En cambio el grupo control luego de desarrollar las clases de forma tradicional obtiene los siguientes resultados: 54% se encuentran en el

nivel de aprendizaje “en proceso” 23% alcanza el nivel de “logro previsto”. La diferencia que se deja notar es que en el grupo experimental, un 23% de estudiantes alcanzan el nivel de “logro destacado” en cambio en el grupo control no presenta estudiantes en este nivel de aprendizaje.

Discusión

De acuerdo a los resultados obtenidos en esta dimensión de la tabla 4, nuestra investigación guarda una estrecha relación con Vélez (2009) quien aduce que los métodos activos son más efectivos que los métodos pasivos, pues en similar condiciones en la presente investigación, se ha trabajado el desarrollo de las sesiones de enseñanza-aprendizaje aplicando estrategias didácticas activas en donde los alumnos trabajan participativamente en la construcción de sus aprendizajes. Como consecuencia de ello se ha logrado mejorar el aprendizaje de la matemática el grupo experimental, tal como se verifica con los resultados tenidos.

Gráfico 6. Comparación del Nivel de Aprendizaje en Tercer Grado en la Capacidad Razonamiento y Demostración



Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del tercer grado de secundaria de la I.E. APL

Se evidencia la influencia significativa de la aplicación de las estrategias didácticas activas en el mejoramiento del aprendizaje de la Matemática, en los estudiantes de tercer

grado de educación secundaria, con lo cual se verifica el cumplimiento de las hipótesis de investigación.

B. Dimensión de Comunicación Matemática

TABLA 5. Comparación del nivel de logro de aprendizaje en la capacidad Comunicación Matemática, Tercer Grado

	PRE TEST				POST TEST			
	3B CONTROL		3A EXPERIM		3B CONTROL		3A EXPERIM	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Inicio	12	92%	13	100%	4	31%	2	15%
Proceso	1	8%	0	0%	8	61%	3	23%
logro previsto	0	0%	0	0%	1	8%	7	54%
logro destacad	0	0%	0	0%	0	0%	1	8%
TOTAL	13	100%	13	100%	13	100%	13	100%

Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del tercer grado de secundaria

Resultados

En la tabla 5, capacidad de comunicación matemática los estudiantes del grupo control como resultado del pre test, muestran los siguientes resultados: el 92% de estudiantes alcanzaron el nivel de aprendizaje “en inicio” y un 8% evidencia el nivel “en proceso”, en tanto que el grupo experimental el 100% de los estudiantes parte del nivel de aprendizaje “en inicio”. Posteriormente al desarrollo de la investigación los estudiantes de grupo control evidencian un nivel de logro previsto solo el 8%, en tanto que el grupo experimental muestran un nivel de logro previsto el 54% y logro destacado el 8%. Notándose pues que en el grupo experimental, el 62% de estudiantes obtienen los niveles de aprendizaje más altos. De ello se advierte que la aplicación de las estrategias didácticas activas influye significativamente en el aprendizaje de la Matemática, toda vez que se evidencian mejoras en los resultados del post test para el grupo experimental.

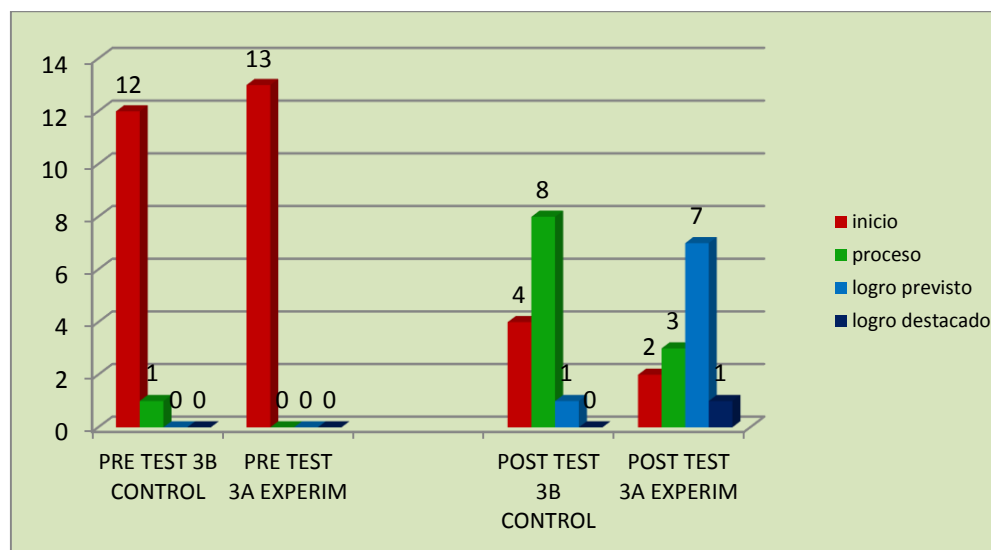
Discusión

Los resultados obtenidos en la presente investigación en la dimensión de Comunicación Matemática en el tercer grado, guarda una relación directa con Villarroel y Sgreccia

(2011), donde ellos revelan que los materiales concretos facilitan y potencian las habilidades geométricas, pues en nuestra investigación al trabajar con materiales concretos, se han conseguido que los estudiantes del grupo experimental ,desarrollen sus habilidades geométricas y como producto de ello se evidencia mejores niveles de logro en los resultados de la tabla 5.

Los resultados de la presente investigación también tienen una relación directa con Jáuregui (2002) quien indica que la aplicación de Estrategias Activas contribuye en la mejora de los aprendizajes en el área de Lógico-Matemática. Situación similar hemos logrado en nuestra investigación pues de ello dan fe los resultados obtenidos.

Gráfico 7. Comparacion del Nivel de Aprendizaje en Tercer Grado en la Capacidad Comunicación Matemática



Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del tercer grado de secundaria de la I.E. APL

La mejora en el nivel de aprendizaje, en los estudiantes del grupo experimental se presenta gracias a la aplicación de las estrategias didácticas activas en el desarrollo de las sesiones de enseñanza-aprendizaje, lo cual permite a los estudiantes construir sus aprendizajes de manera dinámica y cooperativa, en tal teniendo nuestro estudio guarda una relación directa con lo que sostiene Fajardo (2004), quien considera que la

orientación metodológica es un factor que pudiera mejorar la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, puesto que en nuestra investigación se ha aplicado nueva metodología, aplicación de estrategias didácticas activas, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes de los grupos experimentales.

C. Dimensión Resolución de Problemas

TABLA 6. Comparación del nivel de logro de aprendizaje en la capacidad Resolución de Problemas, Tercer Grado

	PRE TEST				POST TEST			
	3B CONTROL		3A EXPERIM		3B CONTROL		3A EXPERIM	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Inicio	12	92%	13	100%	7	54%	2	15%
Proceso	1	8%	0	0%	3	23%	4	31%
logro previsto	0	0%	0	0%	3	23%	3	23%
logro destacado	0	0%	0	0%	0	0%	4	31%
TOTAL	13	100%	13	100%	13	100%	13	100%

Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del tercer grado de secundaria de la I.E. APL

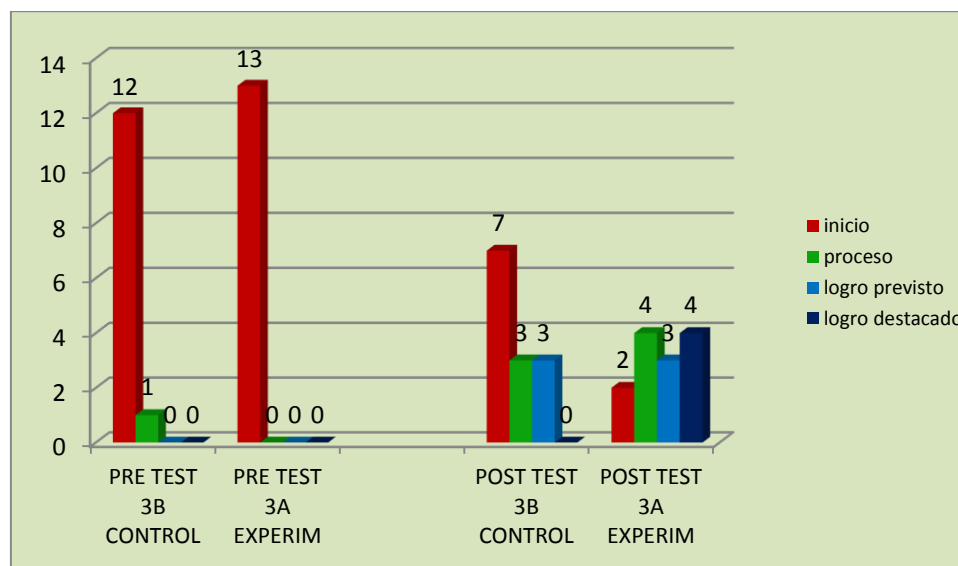
Resultados

Se puede ver que no ambos grupos control y experimental inician el estudio en similares circunstancias, observando que en el grupo control presenta: un 92% de estudiantes en el nivel de aprendizaje “en inicio” y un 8% de estudiantes en el nivel de aprendizaje “en proceso”, en tanto que los estudiantes del grupo experimental el 100% presentan el nivel de logro “en inicio”. En los resultados del post test se evidencia un cambio significativo en los estudiantes del grupo experimental, puesto que alcanzan un nivel de logro previsto el 23% y logro destacado un 31%. En cambio en el grupo control solamente el 23% alcanzan el nivel de logro previsto y ninguno alcanza el nivel de aprendizaje logro destacado.

Discusión

De los resultados obtenidos se puede apreciar que se da un cambio significativo en el logro de aprendizaje de la Matemática en la dimensión de Resolución de Problemas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del grupo experimental, resultados que guardan una relación directa con Quispe (2008), puesto que sostiene que el método heurístico tienen influencia en el aprendizaje significativo de la matemática al desarrollar las habilidades para resolver problemas y en nuestro estudio de investigación también se ha logrado mejorar el aprendizaje de la matemática usando el método de Polya, basado en cuatro pasos que constan de diversas preguntas, con lo cual se ha logrado desarrollar habilidades para resolver problemas matemáticos en lo que respecta a los conocimientos geométricos. Los resultados de nuestra investigación también guardan una estrecha relación con Aliaga (2014) quien indica que la metodología de George Polya influye en el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Lo mismo se ha dado en nuestra investigación al utilizar el método de Polya en la resolución de problemas.

Gráfico 8. Comparación del Nivel de Aprendizaje en Tercer Grado en la Capacidad Resolución de problemas



Fuente: Pre test y post test aplicado a los estudiantes del tercer grado de secundaria de la I.E. APL

Se consigue la mejora en el aprendizaje, en esta dimensión, de Resolución de Problemas, gracias a la aplicación de las estrategias didácticas activas, centrándonos en esta capacidad en la resolución de los problemas aplicando el método de Polya.

3. Resultados de la encuesta aplicada a los estudiantes de los grupos experimentales, respecto a las tres estrategias didáctica activas.

Tabla 7. Análisis Factorial Exploratorio con Rotación Varimax para la Encuesta Aplicada a los Estudiantes de los Grupos Experimentales

Variable		Factor1	Factor2	Factor3	Factor4	Factor5	Factor6	Comunalidad
1.1. Partic activamente en JM		0,555	0,189	0,342	-0,003	0,047	0,006	0,464
1.2. Respetan indicac de JM		-0,021	-0,073	0,890	0,031	0,017	-0,134	0,817
1.2. Ayudan_aaprend-sig JM		0,339	0,201	-0,365	0,017	-0,103	0,708	0,801
1.3. Despiertan_Inter-mat JM		0,414	-0,346	-0,521	0,26	-0,043	-0,304	0,724
2.1. Sigue 4 pasos dePolya RP		-0,231	-0,045	0,249	-0,062	-0,609	-0,067	0,497
2.2. Comprproblem resol RP		0,342	-0,045	-0,131	-0,785	-0,354	-0,021	0,878
2.3. Elabora_Estrateg RP		-0,009	-0,239	0,103	0,154	0,055	0,857	0,829
2.4. Verifica_Respuesta RP		0,098	-0,867	0,123	0,012	0,03	0,055	0,781
2.5. Consciente_difforms RP		0,494	0,110	0,021	0,607	0,121	0,339	0,755
2.6. Busca mejor estratg RP		0,490	0,072	0,592	0,146	-0,391	0,086	0,777
2.7. Intentas_Lograr_resol RP		0,191	-0,109	-0,147	-0,153	-0,841	0,045	0,802
2.8. Trabajas_a_Gustogrup RP		0,773	0,075	-0,029	-0,07	-0,079	-0,022	0,615
2.9. Crea_problemas_VR RP		-0,202	-0,746	-0,147	0,005	-0,204	0,037	0,662
2.10. Facil comunicar proces RP		0,097	-0,386	-0,268	0,598	-0,436	0,16	0,803
3.1. Uso MC_Logro_Apren MC		0,650	-0,39	0,033	0,477	0,125	0,002	0,819
3.2. Manipul MC- logr-apren MC		0,636	-0,126	-0,012	-0,334	0,366	0,274	0,741
3.3.cClases -atrac-entend MC		0,779	-0,038	-0,172	0,054	-0,091	0,168	0,677
Varianza		3,3768	1,9245	1,9163	1,8303	1,7856	1,6101	12,4436
%		20%	11%	11%	11%	11%	10%	73%

Fuente: Ficha de encuesta aplicada a los estudiantes de los grupos experimentales 2° B y 3° A

Resultados

El análisis factorial presenta 6 factores con una variación global del 73%, es decir el problema se explica en este porcentaje y deja 27% para otros factores. La encuesta se aplicó a los grupos experimentales 2° B y 3° A, presenta los siguientes resultados:

- El primer factor presenta un 20% de variación: participación activa en los juegos matemáticos, trabaja a gusto cuando resuelve problemas en forma grupal, uso de materiales concretos permite lograr aprendizajes más duraderos, la manipulación de material concreto apoya en logro de aprendizajes y uso de material concreto hacen que las clases de matemática sean más atractivas y entendibles.
- El segundo factor presenta un 11%, variación: verificar respuestas al resolver problemas y crear problemas en base a situaciones de la vida real.
- El tercer factor presenta un 11%, variación: respeta indicaciones de juegos matemáticos, los juegos matemáticos despiertan interés por la matemática, busca la mejor estrategia al resolver problemas.
- El cuarto factor presenta un 11%, variación: comprender los problemas a resolver, estar consciente que existen diferentes formas para resolver problemas, cuando resuelve problemas es fácil comunicar y argumentar los procesos y resultados.
- El quinto factor presenta un 11%, variación: para resolver problemas sigue los cuatro pasos de Polya y al resolver problemas intenta hasta lograr resolverlo.
- El sexto factor presenta un 11%, variación: Los juegos matemáticos ayudan a lograr aprendizajes significativos y Elaborar una estrategia para resolver un problema.

De los resultados inferimos que el F1 es el que mejor contribuye para que los estudiantes mejoren su aprendizaje y correspondientemente su rendimiento académico. Sin embargo los demás factores (F2 F3; F4; F5; F6) también contribuyen a mejorar el aprendizaje, no obstante presentar una menor variación.

Discusión

Los resultados líneas arriba muestra el mejoramiento del nivel de logro de aprendizaje de la matemática en los estudiantes de los grupos experimentales de segundo grado y tercer grado de secundaria, con lo cual los resultados de nuestra investigación tiene una relación directa con Aredo, M. A. (2012) Decroly y Monchamp (2002), Gardher Martín 1986, 2), INIDE (2008), Martín, J., Muñoz, J. M. y Oller, A. M. (2009), Jean Berbaum (2000) y Godino, Batanero y Font (2003) quienes sostienen en general que estrategias didácticas como: los juegos matemáticos, el uso de materiales concretos y la resolución de problemas entre otros, contribuyen a mejorar el aprendizaje de la Matemática.

4. Resultados de la ficha de observación aplicada a los estudiantes de los grupos experimentales

Tabla 8. Análisis Factorial Exploratorio con Rotación Varimax para la Ficha de Observación a los Estudiantes de los Grupos Experimentales

Variable	Factor1	Factor2	Factor3	Factor4	Factor5	Comunalidad
<i>1.1. Participa activamente en los JM</i>	0,760	0,316	-0,178	0,236	0,294	0,852
<i>1.2. Resuelve con entusiasmo los JM</i>	0,570	0,172	-0,350	0,585	0,206	0,862
<i>2.1. Resuelve problemas con Estrategias RP</i>	0,456	0,341	-0,298	0,617	0,324	0,898
<i>2.2. Comprende los problemas a resolver RP</i>	0,528	0,451	-0,357	0,523	0,204	0,924
<i>2.3. Elabora y aplica estrategias al resolver RP</i>	0,393	0,396	-0,314	0,445	0,559	0,921
<i>2.4. verifica respuestas al resolver problemas RP</i>	0,264	0,661	-0,544	0,336	0,190	0,951
<i>2.5. Crea problemas situaciones reales RP</i>	0,293	0,577	-0,353	0,378	0,500	0,936
<i>2.6. Resuelve problemas de iniciativa con entusiasmo RP</i>	0,322	0,359	-0,641	0,390	0,333	0,905
<i>2.7. Comunica el proceso de solución RP</i>	0,601	0,198	-0,291	0,197	0,620	0,908
<i>2.8. Razona efectivamente los resultados de su trabajo RP</i>	0,690	0,483	-0,227	0,248	0,247	0,884
<i>2.9. Busca información de recursos RP</i>	0,307	0,742	-0,249	0,453	0,123	0,928
<i>2.10. Colabora como parte del equipo RP</i>	0,226	0,268	-0,887	0,160	0,134	0,953
<i>3.1. Se interesa por el uso de materiales concretos MC</i>	0,871	0,199	-0,271	0,161	0,124	0,913
<i>3.2. Elabora estrategias para resolver problemas MC</i>	0,452	0,736	-0,371	0,002	0,234	0,938
<i>3.3. Manifiesta objetivamente los resultados de su trabajo MC</i>	0,780	0,283	-0,186	0,365	0,183	0,890
<i>3.4. Comunica el aprendizaje que van usando MC</i>	0,454	0,408	-0,594	0,356	0,314	0,951
<i>3.5. Usa expresiones simbólicas para explicar los resultados MC</i>	0,622	0,374	-0,331	0,467	0,263	0,924
Varianza	4,9513	3,3668	2,9931	2,4935	1,7343	15,539
%	29%	20%	18%	15%	10%	91%

Fuente: Ficha de observación de los estudiantes de los grupos experimentales 2° B y 3° A

El análisis factorial exploratorio para la ficha de observación, presenta 5 factores con una variación global del 91%, dejando solo un 9% para otros factores intervinientes.

- El primer factor tiene una variación o importancia del 29%: Participa activamente en los juegos matemáticos, comprende los problemas a resolver, razona de manera efectiva adecuada y creativa al resolver problemas, se interesa en el uso material concreto, Luego de usar material concreto representa matemáticamente sus conocimientos y luego de usar material concreto para desarrollar aprendizajes utiliza expresiones simbólicas para representar sus conocimientos.
- El segundo factor tiene una variación o importancia del 20%, contiene a los ítems: verifica la respuesta a al resolver los problemas, crea problemas en base a situaciones reales, busca información y usa recursos para resolver problemas, elabora estrategia para resolver problemas usando materiales concretos.
- El tercer factor tiene un variación o importancia del 18% contiene a los ítems: Resuelve el problema con iniciativa y entusiasmo, colabora con el equipo, comunica matemáticamente el aprendizaje que ha logrado usando materiales concretos para comunicar el aprendizaje.
- El cuarto factor tiene una variación de 15%, contiene a los siguientes ítems: Resuelve con entusiasmo los juegos matemáticos y resuelve los problemas utilizando diversas estrategias”
- El quinto factor solo con una variación del 10% con los ítems: elabora aplica estrategias en la resolución de problemas y comunica el proceso de solución de los problemas.

De los resultados inferimos que el F1 es el que mejor contribuye para que los estudiantes mejoren su aprendizaje y correspondientemente su rendimiento académico. Sin embargo los demás factores (F2 F3; F4; F5) también contribuyen a mejorar el rendimiento, no obstante estar presente gradualmente menor en variación.

Discusión

Las estrategias didácticas activas. Juegos matemáticos, resolución de problemas y uso de materiales concretos contribuyen significativamente, en el mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes de los grupos experimentales, puesto que son herramientas muy importantes en la construcción de los conocimientos matemáticos, Ante ello nuestra investigación guarda una relación directa con lo que sostienen Aredo, M. A. (2012) Decroly y Monchamp (2002), Gardher Martín 1986, 2). INIDE (2008) Martín, J., Muñoz, J.M. y Oller, A. M. (2009), Jean Berbaum (2000) Para Godino, Batanero y Font (2003).

Resultados de la entrevista

Se entrevistó a estudiantes de los grupos experimentales, con rendimiento académico bajo, rendimiento académico regular y rendimiento académico alto, para conocer su opinión respecto del trabajo de investigación desarrollado “aplicación de las estrategias didácticas activas. De las respuestas de los entrevistados se presentan en resumen los siguientes resultados.

Respecto a los juegos matemáticos: los juegos matemáticos han despertado el interés por la matemática, porque jugando se aprende matemáticas alegremente, pero sobre todo que dicha actividad les ha quitado el miedo a las matemáticas.

Respecto a la Resolución de Problemas: siguiendo los pasos de resolución de Polya se aprende a resolver mejor los problemas y al resolver los problemas aprenden más y mejor además los conocimientos matemáticos son más duraderos.

Respecto al uso de materiales concretos: Manipulando objetos logran mejores aprendizajes tales como en geometría, utilizando el geoplano, elaborando el rompecabezas con piezas poligonales, doblando el papel para construir figuras de papel (origami). En el aprendizaje de las fracciones: dividiendo las frutas, las golosinas, los panes manipulando para consumirlos equitativamente dichos los alimentos. Cortando

papel, elaborando material para el porcentaje. Pues mientras más sentidos estén comprometidos en el aprendizaje este será más significativo.

Respecto a las tres estrategias en conjunto: El trabajo de las sesiones de aprendizaje usando las estrategias didácticas activas ha sido de mucha ayuda en la mejora del aprendizaje de la Matemática. Revelan que han logrado perder el miedo a la participación activa en el desarrollo de las clases. Ellos sostienen que han construido los conocimientos matemáticos de manera activa, sobre todo han sentido que las clases fuera del aula en contacto con la naturaleza misma les ha ayudado a aprender mejor los conocimientos matemáticos. Mencionan también no solamente han mejorado su aprendizaje y consecuentemente su rendimiento académico sino también han mejorado su forma de ser y su actitud ante la matemática.

Interpretación y discusión

Los estudiantes de los grupos experimentales, coinciden en, que las estrategias didácticas activas. Juegos matemáticos, resolución de problemas y uso de materiales concretos contribuyen significativamente, en el mejoramiento del aprendizaje de la matemática, resultados que guardan una relación directa con Aredo, M. A. (2012) quien sostiene que la metodología activa y colaborativa produce cambios significativos en la comprensión de conceptos matemáticos y también en nuestra investigación se han aplicado estrategias activas, con las cuales se ha logrado mejorar el aprendizaje de la Matemática. Nuestra investigación tiene una relación directa con Saucedo (2011) y Gardher Martín (1986) pues, los juegos didácticos propician agrado y motivación hacia el aprendizaje de la matemática lo mismo ocurrió en nuestra investigación, pues los estudiantes construyeron sus aprendizajes en un ambiente emocional adecuado lo cual facilitó la mejora del aprendizaje de los contenidos matemáticos.

CONCLUSIONES

En nuestra investigación, luego del análisis e interpretación de los resultados y discusión de los mismos, se llega a las siguientes conclusiones:

1. La aplicación de Estrategias Didácticas Activas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, generan efectos estadísticamente significativos el Aprendizaje de los alumnos del Segundo y Tercer grado de secundaria correspondientes a VI y VII de la EBR, ya que se obtuvieron niveles de logro significativos en las tres dimensiones de estudio Razonamiento y Demostración, Comunicación Matemática y Resolución de Problemas, pues los grupos experimentales alcanza el nivel de aprendizaje logro previsto y logro destacado, en tanto que los estudiantes de los grupos control solamente llegaron al nivel de aprendizaje en inicio y nivele de logro en proceso, en los resultados del post test. Situación que nos permite convertir a estas estrategias didácticas activas en efectivos recursos pedagógicos al alcance de los profesores.
2. La aplicación de juegos matemáticos como una estrategia de enseñanza aprendizaje, ayuda a mejorar considerablemente el aprendizaje de matemática. Pues contribuye a generar en el aula un ambiente adecuado y motivador para el aprendizaje de la matemática, tornándose las sesiones de aprendizaje más atractivas y dinámicas. Los estudiantes logran mejores aprendizajes dentro de un clima emocional y afectivo adecuados.
3. La resolución de problemas como estrategia didáctica activa de enseñanza aprendizaje de la matemática, tiene influencia significativa en el aprendizaje de los conocimientos matemáticos, puesto que los alumnos de los grupos experimentales están en mejores condiciones de resolver problemas usando el método de Polya, esto quedó demostrado porque los escolares de los grupos experimentales han logrado alcanzar los niveles de aprendizaje logro previsto y logro destacado en la dimensión de Resolución de Problemas, en comparación con los estudiantes de los grupos control. Evidenciándose

en los resultados que en el grupo control de segundo grado el 100% de estudiantes solamente alcanzan al nivel de logro de aprendizaje en inicio o proceso. El grupo control del tercer grado solamente alcanzan el 20% de estudiante alcanzan el nivel de logro previsto.

4. El uso de materiales concretos en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje influyen significativamente en el mejoramiento del aprendizaje de la matemática, toda vez que son facilitadores y potenciadores intelectuales, que favorecen la construcción del conocimiento matemático, porque se convierten en una estrategia metodológica activa que proporciona la oportunidad de poner en contacto varios sentidos del estudiante en la edificación de sus aprendizajes. Algunos materiales concretos ponen en acción los cinco sentidos de los estudiantes, y mientras más sentidos del ser humano se ponen en acción, mayores son las posibilidades de construir aprendizajes duraderos y funcionales.

SUGERENCIAS

1. Al Director de la UGEL San Marcos, desarrollar talleres de sensibilización y capacitación, dirigidos a los directivos y docentes de las diferentes redes educativas de la localidad respecto de la importancia y aplicación de estrategias didácticas activas para mejorar el aprendizaje de la Matemática, en los estudiantes de los diferentes niveles educativos.
2. A los Coordinadores de Redes Educativas, promover reuniones de trabajo en las cuales se desarrollen temas relacionados con la aplicación de estrategias didácticas activas en las sesiones de aprendizaje, en el área de matemática, a fin de que en las reuniones de red se socialicen experiencias pedagógicas y se contribuya a mejorar la educación de nuestra localidad.
3. Al Director de la institución educativa “Amalia Puga de Lozada” Incluir en la propuesta pedagógica del PEI de la institución educativa, el desarrollo de estrategias didácticas activas en el área de Matemática y extendiendo nuestro estudio en lo posible en todas las áreas del currículo. Puesto que si ello funciona en el área de Matemática de la misma forma podría funcionar en comunicación, CTA, Historia, y otras áreas curriculares. Lo cual posibilite el cambio de actitud de los estudiantes respecto al aprendizaje y lleguen a las aulas con entusiasmo y voluntad de trabajo para construir sus aprendizajes.
4. A los docentes del área de Matemática se invita tomar conocimiento de las diversas estrategias didácticas activas para que progresivamente vayan aplicándolos en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje, considerando que la forma tradicional de enseñar la Matemática ya no se adapta al cambio de las nuevas generaciones de estudiantes existente en nuestras aulas, por lo mismo innovar las estrategias didácticas es una de las alternativas en nuestra labor pedagógica con lo cual se contribuirá a mejorar la calidad educativa de nuestro país.

LISTA DE REFERENCIAS

- Aliaga (2014) *Influencia de Las Estrategias metodológicas de George Polya en el Fortalecimiento de la Capacidad de Resolución de Problemas, en los estudiantes del IV ciclo de la I.E. N° 821478 de Miraflores, con respecto a la I.E. N° 821247 de San Juan de la quinua, distrito de Cortegana – Celendín 2011*. Para optar el Grado de Maestría. Universidad Nacional de Cajamarca. Perú.
- Alsina, C. (2007). *Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El Realismo en Educación Matemática y sus Implicaciones Docentes*. Revista Iberoamericana de Educación, 43, 85-101.
- Aredo, M. A. (2012). *Modelo metodológico, en el marco de algunas teoría constructivistas, para la enseñanza .aprendizaje de las funciones reales del curso de matemática básica en a facultad de ciencias de la universidad nacional de Piura*. Para optar el grado de Magister en la Enseñanza de las Matemáticas. Pontificia universidad católica de Perú. Lima
- Ausubel, D. P.; Novak, J. D. y Hanesian,H. (1989). *Psicología educativa*, Trillas. México.
- Ausubel, D.P.; Novak, J.D.; Hanesian, H. (1983) *Psicología Educativa: Un punto de vista cognitivo*, Editorial Trillas: México.
- Azerédo, T. (2003). *Comprender y enseñar. Por una docencia de la mejor calidad*. España: Grao.
- Baquero, R. (1997). *Vigotsky y El Aprendizaje Escolar*. Argentina: Aique.
- Barrantes, H. (2006). *Resolución de Problemas: El Trabajo de Allan Schoenfeld*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática 2006. Año 1. Número 1. Recuperado de
- Berbaum, J. (2000): *Aprendizaje y formación. Una pedagogía por objetivos*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Blog de Formación Inicial Docente. <http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/>
- Calero, M. (1997). *Constructivismo: Un Reto de Innovación Pedagógica*. Perú: San Marcos.

- Callejo, M. L. (1998). *Un Club Matemático para la Diversidad*. Madrid: NARCEA.
- Carrasco, J. B. (2004). *Una didáctica para hoy: cómo enseñar mejor*. Madrid: Ediciones Rialp.
- Cartagena M. (2008) *Relación entre la Autoeficacia y el Rendimiento Escolar y los Hábitos de Estudio en Alumnos de Secundaria*. Revista Iberoamericana sobre Calidad Eficacia y Cambio en Educación.
- Castellanos, et al. (2002): *Aprender y enseñar en la escuela*. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Chi, M. y Glaser, R. (1986): *Capacidad de resolución de problemas*. Barcelona: Labor.
- Corbalán, F. y Deulofeu, J. (1996). “*Juegos Manipulativos en la enseñanza de las Matemáticas*”. Publicado en la Revista de Didáctica de las Matemáticas p: 71-80.
- Cruz, I.M. (2013) *Matemática Divertida: Una Estrategia para la Enseñanza de la Matemática en la Educación Básica*. Departamento de Matemática, Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra República Dominicana. I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe.
- Daros, W. R. (1992). *Introducción Crítica a La Concepción Piagetiana del Aprendizaje*. Argentina: UCEL.
- De Guzmán, M (2007). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. Revista Iberoamericana de Educación, 43, 19-58.
- Decroly, O y Monchamp, E. (2002). *El Juego Educativo. Iniciación a la Actividad Lúdica*. Trad. M. Olasagasti. Madrid: Morata.
- Diccionario Pedagógico AMEI- WAECE (2003)
- Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular. Ministerio de Educación (2008) Lima-Perú
- Fajardo, X. (2004). *Método Heurístico y Rendimiento Académico en trigonometría. Caso Primer Año de Media Diversificado*. Tesis para optar el título de Magister en Matemática, mención docencia. Universidad de Zulia. Venezuela.

- Fernández, A. (2006) Metodologías activas para la formación de competencias. *Revista Educatio siglo XXI*, 24. 2006.p. 35-56. Recuperado de <http://revistas.um.es/educatio/article/view/152/135>
- Ferreya, H. A. y Pedrazzi, G. (2007). *Teorías y enfoques psicopedagógicos del Aprendizaje*. Buenos Aires: Novedun.
- Flores , R. (1994). *Hacia una Pedagogía del conocimiento*. Colombia: McGrawHill.
- Flores, P., Lupiañez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Gardher, M. (1983) *Circo Matemático*. Madrid: Alianza
- Gardner, Howard. 1993. *Estructuras de la Mente. La Teoría de las Inteligencias Múltiples*. Fondo de Cultura Económica. Colombia.
- Gaxiola, J., Gonzáles, S., Contreras, Z. y Gaxiola, E. (2012). *Predictores del Rendimiento Académico en Adolescentes con Disposiciones Resilientes y no Resilientes*. *Revista de Psicología*. 30(1) (ISSN 0254-9247)
- Godino, J., Batanero, C y Font, V. (2003) *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para Maestros*. <http://www.urg.es/local/jgodino/edumat-maestros>
- Goleman, D. (1996). *Inteligencia Emocional*. España: Kairós
- Gómez, I. (1992) *Los Juegos de Estrategia en el currículo de matemáticas*. Madrid: Narcea.
- Gutiérrez, A. B. (2010) *Matemáticas Activas en Infantil: Recursos y Actividades*.
- Hernández, P. (1996). *Psicología de la Educación: Corrientes Actuales y Teorías Aplicadas*. México: Tillas.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.

Hilard, E. R. (1961). *Teorías del Aprendizaje*. México: Fondo de Cultura Económica.
 InfoMed, (1998). *Red Telemática de Salus en Cuba*.

INIDE-Universidad Iberoamericana (2008). *La Innovación en la Enseñanza de las Matemáticas en Primaria: El Modelo de Matemáticas Constructivas*. México.
http://www.cimeac.com/images/documento_inide.pdf

Jáuregui, E. E. (2002). *Estrategias Didácticas Activas para la Enseñanza-Aprendizaje del Área de Lógico-Matemática de los Alumnos del Tercer ciclo de Educación primaria*” Tesis para optar el grado de Maestro en Ciencias. Mención: Planificación y Administración de la Educación. Universidad Nacional de Cajamarca, Cajamarca, Perú.

Joyce, B. y Weil, M. (1985). *Modelos de Enseñanza*. Madrid: Anaya.

Kacynka, M. (1986). *El Rendimiento escolar y la Inteligencia*. Buenos Aires: Paidós.

Lev Semiónovich Vygotsky *Obras Escogidas Tomo I* vygotsky.org@gmail.com
<http://www.taringa.net/perfil/vygotsky>. Recuperado en agosto 2014.

Linarr, P. (1995). *Evaluación del Aprendizaje e Interpretación de Resultados*. México: Prentice Hall.

Los Juegos en el Aprendizaje de la Matemática en la I.E. N° 821069

Martín, J., Muñoz, J. M. y Oller, A. M. (2009) *Empleo Didáctico de Juegos que se Matematizan Mediante Grafos*. file:///C:/Users/Unknown/Documents/Dial

Mauri, Teresa (2004), *La tutoría en la formación integral. Capítulo 4. “¿Qué hace que los alumnos aprendan los contenidos escolares?” La naturaleza activa y constructivista del conocimiento*. Programa Institucional de Capacitación y Actualización para la Superación Académica. Universidad de Guadalajara.

MINEDU- PERÚ. *Marco Curricular Nacional*. Segunda versión. Lima (2014)

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2004) *El Juego Como Recurso para Aprender*. Buenos Aires.

- Monrroy, M. (2012). *Desempeño Docente y Rendimiento Académico en Matemática de los Alumnos de una Institución Educativa de Ventanilla –Callao*. Tesis para optar el grado de Maestro en Educación, mención en Evaluación y Acreditación de la calidad de la Educación. Escuela de Postgrado, Universidad San Ignacio de Loyola. Lima – Perú.
- Mora, A. (2005). *Estrategia Didáctica de Formación Docente para la Enseñanza de la Matemática en la Escuela Básica Venezolana*. Para optar el grado de doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de la Habana. Cuba.
- Monereo, C., Castelló, M., Mercé, C., Palma, M y Pérez, M. L. (1999). Estrategias de enseñanza y aprendizaje: Formación del profesorado y aplicación en la escuela. Barcelona: Graó.
http://uiap.dgenp.unam.mx/apoyo_pedagogico/proforni/antologias/ESTRATEGIAS%20DE%20ENSEÑANZA%20Y%20APRENDIZAJE%20DE%20MONEREO.pdf
- Navarro, E. (2003). *El Rendimiento Académico: Concepto, Investigación y Desarrollo*. Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación. Vol. 1.
- Novak, J. D. (1982). *Teoría y práctica de la educación*. Madrid: Alianza.
- Piaget, J. (1991). *Seis Estudios de Psicología*. España: Labor.
- Plan Nacional de Educación Para Todos 2005-2015, Perú. Hacia una educación de calidad con equidad, (Setiembre de 2005). Ministerio de Educación. Lima.
- Polya, G. (1961). *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid: Tecnos.
- Polya, G. (1965). *Como Plantear y Resolver Problemas*. México: Trillas
- Pozo, J. I. (1989). *Teorías cognoscitivas del aprendizaje*. Ediciones Morata. Recuperado de google académico, 2 de enero 2014.
- Quispe, L. R. (2008). *Influencia del método heurístico en el aprendizaje significativo de la matemática en el 4° grado de educación secundaria en la institución educativa experimental Antonio Guillermo Urrelo*. Para optar el grado de Maestro en Ciencias. Universidad Nacional de Cajamarca, Cajamarca, Perú.

- Reyes, Y. N. (2003) *Relación entre rendimiento académico, la ansiedad ante los exámenes, los rasgos de personalidad, el autoconcepto y la asertividad en estudiantes del primer año de psicología de la UNMSM*. Tesis para optar el título de psicólogo en la Universidad Mayor de San Marcos, Lima, Perú
- Rice, F. (2000). *Adolescencia: Desarrollo, Relaciones y Cultura*. Madrid: Prentice Hall.
- Rodríguez, E. (2005). *Metacognición, Resolución de Problemas y Enseñanza de las Matemáticas*. Una Propuesta Integradora desde el Enfoque Antropológico. Tesis para optar el grado de t Doctor, Universidad Complutense de Madrid-España.
- Roque, J. W. (2009) *Influencia de la enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas en el mejoramiento del rendimiento académico*. Tesis para obtener el grado de Magíster en Educación. Universidad Mayor de San Marcos. Lima-Perú.
- Rosa, E. C. (1999). *Principales Métodos y Técnicas Educativos*. Lima- Perú: San Marcos.
- Salvador, A. *El juego Como Recurso Didáctico en el Aula de Matemáticas*. Universidad Politécnica de Madrid.
- Saucedo, F. (2011). *Los Juegos en el Aprendizaje de la Matemática en la Institución Educativa N° 821069 de Casadén, Magdalena – 2009*. Tesis para obtener el Grado de Maestro en Ciencias. Mención: Planificación y Administración de la Educación. Universidad Nacional de Cajamarca, Cajamarca, Perú.
- Silva, E. (2005). *Estrategias constructivistas en el aprendizaje significativo: su relación con la creatividad*. Revista Venezolana de Ciencias Sociales, Vol. 9. Núm. 1, enero-junio, pp. 178-203
- Sprinthall, N. A., Sprinthall, R. C., & Oja, S.N. (1996). *Psicología de la Educación*. España: McGraw-Hill.
- Vélez, E., Shiefelbein, E. y Valenzuela, J. (1994). “Factores que Afectan el Rendimiento Académico En la Educación Primaria”. Revista Iberoamericana.
- Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., Astiz, M., Álvarez, E. (2001). La Educación Matemática. El papel de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje, Revista Iberoamericana de Educación

- Vílchez, J. (2007). *Modelo de Enseñanza Modular Personalizada de las Funciones Trigonométricas en el quinto grado de educación secundaria*. Para optar el grado de Doctor en Educación. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Perú.
- Villalobos, E. M. (2002). *Didáctica Integrativa y el Proceso de Aprendizaje*. España: Trillas.
- Villaruel, S. y Sgreccia, N. (2011). “Materiales didácticos concretos en Geometría en Primer Año de Secundaria”. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*. Volumen 78, pág. 73-94. <http://www.sinewton.org/numeros>
- Woolfolk, A. (2006) *Psicología Educativa*. Novena edición Traducida por Pineda Ayala Leticia Esther. México. PEARSON
- Valle, A., González, R., Cuevas, L. M. & Fernández, A. P. (1998). *Las estrategias de aprendizaje: características básicas y su relevancia en el contexto escolar*. *Revista de Psicodidáctica*. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/175/17514484006.pdf>

APÉNDICES/ANEXOS