

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

ESCUELA DE POSGRADO



MAESTRÍA EN CIENCIAS

MENCIÓN: EDUCACIÓN SUPERIOR

TESIS

Pensamiento formal y actitudes en el rendimiento académico en
Matemática Básica I en la UPAGU Cajamarca 2016

Para optar el Grado Académico de
MAESTRO EN CIENCIAS

Presentada por:
MARÍA TERESA CASTAÑEDA MEDINA

Asesor:
Dr. JORGE TEJADA CAMPOS

CAJAMARCA - PERÚ

2017

COPYRIGHT © 2017 by
MARÍA TERESA CASTAÑEDA MEDINA
Todos los derechos reservados

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

ESCUELA DE POSGRADO



MAESTRÍA EN CIENCIAS

MENCIÓN: EDUCACIÓN SUPERIOR

TESIS APROBADA

Pensamiento formal y actitudes en el rendimiento académico en
Matemática Básica I en la UPAGU Cajamarca 2016

Para optar el Grado Académico de
MAESTRO EN CIENCIAS

Presentada por:
MARÍA TERESA CASTAÑEDA MEDINA

Comité Científico

Dr. Jorge Tejada Campos
Asesor

Dr. Homero Barcales Taculí
Miembro del Comité Científico

M.Cs. Albertico Bada Aldave
Miembro del Comité Científico

M.Cs. Rodolfo Alvarado Padilla
Miembro del Comité Científico

Cajamarca - Perú

2017



Universidad Nacional de Cajamarca

"NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA"

Escuela de Posgrado

CAJAMARCA - PERÚ

ACTA DE SUSTENTACIÓN PÚBLICA DE TESIS

Siendo las Tres de la tarde del día 02 de noviembre de 2017, reunidos en el Auditorio de la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional de Cajamarca, los miembros del Jurado Evaluador presidido por el **Dr. HOMERO BARDALES TACULÍ**, en representación del Director de la Escuela de Posgrado y como Miembro del Jurado Evaluador, **Dr. JORGE TEJADA CAMPOS**, en calidad de Asesor, **M.Cs. RODOLFO ALVARADO PADILLA**, **M.Cs. ALBERTICO BADA ALDAVE**, como integrantes del Jurado Evaluador; actuando de conformidad con el Reglamento de la Escuela de Posgrado, se dio inicio a la **SUSTENTACIÓN PÚBLICA** de la tesis titulada "**PENSAMIENTO FORMAL Y ACTITUDES EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN MATEMÁTICA BÁSICA I EN LA UPAGU CAJAMARCA 2016**", presentada por la **Bach. en Educación MARÍA TERESA CASTAÑEDA MEDINA**, con la finalidad de optar el Grado Académico de **MAESTRO EN CIENCIAS**, en la Unidad de Posgrado de la Facultad de Educación, con Mención en **EDUCACIÓN SUPERIOR**.

Realizada la exposición de la Tesis y absueltas las preguntas formuladas por el Jurado Evaluador, y luego de la deliberación, se acordó Aprobar la mencionada Tesis con la calificación de Diecisiete excelentes; en tal virtud la alumna **Bach. en Educación MARÍA TERESA CASTAÑEDA MEDINA**, está apta para recibir en ceremonia especial el Diploma que la acredita como **MAESTRO EN CIENCIAS**, en la Unidad de Posgrado de la Facultad de Educación, con Mención en **EDUCACIÓN SUPERIOR**.

Siendo las 16 horas del mismo día, se dio por concluido el acto.

Dr. Homero Bardales Taculí
Miembro de Comité Científico

Dr. Jorge Tejada Campos
Asesor

M.Cs. Rodolfo Alvarado Padilla
Miembro de Comité Científico

M.Cs. Albertico Bada Aldave
Miembro de Comité Científico

A:

Mis hijos Mariana y Sebastián,
mi esposo Carlos,
mis padres Teresa y Ranulfo
por su comprensión y ayuda incondicional

AGRADECIMIENTOS

Mi sincero agradecimiento a:

La Universidad Privada Antonio Guillermo Urrelo, por permitirme realizar esta investigación en esta prestigiosa casa de estudios.

A los alumnos del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, por el tiempo que dedicaron a responder los test y encuestas.

Al Dr. Víctor Sánchez Cáceres, por su apoyo, orientación y colaboración, en el procesamiento estadístico.

A mi asesor y a los miembros del comité científico por sus observaciones y comentarios, los que fueron valiosos para mejorar la presente investigación.

El objetivo principal de la educación en las escuelas debería ser la creación de hombres y mujeres que son capaces de hacer cosas nuevas, no simplemente repetir lo que otras generaciones han hecho; hombres y mujeres que son creativos, inventivos y descubridores, que pueden ser críticos, verificar y no aceptar, todo lo que se les ofrece.

–Jean Piaget

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	v
Índice general	vii
Lista de tablas	x
Lista de gráficos	xii
Lista de abreviaturas y siglas usadas	xiii
Resumen	xiv
Abstract	xv
Introducción	xvi
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	
1.1. Planteamiento del problema	1
1.1.1. Contextualización	1
1.1.2. Descripción del problema	3
1.1.3. Formulación del problema	4
1.2. Justificación e importancia	5
1.2.1. Justificación científica	5
1.2.2. Justificación técnica-práctica	8
1.2.3. Justificación institucional y personal	8
1.3. Delimitación de la investigación	9
1.4. Objetivos	9
1.4.1. Objetivo general	9
1.4.2. Objetivos específicos	10
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	
2.1. Antecedentes de la investigación	11
2.2. Marco doctrinal	16
2.2.1. Período de las operaciones formales	16
2.2.2. Características del pensamiento formal según Inherder y Piaget	18
2.2.3. Educación y pensamiento formal	24
2.2.4. Educación Matemática	25

2.2.5. Actitudes hacia la Matemática	27
2.2.6. Importancia de las actitudes en Educación Matemática	28
2.2.7. Aprendizaje y rendimiento académico	30
2.2.8. Aprendizaje, actitudes y rendimiento académico	31
2.2.9. Motivación, aprendizaje y rendimiento académico	32
2.2.10. Motivación y enseñanza aprendizaje de la Matemática	34
2.2.11. Problemas en la enseñanza aprendizaje de la Matemática	35
2.2.12. Resolución de problemas matemáticos	41
2.2.13. Evaluación, aprendizaje y rendimiento académico	42
2.3. Marco conceptual	43
2.4. Definición de términos básicos	48
CAPÍTULO III: PLANTEAMIENTO DE LAS HIPÓTESIS Y VARIABLES	
3.1. Hipótesis	51
3.1.1. Hipótesis general	51
3.1.2. Hipótesis específicas	51
3.2. Variables	51
3.3. Operacionalización de los componentes de las hipótesis	52
CAPÍTULO IV: MARCO METODOLÓGICO	
4.1. Ubicación geográfica	54
4.2. Tipo de investigación	54
4.3. Diseño de la investigación	54
4.4. Métodos de investigación	55
4.5. Población, muestra, unidad de análisis y unidades de observación	56
4.6. Técnicas e instrumentos de recopilación de información	57
4.7. Técnicas para el procesamiento y análisis de la información	62
4.8. Matriz de consistencia metodológica	63
CAPÍTULO V: RESULTADOS Y DISCUSIÓN	
5.1. Presentación de resultados	65
5.2. Análisis, interpretación y discusión de resultados	71
5.3. Contrastación de hipótesis	75

CONCLUSIONES	81
RECOMENDACIONES Y/O SUGERENCIAS	83
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85
ANEXOS	91

LISTA DE TABLAS

Tabla N°1: Población muestral	56
Tabla N°2: Muestra de estudio	57
Tabla N°3: Edad por grupos versus sexo	65
Tabla N°4: Número de veces que desaprobó la asignatura de Matemática durante sus estudios secundarios	65
Tabla N°5: Trabaja al mismo tiempo que estudia	66
Tabla N°6: Número de horas que estudia fuera del horario de clases de la universidad	66
Tabla N°7: Motivo por lo que no la va bien en la asignatura de Matemática Básica I	67
Tabla N°8: Rendimiento académico: Humanidades y letras	67
Tabla N°9: Aprobados en la asignatura de Matemática	67
Tabla N°10: Nivel de pensamiento formal (test 1: Operaciones formales de lógica de proposiciones)	68
Tabla N°11: Nivel de pensamiento formal (test 2: Operaciones formales combinatoria)	68
Tabla N°12: Nivel de pensamiento formal (test 3: Operaciones formales de probabilidades)	69
Tabla N°13: Categoría de actitudes	69
Tabla N°14: Indicadores para el pensamiento formal y actitudes frente al rendimiento académico	69

Tabla N°15: Correlaciones bivariadas con el rendimiento académico	75
Tabla N°16: Descomposición de factores para el pensamiento formal y las actitudes frente al rendimiento académico	76
Tabla N°17: Rendimiento académico versus nivel de pensamiento formal (test 1)	77
Tabla N°18: Rendimiento académico versus nivel de pensamiento formal (test 2)	78
Tabla N°19: Rendimiento académico versus nivel de pensamiento formal (test 3)	79
Tabla N°20: Rendimiento académico versus actitudes hacia la Matemática	79

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico N° 1: Diagrama de dispersión	71
--------------------------------------	----

LISTA DE ABREVIATURAS Y SIGLAS USADAS

APB	: Aprendizaje Basado en problemas
OCDE	: Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico
PISA	: Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes
UNESCO	: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura
UMC	: Unidad de Medición de la Calidad Educativa
UPAGU	: Universidad Privada Antonio Guillermo Urrelo

RESUMEN

La presente investigación tuvo como propósito determinar la relación entre el pensamiento formal y las actitudes con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I. El enfoque fue cuantitativo, descriptivo, correlacional, no experimental. Se llevó a cabo con una muestra de 80 estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la Universidad Privada “Antonio Guillermo Urrelo” (UPAGU) de Cajamarca, año 2016. Se aplicó una encuesta de actitudes hacia la Matemática de la psicóloga española Elena Auzmendi (1992); para determinar el pensamiento formal, de acuerdo a la escala de Piaget, se seleccionó el Test de Longeot adaptado por Elena Chadwick y Eugenia Orellana (s/f); además, se ha recurrido a las Actas de evaluación de los estudiantes del I ciclo de la UPAGU de la asignatura de Matemática Básica I 2016, para analizar el rendimiento académico. Los estudiantes, en su mayoría, 60,47%, se encuentran en el pensamiento concreto, y del 55% su rendimiento académico en Matemática Básica I es deficiente. En el análisis factorial realizado se observa que el 74% del rendimiento académico está explicado por nivel de pensamiento y las actitudes de los estudiantes; además la correlación de Pearson = 0,423 indica que existe una relación significativa y positiva entre las variables pensamiento formal, actitudes y rendimiento académico en Matemática Básica I.

Palabras Clave: pensamiento formal, actitudes, rendimiento académico.

ABSTRACT

The purpose of the present research work was to determine the relationship between formal thinking and students' attitudes in their academic achievement in Basic Mathematics I. The approach was quantitative, descriptive, co-relational, non-experimental. The sample consisted of 80 students in the first semester at the General Education School at the “Antonio Guillermo Urrelo” Private University (UPAGU), Cajamarca, 2016. A survey on attitudes to Mathematics by the Spanish psychologist Elena Auzmendi (1992) was administered in order to determine formal thinking, according to the Piaget scale, The Longeot Test adapted by Elena Chadwick and Eugenia Orellana (w/d) was selected; besides, the students' evaluation records corresponding to the first semester in Basic Math I at the UPAGU, 2016, have been examined in order to analyse the students' academic achievement. Most of the students, 60,47%, fall into the concrete thinking category, and in 55% of the population, their academic achievement in Basic Mathematics I, is deficient. In the factorial analysis 74% academic achievement is explained by the students' thinking level and attitudes; besides, the Pearson co-relation = 0,423 indicates that there is a significant and positive relationship between the formal thinking, attitudes and academic achievement in Basic Mathematics I variables.

Key words: formal thinking, attitudes, academic achievement.

INTRODUCCIÓN

El rendimiento académico de los estudiantes universitarios es factor importante en calidad educativa superior; pues es un indicador de la realidad educativa. El rendimiento académico está influenciado por diversos factores internos como externos y es importante identificarlos para delimitar su influencia en el rendimiento académico de los estudiantes.

En la presente investigación se hace referencia a dos de estos factores como son: el nivel de pensamiento formal y las actitudes hacia la Matemática, estableciendo la relación de éstas con el rendimiento académico.

Para mejor comprensión del presente informe se ha dividido en cinco capítulos tal como se detalla a continuación.

El primer capítulo titulado, Introducción, contiene el planteamiento del problema, justificación e importancia, delimitación de la investigación y objetivos; cuyos contenidos son básicos y orientan todo el trabajo realizado.

El segundo capítulo denominado, Marco Teórico el que abarca un conjunto de antecedentes, el marco doctrinal, marco conceptual y definición de términos básicos; los cuales sustentan el trabajo de investigación.

El tercer capítulo titulado Planteamiento de la hipótesis y variables, contiene la hipótesis general, las hipótesis específicas, variables y operacionalización de los componentes de las hipótesis; todos estos elementos fundamentan a la investigación y establecen el nexo con el capítulo siguiente.

El cuarto capítulo, se titula Marco Metodológico, en el que se consignan los siguientes elementos: ubicación geográfica, tipo de investigación, diseño de la

investigación, métodos de investigación, población muestra, técnicas e instrumentos de recopilación de la información, técnicas para el procesamiento y análisis de la información y matriz de consistencia metodológica; los mismos que han sido determinados en base a los capítulos anteriores.

Por último el quinto capítulo titulado, Resultados y discusión, abarca la presentación, análisis, interpretación y discusión de resultados; tal como aparecen en los respectivos cuadros y gráficos, la contrastación de hipótesis. En base a estos resultados se han planteado las conclusiones y sugerencias.

La autora

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1.Planteamiento del problema

1.1.1.Contextualización.

En la actualidad se han abandonado los enfoques reduccionistas que analizaban al rendimiento académico desde una variable única. Hoy existe consenso, enmarcado en el paradigma de lo complejo que es el rendimiento académico de los alumnos en todos los niveles educativos, que está determinado por múltiples factores interrelacionados. En este camino se destaca el estudio de Garbanzo (2007), que sostiene la existencia de diferentes aspectos asociados al rendimiento académico, tanto internos como externos al individuo y los agrupa en factores de orden social, cognitivo y emocional. La autora, en su investigación realizada en Costa Rica, los clasifica de la siguiente manera: Factores personales: competencia cognitiva, motivación, condiciones cognitivas, autoconcepto académico, auto eficacia percibida, bienestar psicológico, satisfacción y abandono con respecto a los estudios, asistencia a clases, inteligencia, aptitudes, sexo, formación académica previa, nota de acceso a la Universidad. Factores sociales: diferencias sociales, entorno familiar, nivel educativo de los progenitores, nivel educativo de la madre, contexto socio económico, variables demográficas. Factores institucionales: elección de los estudios según interés del estudiante, complejidad en los estudios, condiciones institucionales, servicios institucionales de apoyo, ambiente estudiantil, relación estudiante profesor, pruebas específicas de ingreso a la carrera.

Así como este estudio, existen otros que investigan sobre los diferentes factores que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes. Tejedor (2003), hace hincapié en la dificultad de la identificación de factores que muchas veces forman

una tupida maraña, como una red fuertemente entretejida, que resulta difícil de delimitar.

En el Perú, se han realizado diversos estudios referentes a los factores (inteligencia, pensamiento formal, estrategias de aprendizaje, autoconcepto, actitud, etc.) que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes. Entre estos estudios tenemos los de Barahona (1974), Majluf (1984), Gurmendi (1979).

Castro y Yamada (2013), nos dicen que el sistema universitario peruano presenta serias deficiencias que se reflejan en el rendimiento académico. Estas deficiencias no siempre se inician en la educación superior, sino sobrevienen de la educación secundaria, y se agudiza en la universidad debido al incremento de la complejidad de las actividades académicas, que desde nuestra experiencia podemos corroborar.

Chávez (2001), destaca las siguientes conclusiones, respecto al perfil de los ingresantes a la Universidad peruana, que bien se ajustan a la actualidad:

- Deficiencia en la formación académica, especialmente en el área de Matemática, debido a una inadecuada programación curricular, asignaturas de Matemática a cargo de profesionales de otras especialidades.
- Heterogeneidad en la formación académica, consecuencia de los diversos programas curriculares de las instituciones educativas de procedencia.
- Influencia negativa de las academias de preparación, pues éstas automatizan al estudiante-postulante, entrenándolo sólo para el examen de ingreso, sin preocuparse de desarrollar sus capacidades y habilidades para la universidad.
- Carencia de hábitos y estrategias de estudio.
- Escasa capacidad de análisis y abstracción
- Inmadurez, inseguridad y falta de una orientación vocacional.

Los estudiantes que ingresan cada año a la UPAGU, no se eximen de estas características mencionadas, las que se manifiestan en el rendimiento académico de la asignatura de Matemática Básica I, y se traducen en altas tasas de desaprobación (en el año 2014, el 75% de desaprobados), así como reforzamiento de actitudes de rechazo a esta disciplina (el año 2014, el 85% de los estudiantes manifestaron tener mediana actitud hacia la asignatura de Matemática Básica).

El pensamiento formal de los estudiantes y las actitudes que manifiestan frente a la asignatura de Matemática son factores que pueden influir en el rendimiento académico de la Asignatura, es por eso que en el presente trabajo se investigó sobre la relación entre pensamiento formal y las actitudes con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I de los estudiante del I ciclo académico, de la Escuela de Estudios Generales de la Universidad Privada Antonio Guillermo Urrelo de Cajamarca, año 2016.

1.1.2. Descripción del problema.

Según el análisis de documentos académicos (2014 y 2015) como evaluaciones escritas, registros, actas de evaluación e informes de los docentes de la asignatura de Matemática Básica I; uno de los problemas que presentan los estudiantes de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, es el aprendizaje de la Matemática, se registran altas tasas de desaprobación, bajo rendimiento académico y repitencia; así como actitudes negativas de miedo, fobia, rechazo, frustración, ansiedad frente a esta disciplina. Por lo que es necesario desarrollar con los estudiantes universitarios, competencias, actitudes y valores que les permitan desenvolverse no sólo frente a una asignatura sino frente a un mundo tan cambiante.

La Matemática como ciencia formal, requiere de procesos mentales que mejoran las capacidades de comprensión, razonamiento lógico, pensamiento resolutivo, las capacidades de análisis, síntesis, inferencia, deducción y otras más; al utilizar estrategias de aprendizaje que promuevan la socialización e interiorización individual desarrollan el pensamiento resolutivo, la toma de decisiones, la creatividad y la reflexión; de allí la importancia de establecer la relación del pensamiento formal y las actitudes con en el rendimiento académico en Matemática.

En los estudiantes de I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU se evidencia, según la revisión y análisis de documentos académicos (registros, actas de evaluación, informes de docentes), bajo rendimiento académico en el aprendizaje de Matemática Básica I, por lo que se realizó la presente investigación para identificar algunos factores que influyen en el rendimiento académico en esta disciplina.

1.1.3. Formulación del problema.

¿Qué relación existe entre el pensamiento formal y las actitudes hacia la Matemática con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I, de los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Estudios Generales, de la UPAGU de Cajamarca en el 2016?

Problemas derivados:

- ¿Cuál es el nivel de pensamiento formal se encuentran los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU?
- ¿Qué actitudes tienen los estudiantes de I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, frente a la asignatura de Matemática Básica I?

- ¿Cómo es el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I de los estudiantes de I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU?

1.2. Justificación e importancia de la investigación

1.2.1. Justificación científica.

Hoy se afronta una transformación global de los sistemas de producción y comunicación donde la ciencia, la tecnología, el desarrollo socioeconómico y la educación están íntimamente relacionados. En esta realidad el mejorar las condiciones de vida de las sociedades depende de las competencias de sus ciudadanos. En este contexto complejo, uno de los principales propósitos de la educación básica en el Perú es el desarrollo del pensamiento matemático para comprender y actuar en el mundo (Ministerio de Educación del Perú, 2009).

La Matemática es una ciencia que todos deberíamos comprender, pues cumple un rol importante en el desarrollo de capacidades mentales, en el razonamiento lógico y la influencia que tiene en el aprendizaje de cualquier disciplina del conocimiento humano. La Matemática es importante en la investigación, en el desarrollo científico y tecnológico, es y ha sido una herramienta de los seres humanos para entender el mundo.

Lamentablemente el aprendizaje y enseñanza de la Matemática en distintos cursos y niveles educativos, ha sido y es un problema, pues existen diversas causas, que en muchos casos sobrepasa el dominio del alumno y, también, del profesor (Closas, 2009)

El bajo rendimiento académico en la asignatura de Matemática, en nuestro país, es una dificultad evidente en todos los niveles educativos, y es más innegable en el

nivel secundario, así lo demuestran las estadísticas a nivel nacional e internacional. (Closas, 2009)

La OCDE (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico) y el Proyecto PISA (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes), realizan una de las investigaciones más importantes a nivel internacional sobre el nivel educativo de un país. La evaluación PISA, evalúa a estudiantes de 15 años, que están por concluir la educación formal obligatoria, verifican sus competencias en ciencias, lectura y Matemática, analizando los conocimientos y habilidades que son necesarios para desenvolverse convenientemente en la sociedad.

Las evaluaciones PISA se realizan cada tres años, el Perú ha participado en la del 2000, 2009, 2012 y 2015. La entidad responsable, en el Perú, que coordina y aplica esta evaluación es la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) del Ministerio de Educación.

Si bien es cierto en la evaluación PISA del 2015, se muestra una mejoría respecto a los años anteriores, aún seguimos en los últimos lugares (64 de 70), la situación es preocupante, pues tanto en Matemática como en ciencias y comprensión lectora, son varios los puntos que nos falta para igualar al promedio PISA; en Matemática obtuvimos 387 puntos y el promedio es 490 puntos, lo que hace una diferencia de 103 puntos. En matemática se subió de 368 a 387, es decir, 19 puntos, escalando al puesto 61 y superando así a Brasil. En Matemática, el Perú es el sexto país de la lista con la mejora más notable. Sin embargo, hay un 46.7% de estudiantes peruanos que se ubican entre los que obtienen los peores resultados, mientras que sólo un 0.6% alcanza los más altos niveles de la evaluación.

La Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) del Ministerio de Educación de nuestro país, investiga sobre el rendimiento escolar a nivel nacional, los resultados son alarmantes, ya que entre el 80% y el 90% aproximadamente de los estudiantes que están por terminar sus estudios secundarios, se encuentran en un nivel por debajo del básico en el área de Matemática.

Por los datos anteriormente mostrados podemos afirmar que los alumnos que culminan Educación Secundaria, presentan serias dificultades en el aprendizaje de la Matemática, lo que hace suponer que no han desarrollado las capacidades y habilidades necesarias para el aprendizaje de la matemática a nivel universitario. (Closas, 2009)

El no haber desarrollado las capacidades y habilidades necesarias para aprender Matemática, se manifiesta en un bajo rendimiento académico en dicha asignatura. Pues el rendimiento académico en Matemática representa el nivel de eficiencia de un alumno después del proceso de enseñanza aprendizaje.

El rendimiento académico en Matemática está influenciado por muchos factores: estrategias de aprendizaje, nivel de pensamiento formal, actitudes, aptitudes, inteligencia, autoconcepto, entre otros. En el Perú y en la región de Cajamarca se han realizado investigaciones de algunas de estas variables y su relación con el rendimiento académico, pero en la región no existe estudios referentes a la relación entre el pensamiento formal, las actitudes hacia la Matemática y el rendimiento académico; de allí que fue pertinente realizar una investigación para determinar algunas de las causas del por qué la asignatura de Matemática, en la actualidad, es un problema en su aprendizaje a nivel del sistema educativo y específicamente de los estudiantes universitarios.

El propósito fundamental de esta investigación fue elaborar un modelo que explique las interacciones que se establecen entre el pensamiento formal y las actitudes con el rendimiento académico en la Asignatura de Matemática Básica I de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU 2016.

1.2.2. Justificación técnica-práctica.

La experiencia adquirida a través del ejercicio profesional, demuestra que los docentes que laboran en los diferentes niveles educativos encuentran problemas parecidos en relación con la enseñanza y aprendizaje de la Matemática; y lo que se dice es que el alumno, del nivel educativo anterior no trae los requisitos y las habilidades matemáticas necesarias para continuar sus estudios, pero que como un mero comentario, se requirió hacer una investigación, que nos permita identificar algunos factores que influyen en la enseñanza, aprendizaje y el rendimiento académico en la asignatura de Matemática.

Esta investigación permitió tener un diagnóstico de las características del estudiante de la UPAGU, respecto al pensamiento formal y a las actitudes y cómo se relacionan con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I, pues a partir de los resultados se podrá guiar y potenciar las habilidades de los estudiantes en Educación Matemática. De esta manera contribuiremos a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de esta asignatura.

1.2.3. Justificación institucional y personal.

Resultó importante determinar algunos factores que influyen en el rendimiento académico de la asignatura de Matemática Básica I de los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU de Cajamarca; de esta manera se pudo establecer algunas causas de dicha problemática, las que están relacionadas con

la programación, metodología, características de los estudiantes, conocimientos previos, actitudes, etc., y en base a estos resultados se planteó algunas probables soluciones.

Por lo dicho anteriormente, la intención de la presente investigación es contribuir al mejoramiento del aprendizaje de la Matemática de los estudiantes universitarios de las diferentes carreras profesionales que oferta la UPAGU. Tarea que involucra no sólo a estudiantes, sino a autoridades, docentes y comunidad en general, quienes deben realizar acciones para dar una solución sostenida y adecuada, a dicha problemática.

1.3.Delimitación de la investigación

La presente investigación se realizó en la Universidad Privada “Antonio Guillermo Urrelo” (UPAGU) de Cajamarca, en el año académico 2016-I, se trabajó con una muestra de 80 estudiantes de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU. La investigación se enmarcó en las definiciones y teorías psicopedagógicas que intervienen en la enseñanza aprendizaje de la Matemática. Además, permitió diagnosticar las características de los estudiantes respecto al pensamiento formal y las actitudes en el rendimiento académico, explicando la interacción entre dichas variables.

1.4.Objetivos

1.4.1.Objetivo general.

Determinar la relación entre el pensamiento formal y las actitudes con el rendimiento académico en Matemática Básica I, de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la Universidad Privada “Antonio Guillermo Urrelo” de Cajamarca 2016.

1.4.2. Objetivos específicos.

- Identificar el nivel del pensamiento formal, de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, en relación con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I.
- Conocer las actitudes hacia la matemática de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales y su relación con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I.
- Analizar el rendimiento académico, de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales, en la asignatura de Matemática Básica I.
- Establecer las relaciones entre el pensamiento formal y las actitudes hacia la Matemática con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I, de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU 2016.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación

A continuación se mencionan algunos trabajos de investigación que tienen relación con el rendimiento académico en Matemática, el pensamiento formal y las actitudes hacia esta asignatura.

2.1.1. Nivel internacional

Corral (1989), en su estudio titulado: “Asincronías en el desarrollo del pensamiento formal”, realizó dos experimentos, uno con estudiantes de 13 y 15 años y otro con estudiantes de 14 y 17 años. En ambos grupos estudió el comportamiento intelectual de los sujetos que se encuentran en el momento de consolidar las operaciones formales. La principal conclusión fue que el desarrollo del pensamiento formal no se produce de modo homogéneo y sincrónico, este desarrollo es un proceso secuencial y jerárquico.

Aguilar, Navarro, López y Alcalde (2002), realizaron en la Universidad de Cádiz, una investigación: Pensamiento formal y resolución de problemas. Analizaron las posibles relaciones entre los logros cognitivos alcanzados durante el estadio del pensamiento formal y la resolución de problemas matemáticos. Los resultados indican que los alumnos con mayor nivel de pensamiento formal son los que mejor resuelven problemas matemáticos. No obstante, tan sólo el 36% de estos fue capaz de resolver problemas donde los esquemas de proporcionalidad están presentes. Sus resultados también muestran que alcanzar el nivel de pensamiento formal no es suficiente para resolver problemas matemáticos concretos, es necesario además adquirir el conocimiento específico para tener éxito en la solución.

Aquino (2003), en su artículo “Pensamiento Formal y la Educación Científica en la Enseñanza Superior”, desarrolla ideas acerca del pensamiento y el lenguaje en la educación superior como un desafío para los docentes. Manifiesta que el pensamiento formal, el lenguaje y la lógica son los insumos para alimentar el proceso de aprendizaje. Afirma que el lenguaje actual de la ciencia es más propositivo que determinista, poniendo así en duda la función del maestro como portador de verdades y certezas. Propone algunos conceptos del aprendizaje constructivo, como alternativas en la enseñanza superior. Crítica al maestro como facilitador del acceso a la reflexión, sobre habilidad y conocimiento, aprender y comprender a partir de un potencial conflicto al que debe confrontarse al estudiante. Los aprendizajes complejos sugieren un principio didáctico: de lo complejo a lo complejo a través de sucesivas aproximaciones. Finalmente, reflexiona sobre la búsqueda de un pensamiento autónomo y cuestionador en el alumno.

Los autores Gargallo, López, Pérez, Serra, Sánchez y Ríos (2007), en su investigación titulada: “Actitudes ante el aprendizaje y rendimiento académico en los estudiantes universitarios”, analizaron la incidencia de las actitudes hacia el aprendizaje en el rendimiento académico de los alumnos universitarios, la hipótesis planteada fue la relación entre actitudes y rendimiento y que los alumnos con mejores actitudes obtendrían mejores calificaciones. La hipótesis fue confirmada, pues se encontró una correlación significativa entre las actitudes hacia el aprendizaje de los estudiantes universitarios y el rendimiento académico, demostrando una asociación entre actitudes y rendimiento.

Molina y Rada (2013), investigaron la relación entre el nivel de pensamiento formal y el rendimiento académico en Matemática, en una muestra de 196 estudiantes entre 15 y 17 años, del distrito de Barranquilla, Colombia. Concluyendo, de acuerdo

a la caracterización de Piaget sobre el pensamiento formal, que el 98% de los estudiantes de la muestra no tienen un pensamiento formal, mientras que sólo el 2% restante lo posee, encontrándose que existe una correlación significativa y positiva entre el nivel de razonamiento formal y el rendimiento académico en Matemáticas en toda la muestra.

Dörfer y Ulloa (2016), realizaron una investigación titulada: Medición de la actitud hacia las Matemáticas en estudiantes de licenciatura en administración, el propósito fue aplicar y validar la fiabilidad de la escala de actitudes hacia las matemáticas, elaborada por Elena Auzmendi (1992). La conclusión fue que la consistencia interna del instrumento muestra con un $\alpha=0.667$, así como un índice en el test de KMO de 0.764, lo que hace válido al instrumento en el contexto en el que fue aplicado. El análisis factorial exploratorio confirma que los cinco componentes del test corresponden a las cinco sub escalas del instrumento y muestra las propiedades adecuadas de la escala.

2.1.2. Nivel nacional

En la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Barahona (1974), realizó una investigación comparativa entre el rendimiento académico escolar, los hábitos de estudio, el nivel intelectual y su correspondencia con el rendimiento académico universitario, en una muestra de 433 del programa de Estudios Generales, los resultados mostraron que los alumnos que ocuparon los primeros puestos en el examen de admisión poseen mejores hábitos de estudio que los exonerados y que los demás estudiantes ingresantes por concurso, que la mayoría de estudiantes examinados presentan hábitos de estudio inadecuados adquiridos durante la secundaria lo que influye significativamente en su rendimiento académico.

Majluf (1984), realizó un trabajo de investigación descriptivo comparativo “Desarrollo del pensamiento formal proposicional combinatorio de dos grupos de adolescentes de diferentes estratos socio-económicos de Lima-Perú”. Para explorar el pensamiento formal se emplearon dos pruebas de Longeot, la de la lógica de las proposiciones, y la de operaciones formales combinatorias, basadas en la teoría de Piaget. Se compararon dos grupos de adolescentes, con una edad promedio de 18 años, que cursaban el quinto año de secundaria; provenientes un grupo de los colegios de los pueblos jóvenes (200 estudiantes), y el otro de los colegios particulares (200 estudiantes). En los resultados se evidencia que los adolescentes de los colegios de los pueblos jóvenes presentaban un serio retardo en el desarrollo del pensamiento formal, permaneciendo la mayoría de ellos en el nivel concreto. Por el contrario, los adolescentes de los colegios particulares habían adquirido, casi todos, el pensamiento formal.

Gurmendi (1979), realizó el trabajo titulado: “Estudios sobre madurez mental, hábitos de estudio y rendimiento académico en estudiantes de letras”. Pontificia Universidad Católica. Investigación realizada con un grupo de alumnos de Estudios Generales, en una muestra de 145 estudiantes, entre 17 y 24 años, en esta investigación se encontró que los alumnos presentaban marcadamente tener hábitos de estudios inadecuados, el grupo se orientaba hacia los niveles de rendimiento regular, promedio de nota igual o menor que 13; además, se determinó que existe una correlación directa entre rendimiento académico y los hábitos de estudios, es decir, los que tienen mejores hábitos de estudio tienen mejor rendimiento académico y viceversa.

Bazán, Espinoza y Farro (1998), investigaron sobre el rendimiento y actitud hacia la Matemática en el sistema escolar peruano, muestran que la dimensión

afectiva del aprendizaje es esencial para lograr las competencias y propósitos en el sistema educativo peruano, por lo que los autores manifiestan que las actitudes deben ser atendidas y desarrolladas en la escuela en sus tres componentes básicos de toda actitud: cognitivo (creencias y conocimientos de una persona sobre el objeto de la actitud), afectivo (valoración emocional del objeto actitudinal) y conductual (acciones manifiestas de una persona sobre el objeto de la actitud).

2.1.3. Nivel regional

En la región de Cajamarca existen investigaciones en las que se aprecia la relación rendimiento académico en Matemática con otras variables, a continuación se mencionan algunas de éstas.

Bardales (2001), realizó la investigación titulada “Rendimiento académico en la línea curricular de Matemática de los alumnos de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Cajamarca: Una propuesta metodológica”, en la que concluyó que el factor socioeconómico y la metodología que utilizan los docentes en la enseñanza aprendizaje de la Matemática se relaciona de forma significativa con el rendimiento académico en dicha asignatura.

Álvarez (2002), investigó sobre la influencia de factores socio-económicos-culturales en el rendimiento académico en Matemática en alumnos del quinto año de secundaria de la ciudad de Cajamarca, comprobando que los factores socio-económicos-culturales (sexo, lugar de procedencia del alumno, centro educativo donde estudia, servicios con los que cuenta su vivienda, nivel de autoestima, ingreso familiar, grado de instrucción de los padres, tiempo que dedica a estudiar Matemática, entre otros) se relacionan significativamente con el rendimiento académico en Matemática.

Rodríguez (2008), investigó la relación entre los estilos de aprendizaje y autoestima con el rendimiento académico en los alumnos de la Universidad Nacional de Cajamarca, en una muestra de 399 alumnos de ambos sexos, concluyendo que no existe relación significativa entre los estilos de aprendizaje y autoestima con el rendimiento académico.

2.2. Marco doctrinal

2.2.1. Período de las operaciones formales.

Jean Piaget, ha sido la fuente mayor influencia en el estudios del desarrollo intelectual del niño y adolescente (Arancibia, Herrera y Strasser, 1999). Piaget distingue cuatro etapas del desarrollo cognitivo:

- Período sensorio-motriz (0 a 2 años).
- Periodo pre-operacional (2 a 7 años).
- Período de las operaciones concretas (7 a 12 años) y
- Período de las operaciones formales, se divide en: etapa emergente (génesis de las operaciones formales de 12 a 14 años), etapa de conciliación (estructura operaciones formales de 14 a 20 años).

En cada una de estas etapas se van adquiriendo estructuras lógicas de diferente y mayor complejidad, permitiendo al sujeto adquirir habilidades para hacer ciertas cosas y otras no.

Piaget, en el desarrollo cognitivo, considera al periodo de las operaciones formales, como el nivel superior del razonamiento humano cualitativamente distinto de las formas de pensamiento anteriores (Aguilar, Navarro, López, Alcalde, 2002).

En diversos estudios referentes al desarrollo cognitivo de Piaget, se sustenta que el estudiante que ha desarrollado el pensamiento formal tiene la capacidad de

manejar, a nivel lógico, enunciados verbales y proposiciones en vez de objetos concretos únicamente, es capaz de entender plenamente y apreciar las abstracciones simbólicas del álgebra, de razonar correctamente sobre proposiciones en las que aún no cree (hipótesis), a este periodo se le denomina también hipotético – deductivo.

No todos desarrollamos el pensamiento formal a la misma velocidad, pues también depende de la cultura y el contexto que rodea a cada individuo. Es así que el pensamiento formal puede surgir recién entre los 15 y 20 años y no entre 11 y 15 años, como lo afirma Piaget; e incluso que no se formen nunca en un medio desfavorable. Toda persona normal es capaz de llegar a las estructuras formales de pensamiento, siempre y cuando su medio social y su experiencia adquirida le proporcionen los medios y las incitaciones intelectuales necesarias para su construcción.

Piaget, manifiesta que existen cuatro factores relacionados con el desarrollo cognitivo: la madurez, la experiencia adquirida, lenguaje y transmisión social, y la equilibración. Considera además que cada uno de estos factores y la interacción de los mismos establecen las condiciones necesarias para el desarrollo cognitivo, pero que ninguno por sí mismo es suficiente para asegurar el desarrollo cognitivo. Los movimientos en cada etapa del desarrollo y entre éstas son funciones de estos factores y su interacción (Aguilar, Navarro, López, Alcalde, 2002).

Las últimas evaluaciones internacionales realizadas (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, PISA 2000, 2009, 2012, 2015) a estudiantes del Perú y a la práctica pedagógica en el Área de Matemáticas, permiten afirmar que en nuestro país, una gran parte de los estudiantes que culminan la Educación Secundaria lo hacen presentando serias dificultades para el aprendizaje de la Matemática y por consiguiente no han desarrollado las capacidades y habilidades

necesarias para el aprendizaje de la asignatura de Matemática a nivel universitario, con lo que podríamos concluir, que posiblemente, estos estudiantes aún no poseen o no han desarrollado el pensamiento formal, pues su razonamiento deductivo, lógico y abstracto es escaso.

2.2.2. Características del pensamiento formal según Inhelder y Piaget (1955, 1972).

Inhelder y Piaget en su obra “De la lógica del niño a la lógica del adolescente”, describen las diferencias cualitativas entre el pensamiento concreto del niño y el pensamiento formal del adolescente. Los autores afirman que el periodo de las operaciones formales se inicia entre los 11 y 12 años y llega a consolidarse entre los 14 y los 15 años.

En esta misma obra Inhelder y Piaget (1955, 1972) señalan que el pensamiento formal tiene características funcionales y estructurales, las que son indisociables y que se influyen una a la otra y así modificar y ampliar la visión que el individuo tiene sobre el mundo, dotándolo de nuevas y sofisticadas formas de resolución de problemas.

a) Características funcionales del pensamiento formal

- Lo real es un subconjunto de lo posible. En el pensamiento concreto el niño concibe a lo posible como una prolongación de lo real, en cambio en el pensamiento formal en el adolescente se produce un cambio de sentido entre lo real y lo posible, en donde lo real está subordinado a lo posible. El adolescente: “() concibe a los hechos como el sector de las realizaciones efectivas en el interior de un universo de transformaciones posibles” (Inhelder y Piaget, 1955, 1972, p. 213)

Los hechos sólo serán admitidos y explicados después de verificarlos dentro de un conjunto de las posibles hipótesis que tienen relación con la situación dada

(carácter hipotético-deductivo). Las relaciones no obvias, sino posibles, tienen que ser deducidas por el sujeto a través de operaciones lógicas de pensamiento. Además para admitir lo posible el pensamiento formal tendrá a su disposición una diversidad de operaciones virtuales, que son condiciones necesarias para el logro del equilibrio que es a la vez móvil y más estable.

- Carácter hipotético-deductivo. La gran cantidad de operaciones virtuales en cada situación es lo que lleva al sujeto a plantearse hipótesis y decidir cuáles de ellas la somete a prueba, para luego confirmarla o no.

El sujeto en esta etapa está en la capacidad de probar simultánea o sucesivamente varias hipótesis, en las que aplica un razonamiento deductivo, para verificar las consecuencias de las acciones que ha efectuado sobre la realidad, aquí no solo se ve realidades posibles, sino también a enunciados hipotéticos. “() la deducción consiste entonces en vincular entre si esas presuposiciones extrayendo sus consecuencias necesarias incluso cuando su verdad experimental no vaya más allá de lo posible”. (Inhelder y Piaget, 1955, 1972, p. 214).

El sujeto que se encuentra en el pensamiento formal avanzado, está en condiciones de tener un esquema de control de variables, que le lleva a aplicar una estrategia e ir variando paulatinamente un factor del problema, mientras mantiene constantes los demás factores.

Según Piaget (1982), los adolescentes que se encuentran en este periodo presentan las siguientes características:

- Tienen la capacidad de descartar mentalmente las hipótesis más simples y primitivas.
 - Tienen mejor comprensión de los problemas y fenómenos, pueden construir hipótesis más complejas y avanzadas.
 - Aparecen los rasgos principales del razonamiento científico, una de las principales características del razonamiento formal.
- **Carácter proposicional.** Una operación concreta se la puede traducir en proposiciones sin tener que proporcionar, para resolverla, objetos manipulables; y pasa a ser resuelta en el nivel formal.

En el nivel formal a la lógica de clases y relaciones, que afecta a los objetos, se superpone una nueva propiedad que en la lógica de proposiciones; que le permite al sujeto tener más posibilidades operatorias, las que se manifiestan en dispositivos experimentales y, también, ante problemas propuestos verbalmente.

En esta etapa ya no realizará operaciones mentales directamente sobre datos de la realidad, sino que transformará esas operaciones directas (operaciones de primer orden) en proposiciones y operaciones sobre ellas, lo que Inhelder y Piaget denominan operaciones de segundo orden.

La característica de la lógica de proposiciones, es que es una lógica de todas las posibles combinaciones del pensamiento, ya que se emplea nuevas posibilidades operatorias como: disyunciones, implicaciones, exclusiones y operaciones lógicas de clases y relaciones.

b) Características estructurales del pensamiento formal

Inhelder y Piaget (1955, 1972) analizan las estructuras operatorias del pensamiento formal partiendo del modelo de las estructuras generales expuesto por el grupo Bourbaki, quienes afirman que existe tres tipos de estructuras:

- Estructuras algebraicas. Su modelo es el grupo, si se dan dos elementos x y y del sistema, se determina en esa dirección un tercer elemento z , a través de una operación (Δ) que reúne los dos elementos primeros: $x \Delta y = z$.
- Estructuras de orden. Como el "reticulado", referido a las relaciones $x R y$ (donde x es, máximamente, igual a y). Aquí, los dos elementos no determinan unívocamente al tercero sino que se tiene: $xRx, xRy, yRx (x = y)$, y si xRy y yRz , entonces xRz . (Sin descartar el caso de estructuras donde x e y son incomparables; cuando R significa "contenido en").
- Estructuras topológicas. Referidas a los conceptos de "en torno", "límite" y "continuidad".

Estas estructuras pueden combinarse de formas múltiples, para explicar cualquier otra estructura, sirven para comparar el pensamiento concreto con el pensamiento formal, y cómo a partir de las estructuras más simples se puede construir estructuras más complejas.

Un sujeto que se encuentra en las operaciones formales usará operaciones proposicionales o interproposicionales como: combinatoria de las 16 operaciones binarias y el grupo de las 4 transformaciones.

- Combinatoria de las 16 operaciones binarias, consiste en que a partir de dos proposiciones cualesquiera ($p = q$), será posible realizar 16 combinaciones diferentes, las que constituyen una estructura de conjunciones que suponen 16 operaciones mentales: afirmación completa, negación de la afirmación

completa, conjunción, incompatibilidad, disyunción, negación conjuntiva, implicación, no implicación, implicación recíproca, negación de la implicación, equivalencia, exclusión recíproca, afirmación de p , negación de p , afirmación de q , negación de q . (Nogera y Escalona, 1989, p. 122).

Noguera y Escalona (1989), en su obra *El adolescente caraqueño*, presentan un ejemplo, el que sirve para aclarar los enunciados anteriores, de integración de sexo y color, en un parque donde hay caballos y yeguas de colores blancos y negros. Las combinaciones posibles son las siguientes: 1. Ni caballos ni yeguas. 2. Caballos blancos solamente. 3. Yeguas blancas solamente. 4. Caballos negros solamente. 5. Yeguas negras solamente. 6. Caballos blancos y yeguas negras. 7. Caballos negros y yeguas negras. 8. Caballos blancos y yeguas blancas. 9. Caballos negros y yeguas blancas. 10. Yeguas blancas y negras. 11. Caballos blancos y negros. 12. Caballos y yeguas blancos, y caballos negros. 13. Caballos y yeguas blancos, y yeguas negras. 14. Caballos y yeguas negros, y caballos blancos. 15. Caballos y yeguas negros, y yeguas blancas. 16. Caballos y yeguas blancos, caballos y yeguas negros.

Los autores manifiestan que el sujeto no tiene conciencia de la existencia del sistema de operaciones proposicionales, es decir el adolescente no es consciente de la lógica de su pensamiento, es a través del tiempo que él tomará conciencia de este sistema y lo expresará mediante el lenguaje.

- Grupo INRC, también denominado grupo de las 4 transformaciones o grupo KLEIN, posee las 4 propiedades siguientes: Composición, al combinar elementos del mismo conjunto resulta otro elemento que pertenece al conjunto. Asociatividad, combinar una serie de elementos de un conjunto no depende de la forma como se agrupan. Identidad general, existe un solo elemento que al

combinarse con otro lo hace idéntico (elemento identidad). Reversibilidad, por cada elemento de un conjunto existe otro que combinado con él resulta el elemento identidad.

Las 4 operaciones específicas del grupo INRC son: I de identidad (no cambiar una proposición determinada a), N de negación (efectuar la inversión de la proposición a), R de reciprocidad (producir igual efecto que la operación a , pero actuando en otro sistema) y C de correlativa (inversión o negación de la operación de reciprocidad) (Carretero, 1985).

Inhelder y Piaget (1955-1972), estudiaron en un grupo de estudiantes de Suiza, entre los once y doce años de edad, el tránsito entre el pensamiento concreto, caracterizado por operaciones concretas de clases y relaciones, y el pensamiento formal, donde se emplean las operaciones interproposicionales; en este estudio y con estos sujetos, los autores comprueban que este tránsito se realiza de manera sincrónica. Pero (Jackson, 1965; Lovell, 1961; Lumzer, 1965; cit. por Carretero, 1985), replicaron las situaciones experimentales usadas por Inhelder y Piaget, encontraron que un alto porcentaje de los sujetos de sus estudios no alcanzaban el estadio formal en las edades citadas por los autores, lo que llevó a Piaget a revisar sus afirmaciones y en una disertación llevada a cabo en 1970 en el III Congreso Internacional sobre el desarrollo humano de la adolescencia y la madurez, (Piaget, 1970) realiza algunas precisiones, con el propósito de aclarar su posición.

Piaget, concluyó que no todos los sujetos desarrollan el pensamiento formal con la misma velocidad, pero lo que no se modifica es el orden de sucesión de los estadios y que la velocidad depende de la estimulación social y la actividad

del individuo. Piaget (1970), también afirma que se debe tener en cuenta la diversificación de las aptitudes con la edad, pues encontró sujetos más aptos para la Física, Literatura, Matemática u otras ciencias; por lo tanto, todos los sujetos normales llegan a las operaciones y estructuras formales; si no lo logran entre los 11 y 15 años será entre los 15 y 20 años, pero lo harán en terrenos diferentes dependiendo de sus aptitudes y profesiones.

Piaget, manifiesta que la influencia social es importante, pues es un factor primordial para alcanzar el pensamiento formal y que la cultura (interacción del sujeto dentro del sistema educativo formal), en este caso, la escuela puede ser un facilitador o entorpecedor en el desarrollo cognitivo en este periodo crucial en la vida de los individuos.

2.2.3. Educación y pensamiento formal.

Entre los factores que dificultan la adaptación de la educación a la realidad están el enorme esfuerzo requerido para aplicar los currículos en continua evolución y la resistencia que ponen todos los factores humanos, empezando por los docentes.

A este desafío la escuela responde, dice Simone (2001), con una incomprensible tranquilidad, limitándose a transmitir algunos conocimientos bien definidos, y permanece ajena a dos mecanismos que son esenciales en la actualidad: Ante el avance veloz, es cognitivamente lenta y ante la diversidad de metodologías y de acceso al conocimiento, es metodológicamente lenta. Por lo que la escuela no es el lugar de la movilidad del conocimiento, sino el lugar en que algunos conocimientos son transmitidos y clasificados, y en el que los conocimientos se hacen sedentarios, envejecen y se hacen estáticos. La escuela se limita a enseñar verdades absolutas, donde nada queda al azar, pues los conocimientos que la escuela

selecciona para enseñar están tan depurados que no queda espacio para la duda razonable. Éste es una especie de paternalismo que la educación asume sobre el conocimiento y que opera como prejuicio.

Según Tenti Fanfani (1999), estas ideas aparecen en la escuela y en la pedagogía, cuando se reduce la relación educando-educador al punto en el cual el maestro simplemente debe adquirir habilidades para transformar las respuestas o comportamientos conductuales erróneos de los alumnos.

Esta situación es semejante en el ambiente universitario, pues muchas veces el pensamiento formal y la educación científica en la enseñanza superior son conducidos por un único camino de verdades y certezas que es aquel y sólo aquel que propone el docente. Otra variante de esta perspectiva es el instrumentalismo, concepción que supone que la enseñanza se reduce a memorizar y narrar los resultados científicos y los avances tecnológicos que se producen en los laboratorios y son descritos en los textos escolares. Es procedente señalar que estas corrientes o escuelas mediante las cuales se intenta resolver la relación entre el sujeto que conoce y el objeto de conocimiento se encuentran presentes en cada uno de los diferentes conflictos y etapas por las que ha transcurrido el devenir de las ciencias.

2.2.4. Educación Matemática.

De Guzmán (1996), opina que hacer Matemática es una actividad científica, que permite explorar determinadas estructuras de la realidad física o mental. Estas estructuras presentan diferentes formas de tratamiento; incluyen una adecuada simbolización y adecuada manipulación racional de los elementos matemáticos.

La Educación Matemática debe incluir a los estudiantes en el aprendizaje de la Matemática, debe servir como un proceso de inculturación, que genere un ambiente adecuado. La Educación Matemática debe apoyarse permanentemente en lo real, fomentar la intuición general, la manipulación operativa del espacio y de los símbolos. La enseñanza de la Matemática debe reflejar el carácter humano de ésta, pues ha nacido de la interacción del hombre con la naturaleza.

El autor también manifiesta que el centro de la Educación Matemática es el proceso del pensamiento matemático, ya que no se trata sólo de hacer una transferencia de contenidos, si no que se debe desarrollar procesos de pensamiento (saber hacer). Los avances tecnológicos hacen que se rediseñen la manera de cómo se aprende y enseña la Matemática, pues se tiene que manejar herramientas cada vez más avanzadas.

En Educación Matemática no se puede dejar de lado la importancia que tiene la motivación, muchas veces el fracaso de los estudiantes, que se traduce en un bajo rendimiento académico, se debe a la falta de una adecuada motivación por parte del docente, él que ha deshumanizado la ciencia. Es importante y necesario un saber humanizado, en el que el hombre y la máquina ocupen el lugar que les corresponde.

De Guzmán (1996), también hace referencia a los principios metodológicos que se debe tener en cuenta en la Educación Matemática: adquisición de los procesos típicos del pensamiento matemático (la inculturación a través del aprendizaje activo), el uso de la historia en el proceso de formación del docente matemático y la utilización de la historia, la heurística en la enseñanza de la Matemática, la enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas, el trabajo en equipo, la modelización y aplicaciones, uso del juego en la Educación Matemática, La

importancia de la motivación y presentación, fomento constante del gusto por la Matemática.

Los docentes de Matemática deberíamos poner en práctica estas consideraciones que hace Miguel de Guzmán, pues contribuiríamos a mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática y por consiguiente el rendimiento académico de los estudiantes.

2.2.5. Actitudes hacia la Matemática.

El diccionario de la Lengua Española define actitud como una disposición de ánimo manifestada de algún modo, la Psicología, nos dice que **la actitud** es un comportamiento habitual el que se produce en diferentes circunstancias. De esto podemos decir que las actitudes son reacciones repetidas de una persona. Las actitudes se relacionan con el carácter de cada individuo, como una conducta innata o adquirida, relativamente estable, para sentir y actuar de una manera determinada.

Gómez-Chacón (2009), menciona que hay que distinguir entre dos componentes: “actitud hacia la Matemática y actitudes matemáticas”. Las primeras hacen énfasis al componente afectivo como la valoración, la satisfacción, el aprecio, el interés y curiosidad por el aprendizaje de la Matemática; las segundas se refieren al componente cognitivo “...como la flexibilidad de pensamiento, la apertura mental, el espíritu crítico la objetividad...” (Gómez-Chacón, 2009, p. 11).

“Las actitudes están relacionadas con el comportamiento que mantenemos en torno a los objetos a que hacen referencia. Es decir, que si mi actitud hacia un contenido de aprendizaje en específico es favorable, probablemente logre obtener un aprendizaje significativo del mismo” (Castañeda y Álvarez, 2004, p.142)

Las actitudes positivas, el progreso de emociones y de conductas favorables son elementos clave en la conducción de una sesión de aprendizaje que los maestros de Matemática deben promover. A veces el éxito y afecto no siempre coinciden en una materia. Es probable que un estudiante que no ve la utilidad de la Matemática sea exitoso en otras materias, y considere a la Matemática de paso y las abandone (Muñoz y Mato, 2008).

La motivación, el gusto y sobre todo encontrar utilidad en las Matemáticas facilitan las actitudes positivas hacia esta asignatura (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2005).

Los autores Pérez, Aparicio, Bazán y Abdounur (2015), concluyen que al comienzo de un curso la actitud de los estudiantes es positiva, sin embargo les falta confianza, ciertas habilidades, agrado y a veces no consideran útil la materia; este podría ser el caso de la asignatura de Matemática Básica I.

2.2.6. Importancia de las actitudes en Educación Matemática.

Ulloa y Dörfer (2016), manifiestan que los estudiantes consideran la Matemática como una materia difícil de aprender, que es útil para el ámbito laboral, que gusta a un grupo reducido de estudiantes, tiende a ser misteriosa, aburrida, compleja; causa ansiedad a quienes no la entienden o no encuentran sentido, en consecuencia, generan frustración, angustia y aversión, en vez de satisfacciones por los logros obtenidos. Además, los autores apuntan que existe una relación significativa entre las actitudes hacia las Matemáticas y su rendimiento académico. Las actitudes tienen su base en las emociones experimentadas y las interconexiones con el aprendizaje.

Polya (1965), expresa que es un error creer que la solución de un problema es una cuestión sólo intelectual, ya que, la determinación y las emociones juegan un papel importante. Por lo que las emociones, las creencias o las actitudes no deben ser pasadas por alto, pues están comprometidas e involucradas con el éxito o con el fracaso de estudiantes y docentes en el desarrollo de sus tareas destinadas a la producción de conocimientos y a la construcción de saberes matemáticos. En este sentido, docentes y estudiantes podrían ser responsables de los bloqueos que se presentan en el aprendizaje de contenidos matemáticos.

Gómez-Chacón (2009), señala que la no comprensión de contenidos puede ser producto de sentimientos de desconcierto y perplejidad. Y que los sentimientos de aburrimiento pueden provocar la ausencia de compromisos. Pues el miedo, desconcierto, desamor, disgusto, rabia, aburrimiento y desilusión hacia la Matemática son actitudes desfavorables que afectan el aprender o enseñar Matemática.

Considerando a las actitudes como un aspecto importante, para la enseñanza, aprendizaje y evaluación de la Matemática, se consideran las siguientes afirmaciones de Gallego (2000; cit. por Martínez Padrón, 2003)

En el aula, los estudiantes (y también los docentes) construyen actitudes positivas, neutras o negativas hacia la Matemática. Las primeras pueden provocar entusiasmo por la Matemática y esto permite la construcción de ámbitos de cariño, estimación y reconocimiento. Las segundas conllevan a la falta de interés, atención y preocupación por la Matemática. La tercera conduce al rechazo a la Matemática. No es posible que un sujeto pueda construir y reconstruir competencias Matemáticas, si a la par, no construye y reconstruye su inteligencia y sus actitudes positivas y apropiadas hacia la Matemática.

Martínez Padrón (2003), concluye que, todo sujeto está en condiciones de transformar y modificar sus actitudes. Y los docentes son los indicados a colaborar a que los alumnos sean competentes, brindándoles la oportunidad de cambiar sus actitudes hacia la Matemática.

2.2.7. Aprendizaje y rendimiento académico.

El aprendizaje es un proceso mediante el cual un sujeto adquiere conocimientos de los objetos, procesos, fenómenos, comportamientos, aptitudes, valores. Durante este proceso se desarrollan capacidades, hábitos y habilidades tanto intelectuales como motrices. El aprendizaje generalmente está ligado al rendimiento académico, pues si un estudiante tiene un buen rendimiento académico es porque ha logrado los objetivos del aprendizaje, si es que no son todos al menos la mayoría.

Gilly (1978), investigó sobre las diferencias del éxito académico en idénticas condiciones de inteligencia y medio social, en la que manifiesta que un sujeto de igualdad inteligencia, de medio social y de condiciones pedagógicas, los que no obtienen buenos resultados se distinguen de los que obtienen buenos resultados, por su fragilidad somato fisiológica, sus dificultades en el terreno de los procesos de movilización y la calidad mediocre del clima educativo. Esta fragilidad somato fisiológica no permite a los estudiantes aprender de manera óptima, por lo que su rendimiento también es deficiente.

En este estudio el autor, también hace referencia al clima familiar que viven los estudiantes, el cuál influye positivamente o negativamente en el aprendizaje, ya que la falta de tranquilidad y estabilidad en la familia son factores que intervienen en la adaptación de los estudiantes a la vida académica, pues en un clima familiar negativo responsabilizan al estudiante por su bajo rendimiento escolar juzgándolo responsable de su fracaso y agobiándolo de reproches e incomprensiones.

Gilly (1978), opina que es importante tener un conocimiento holístico del educando, y es el educador el responsable principal de buscar este conocimiento. El autor nos presenta un conjunto de recomendaciones que el docente debería tener en cuenta:

- Prever y organizar sesiones frecuentes de recuperación para los alumnos cuyos trastornos de salud perturban la frecuencia académica.
- Tener en cuenta las posibilidades propias de cada alumno, se debería prever el régimen de trabajo de cada uno, teniendo en cuenta todas sus características y no sólo sus características de edad y de inteligencia.
- La comunicación entre la escuela y los padres de familia deberían ser frecuentes, buscando la colaboración de ambos y no para permitir a cada una de las dos partes achacar la culpa del fracaso en el otro o lo más frecuente aun en el estudiante.

Además, de todas estas recomendaciones el autor también hace referencia a la responsabilidad que tiene la escuela en el éxito académico del estudiante, de allí la importancia del trabajo en equipo del profesor, psicólogo, médico, asistente académico y demás involucrados en el sistema académico, haciendo hincapié que el profesor tiene la mayor responsabilidad, por lo que debe tener una formación científica del conocimiento de su asignatura, además una formación pedagógica y psicológica (Gilly, 1978)

2.2.8. Aprendizaje, actitudes y rendimiento académico.

El rendimiento académico y el aprendizaje de los estudiantes depende de numerosos factores, existiendo una interrelación entre ellos, lo que hace complejo determinar la influencia específica de cada uno.

Las actitudes de los estudiantes es un factor importante que influye en el aprendizaje de una asignatura y especialmente hacia el aprendizaje de la Matemática; por lo que resulta de mucha importancia considerarlas en el ámbito educativo.

En la actualidad existen altos índices de fracaso escolar los que han dado lugar a que existan diversas investigaciones orientadas a precisar los factores que intervienen en el rendimiento académico y la influencia de las actitudes que los estudiantes tienen respecto al aprendizaje.

Gargallo, López, Pérez, Serra, Sanchez y Ros (2007), afirman que muchas veces se piensa que los estudiantes que ingresan a la universidad poseen actitudes favorables al estudio, pero la experiencia nos demuestra que una cantidad considerable de alumnos desaprovechan, especialmente la asignatura de Matemáticas. En efecto, no todos los estudiantes hacen frente con éxito a los nuevos desafíos que la universidad, pues los estudios universitarios requieren que el sujeto se dedique al estudio, organice su trabajo académico, tenga autonomía, ya que aumenta la exigencia académica.

La actitud positiva o negativa que un estudiante manifiesta hacia una asignatura, tiene consecuencias en el aprendizaje y en el rendimiento académico. Esta situación hay que considerarla con más énfasis en la asignatura de Matemática, pues esta materia genera muchos sentimientos contrapuestos.

2.2.9. Motivación, aprendizaje y rendimiento académico.

Según Núñez (2009), para aprender algo nuevo es necesario disponer de capacidades, conocimientos, estrategias y destrezas necesarias, esto es el *poder* y tener la disposición, intención y motivación suficientes, es el *querer*, estos permiten alcanzar las metas u objetivos trazados. El aprendizaje está determinado por variables

motivacionales pero también cognitivas, el acto de aprender es complejo, pues intervienen en él una variedad de procesos y estrategias. Nuñez, manifiesta que existe una interrelación entre lo cognitivo y lo motivacional. El *querer* nos orienta a la búsqueda de los procedimientos más favorables a nuestros propósitos; pero la falta de conocimiento sobre formas de proceder, sobre el cuándo y cómo, puede conducirnos a la apatía y al abandono.

La interrelación entre lo cognoscitivo y lo motivacional, permite controlar de forma consciente y deliberada nuestra propia actividad de aprendizaje (mecanismos metacognitivos), pues se ponen de manifiesto los motivos personales, las intenciones y las metas de cada individuo además de los recursos y procedimientos cognitivos que permiten desarrollar una determinada tarea de aprendizaje.

Ausubel también considera la interrelación que existe entre lo cognoscitivo y lo motivacional, afirma que las tres condiciones para el aprendizaje significativo son: 1) una disposición y actitud favorable del alumno para aprender significativamente, 2) la organización lógica y coherente del contenido, y 3) la existencia en la mente del alumno de conocimientos previos relevantes que le permitan relacionarse con el nuevo contenido de aprendizaje. La primera de estas condiciones está directamente vinculada al *querer*, mientras que las otras dos se refieren al *poder*.

Por lo que podemos afirmar que el rendimiento académico alcanzado por un individuo estará en función tanto de sus conocimientos y capacidades (ámbito cognitivo), como de otros factores que pueden englobarse bajo el término de "motivación". Nuñez (2009), afirma que una persona con los conocimientos y capacidades apropiados no tendrá éxito si los niveles motivacionales son realmente escasos. De la misma forma, aún con la más alta motivación, la carencia de capacidades y conocimientos relevantes hará imposible que se logre el éxito.

2.2.10. Motivación y enseñanza aprendizaje de la Matemática

Para Zemelman (1998), el objetivo principal al enseñar Matemáticas es ayudar a que todos los estudiantes desarrollen la capacidad Matemática. Los estudiantes deben desarrollar la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos y deben estar en capacidad de ver y creer que la Matemática tienen sentido y es útil para ellos. Desterrando la idea de que la habilidad Matemática es para algunos, los maestros y estudiantes deben reconocer que desarrollar la habilidad Matemática es parte normal de la habilidad mental de todas las personas. MINEDU (2015), en las Rutas de Aprendizaje afirma que, toda persona está dotada para adquirir aprendizajes matemáticos de forma natural; y que sus competencias matemáticas se van desarrollando de manera progresiva en la educación formal y no formal.

Los estudiantes que se encuentran hoy en los salones de clases, son estudiantes nacidos en era de la tecnología y los profesores tienen y deben integrarse a estos nuevos cambios, creando y desarrollando actividades donde se puedan utilizar estos medios, en los que los estudiantes se sientan cómodos y puedan manejar sus conocimientos de manera adecuada, siempre con el profesor como guía para lograr los objetivos trazados.

Núñez (2009), destaca la importancia del contexto para aprender Matemática, por lo que es importante y necesario usar situaciones problemáticas de la vida cotidiana como elemento motivador para introducir nuevos contenidos matemáticos.

2.2.11. Problemas en la enseñanza aprendizaje de la Matemática.

Ruiz (2008), enumera algunos factores que dificultan el desarrollo de la educación científica, que fueron tratados en la 46 Conferencia Internacional de Educación de la UNESCO celebrada en Ginebra del 5 al 8 de septiembre de 2001, entre ellos la falta de interés en las disciplinas científicas por parte de los estudiantes, la falta generalizada de profesores de estas disciplinas en todo los niveles de los sistemas educativos, dentro de los cuales está inmerso el nuestro.

El autor menciona que en Matemática como ciencia se debe reflexionar sobre aquellos factores que afectan un buen desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje.

a. Competencia del profesor de Matemática

El rol del docente dejará de ser únicamente el de transmisor de conocimientos para convertirse en un facilitador y orientador del conocimiento y en un participante del proceso de aprendizaje junto con el estudiante. Este nuevo rol no reduce la importancia del docente, sólo que debe adquirir nuevos conocimientos y habilidades. Quiere decir que tanto en la concepción tradicional del proceso de enseñanza aprendizaje, como en su nueva concepción, el papel del docente es de vital importancia y, por tanto, se necesita de buenos docentes, competentes y capaces de dejar una positiva huella en el estudiante.

Ruiz (2008), menciona que existen factores relacionados con los docentes de Matemática que afectan el proceso de enseñanza aprendizaje, entre ellos tenemos:

- Falta generalizada de profesores de ciencias en todos los niveles de los sistemas educativos.

- Existencia de profesores de ciencias que, tienen dominio del contenido matemático, pero carecen de una formación didáctica sólida.
- Existencia de profesores de ciencias que no tiene un adecuado dominio del contenido que imparten.

Un buen profesor de Matemática no es suficiente para lograr que los estudiantes alcancen los objetivos previstos en el proceso de enseñanza aprendizaje de esta disciplina; pero, se puede afirmar que un profesor incompetente profesionalmente no logrará un aprendizaje sólido.

Paralelamente a la competencia del profesor de Matemática se plantean las siguientes interrogantes:

- ¿Están aptos todos los estudiantes para, potencialmente, aprender el contenido matemático?
- ¿Qué papel juega el profesor en lograr el aprendizaje de dicho contenido teniendo en cuenta tales potencialidades?
- ¿Solamente el profesor logra que aprendan aquellos estudiantes con potencialidades para aprender y en los otros casos no se logra el aprendizaje aunque el profesor sea competente?

De la experiencia se sabe que no es suficiente tener un docente competente (manejo de contenido y de metodologías), para lograr el aprendizaje de los estudiantes.

b. El trabajo diferenciado con los estudiantes

Se asume que, los estudiantes que pertenecen a un mismo grupo de estudios poseen similares edades, por lo que los planes de estudio están diseñados de

acuerdo a las características psicológicas, correspondientes a la edad promedio del grupo, esto hace que los objetivos planteados se puedan alcanzar. Pero se sabe que no todos los integrantes del grupo tienen iguales intereses, motivaciones, aspiraciones ni características y posibilidades, además las condiciones personales y el medio familiar o laboral de los estudiantes, no tienen por qué ser las mismas, todo esto influye en los resultados del proceso enseñanza aprendizaje.

El docente debe realizar un trabajo diferenciado con sus estudiantes, pues debe atender las diferencias individuales, pero sin dejar de realizar un trabajo colectivo, en el que se conjuguen los intereses del colectivo de estudiantes. El profesor además de estimular el trabajo del colectivo, ha de prestar atención a las diferencias individuales, tanto de aquellos estudiantes que son aventajados en relación con el resto del colectivo, como de aquellos que se rezagan.

La UNESCO, considera como un pilar importante de la educación para el siglo XXI, el aprender a vivir juntos, aprender a vivir con los demás, lo que significa el desarrollo de la comprensión de los otros en un espíritu de tolerancia, pluralismo, respeto de las diferencias y la paz.

“Existe pues una contradicción entre el carácter colectivo e individual que debe tener el proceso de enseñanza aprendizaje, en cuya búsqueda de soluciones aún prevalece la dificultad para que el profesor desarrolle un adecuado trabajo diferenciado con sus estudiantes y por tanto, es este uno de los problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la Matemática, de ahí que encontrar formas de desarrollar un adecuado trabajo diferenciado sin desatender el trabajo colectivo ni las condiciones

económicas, constituye un campo de la investigación pedagógica necesario de abordar” (Ruiz, 2008, p. 3)

c. La contextualización Matemática

Dentro de las principales orientaciones referentes al aprendizaje de las ciencias, en las cuales se ubica la Matemática, señalaron, entre otras:

- Adoptar métodos activos que partan de la realidad como fuente de aprendizaje.
- Vincular los programas con el contexto humano y social.
- Favorecer un enfoque interdisciplinario y de contextualización.

La Matemática es una de las asignaturas que no entusiasma a los estudiantes, éstos tienen sentimientos de rechazo, las consideran difíciles y carentes de sentido. La enseñanza aprendizaje de la Matemática debe estar vinculada a la realidad, a través de la resolución de problemas de la vida, esto puede ayudar a eliminar tal rechazo a la Matemática al tiempo que contribuye a satisfacer las demandas que la UNESCO plantea al aprendizaje de las ciencias.

Según Vigotsky los alumnos aprenden mejor en colaboración con sus pares, profesores, padres y otros, cuando se encuentran involucrados de forma activa en tareas significativas e interesantes.

Sin embargo, el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática se ve afectado por factores como:

- Poca utilización de la Matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje de otros contenidos pertenecientes a otras disciplinas de un mismo plan de estudios.

- Poca vinculación de su contenido con la realidad.
- La vinculación del contenido matemático a realidades ajenas a la del estudiante.

Se impone por tanto contextualizar la Matemática, lo cual significa vincular su contenido con la realidad del estudiante, así como el uso que de ella deben hacer otras disciplinas en sus procesos de enseñanza aprendizaje.

d. El contenido matemático como un todo

El contenido del proceso de enseñanza aprendizaje se nutre de las diferentes ciencias matrices, las que tienen un carácter de sistema. El enfoque de sistema se considera eficaz y fiable en el proceso docente educativo, así como condición didáctica indispensable para que se cumpla el carácter científico de la enseñanza.

La solidez para aprender y enseñar, se logra, entre otras cosas si:

- Se tratan las cosas sin separación.
- Todo lo posterior se fundamenta en lo anterior.
- Todo lo coherente se enlaza siempre.

El principio de la sistematización para estructurar y organizar el contenido indica que se debe ordenar de lo simple a lo complejo, de lo conocido a lo desconocido, de manera que el estudiante pueda aprovechar conocimientos anteriores y poder adquirir otros.

Dimova (1981; cit. por Ruiz, 2008), manifiesta que por la peculiaridad psicofisiológica del hombre, es más fácil asimilar conocimientos estructurados (relacionados) que información fragmentaria, de lo que se deduce que no se puede estudiar de forma total un contenido, si no se ha asimilado el contenido que lo fundamenta y con el cual está relacionado.

Pribram (1991; cit. por Ruiz, 2008), su teoría holográfica del cerebro ha demostrado que la información que se presenta de forma global es más fácil de asimilar que la que se presenta como una secuencia de unidades de información, pues permite a los alumnos ver la relación entre los distintos elementos y puedan crear conexiones entre ellos.

Según Bronowski (1990; cit. por Ruiz, 2008), descubrir la conexión entre lo que previamente parecían ser dos hechos aislados es, en sí mismo, un acto creativo ya que nadie puede realizar estas conexiones en la mente de otros. Este descubrimiento lo deben realizar los alumnos por sí mismos, y el rol del docente será ayudarlos de diversas maneras a realizar estas conexiones y a integrar el conocimiento.

Lara (1997; cit. por Ruiz, 2008) señala que en el aprendizaje constructivista, se debe relacionar la nueva información con los conocimientos previos, los que son los fundamentos de la construcción de los nuevos significados. Según Lara, los alumnos presentan dificultades para vincular la nueva información con sus conocimientos previos, cuando no hay intención, o cuando la información no es clara, esta desorganizada o de alguna forma carece de sentido.

Se concluye, que el docente en su práctica no siempre propicia que el estudiante aprecie el contenido matemático como un todo, como un sistema en el que todo está conectado. Por lo que el estudiante ve a la Matemática de forma fragmentaria, sin conexión y esto, lejos de propiciar el aprendizaje, da una imagen falsa de lo que es el contenido matemático, constituyendo una deficiencia en su proceso de enseñanza aprendizaje que es necesario eliminar por las razones anteriormente expuestas.

2.2.12. Resolución de problemas matemáticos.

En la enseñanza aprendizaje de la matemática, la metodología más usada debe ser la resolución de problemas. Problemas que deben ser interesantes y salidos del contexto de los estudiantes. Investigadores como Guillermina Waldegg, Miguel de Guzmán y otros, entienden una situación problemática como una situación novedosa que tiene en su estructura las siguientes características didácticas: (De Guzmán, 1996)

- Es significativa para el estudiante porque se encuentra en contextos o circunstancias que le son familiares y atractivas.
- Es sorprendente y representa un desafío intelectual porque lejos de requerir un algoritmo o de un procedimiento rutinario es una situación diseñada para obligar al estudiante a reestructurar sus conocimientos y explicaciones con el fin de dar solución al problema.
- Su exploración debe permitir que afloren y actúen ideas previas generando conflictos tanto personales como grupales.
- Contiene su propia validación, es decir el alumno debe poder confrontar su solución con sí mismo o con otros compañeros.
- Han de calibrarse según la capacidad y los conocimientos de los alumnos de modo que todos puedan explorarlas, con el fin de que sus pequeños logros les propongan estímulos y ánimos para tareas más importantes.

De Guzmán (1996), declara que el diseño de situaciones Matemáticas, que tengan las características antes mencionadas puede resultar difícil, pues no todos los problemas que planteamos a nuestros estudiantes cuentan con estos supuestos, la elección de situaciones tales permitirá desarrollar nuestras sesiones de aprendizaje desde la perspectiva del aprendizaje significativo. El objetivo es lograr que los estudiantes razonen matemáticamente, resuelvan problemas utilizando estrategias

generales de solución, utilicen la Matemática como medio de comunicación, establezcan conexiones al interior de la Matemática y con otras disciplinas.

2.2.13. Evaluación, aprendizaje y rendimiento académico.

Cerda (2003), manifiesta que la evaluación es un proceso permanente e interactivo orientado a recoger información sobre una realidad y valorar el nivel de logro alcanzado por el estudiante en el desarrollo de competencias, con la finalidad de tomar decisiones que lleven a mejorar la práctica educativa del docente y el rendimiento académico de los estudiantes. Presenta las siguientes características:

- Proceso permanente e interactivo de recopilación de información. La evaluación es un proceso, mediante el cual se identifica los niveles de desarrollo de las competencias y necesidades de un estudiante. La información que se obtenga debe ser válida y confiable, es decir, debe ser pertinente, con respecto a lo que se pretende evaluar, y debe ser el reflejo más fidedigno de la realidad que se pretende conocer.
- Acción permanente para interpretar y valorar situaciones reales. La información que se recoja debe permitir formar un juicio de valor razonado con la finalidad de tomar decisiones en relación a las actividades de aprendizaje, teniendo en cuenta los niveles previstos en el desarrollo de las competencias y las necesidades de los estudiantes. Conocer el avance de los procesos de aprendizaje de un estudiante, según el ritmo de sus capacidades y habilidades.
- La finalidad de la evaluación es tomar decisiones que lleven a mejorar la práctica educativa. El conocer, interpretar y valorar las situaciones reales del aprendizaje de los alumnos carece de relevancia si no va acompañado de una acción estratégica que se oriente a superar y dar solución a las dificultades, problemas e intereses

detectados con la evaluación. Es así que el éxito de los procesos de los alumnos y del maestro se orienten en gran medida a las tomas de decisiones acertadas, pertinentes y oportunas.

En la UPAGU, la evaluación del rendimiento del alumno es concebida como un proceso que implica, necesariamente, planificar, elaborar y aplicar instrumentos; analizar, valorar y seleccionar resultados; asumir decisiones responsables y ejecutar acciones orientadas a elevar el nivel académico y profesional del estudiante. (Reglamento de estudios y evaluación del estudiante de la UPAGU, 2016)

La evaluación de la enseñanza y aprendizaje es importante porque nos permite diseñar estrategias para potenciar los aprendizajes de los estudiantes y por consiguiente mejorar el rendimiento académico, pues en la evaluación se debe considerar al sujeto que aprende, teniendo en cuenta sus necesidades y las posibilidades que ofrecen las actividades de aprendizaje.

2.3. Marco conceptual

En la actualidad el bajo rendimiento académico es un problema que trasciende al medio educativo y constituye una preocupación social, institucional y personal. Este problema se agudiza más cuando se trata de la asignatura de Matemática, especialmente en los primeros ciclos de la universidad, este problema es compartido por la mayoría de los centros superiores de estudios a nivel internacional, nacional y regional; en países desarrollados o no. (Edel, 2003)

El bajo rendimiento en la signatura de Matemática está presente en nuestro país y en muchos otros de Latinoamérica, esta problemática se confirma en las pruebas PISA,

que son realizadas cada tres años; por lo que hace tiempo se investiga y aplica diversas estrategias con la finalidad de mitigar o evitar esta situación.(OCDE, 2015)

Closas (2009), afirma que existe diferencias entre la formación académica de los estudiantes que terminan la educación básica y la que se requiere en la Universidad, lo que les impide realizar de manera adecuada las actividades académicas que se desarrollan en este contexto.

El Perú, no es ajeno a lo que afirma Closas, pues la educación secundaria y la educación universitaria no están articuladas, al existir diferencias entre los propósitos de enseñanza aprendizaje, por lo que los estudiantes de los primeros años de la universidad presentan serias deficiencias en el aprendizaje y rendimiento académico, en especial en la asignatura de Matemática.

El Diccionario de la Lengua Española define el término **rendimiento** de la siguiente manera: (del latín reddere) es un producto o utilidad que rinde o da alguien o algo; como la proporción entre el producto o el resultado obtenido y los medios utilizados. Y al término **académico** (del latín academicus) se acepta como característico de las academias, perteneciente o relativo a centros oficiales de enseñanza. Se puede decir que el rendimiento académico es el producto obtenido de la enseñanza.

Pizarro (1985), dice del rendimiento, que es una medida de las capacidades respondientes o indicativas que manifiesta, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación. Desde la perspectiva propia del alumno, Pizarro (1985), define el rendimiento como una capacidad respondiente de éste frente a estímulos educativos, susceptible de ser interpretado según objetivos o propósitos educativos pre-establecidos.

Edel (2003), afirma que una de las dimensiones más importantes en el proceso de enseñanza aprendizaje es el rendimiento académico del alumno, Sin embargo, este es un constructo muy complejo que suele relacionarse con otros como son desempeño académico o rendimiento escolar. En la escuela el rendimiento académico está considerado como la evaluación del conocimiento adquirido en este ámbito, dicho de otra forma, es una medida de las capacidades del alumno, que expresa lo que éste ha aprendido a lo largo de su proceso formativo.

Edel (2003), considera que una de las variables más empleadas o consideradas por los docentes e investigadores para aproximarse al rendimiento académico son las calificaciones escolares. Sin embargo Garbanzo (2007), dice que el rendimiento académico integra diversos factores que inciden en el aprendiz y que tiene que ver con el logro del estudiante en las tareas académicas, midiéndose en términos de las calificaciones obtenidas por el estudiante en un período escolar.

A su vez Rodríguez, Fita y Torrado (2004; cit. por Garbanzo, 2007), manifiestan que las notas obtenidas son un indicador que puede certificar el logro y por consiguiente, del rendimiento académico. No obstante, hay que tener en cuenta que en el rendimiento académico intervienen diversos factores tanto personales y sociales (del alumno y el docente) por lo que es importante señalar que las calificaciones como medida de los resultados de enseñanza son el resultado tanto de factores relacionados con el estudiante como relacionado con el docente, así como del contexto institucional y social.

En contraste, De Guzmán (2001; cit. por Garbanzo, 2007), indica que se debe diferenciar entre el rendimiento académico inmediato, referido a las calificaciones, y el mediato, referido a los logros personales y profesionales.

Ángulo (2008), manifiesta que el mejor criterio de medida del rendimiento académico son las calificaciones que los estudiantes obtienen y que son consignados por los profesores. En la universidad peruana se emplea la escala vigesimal y la nota mínima aprobatoria es once (11).

En la UPAGU, toda evaluación se traduce a escala vigesimal (00 a 20). La calificación aprobatoria mínima es de once (11). Toda fracción, en las notas, igual o mayor a 0,5 es redondeada al entero inmediato superior en el promedio final. Esta escala se usa para efecto de ubicación del orden de mérito del alumno. El alumno que no rinde un examen o no cumple un trabajo académico se le califica con cero (00). (Reglamento de estudios y evaluación del estudiante de la UPAGU, 2016)

Finalmente podemos decir que el rendimiento académico es el valor que le atribuimos al logro obtenido por un estudiante en su desempeño académico, en su etapa escolar formal, el cual está influenciado por diversos factores.

En el presente trabajo, el valor de las calificaciones obtenidas por los estudiantes, al finalizar el semestre (promedio final), fue el indicador para estimar el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I, asumiendo que dichas calificaciones representarán los logros de los diferentes componentes del aprendizaje en la vida académica. (Vélez y Roa, 2005)

Otra categoría que se considerará en la presente investigación es el pensamiento formal, el que es el nivel más elevado del pensamiento, que se adquiere en la adolescencia y se caracteriza por la capacidad que tiene el sujeto para el pensamiento abstracto.

Según Piaget (1982), el pensamiento formal es el cambio más destacable en el desarrollo cognitivo, el que diferencia el carácter abstracto del pensamiento de los adolescentes y adultos, y el carácter concreto, incapaz de liberarse de las ataduras del

“aquí y ahora”, que tiene el pensamiento infantil. Éste pensamiento abstracto se pone de manifiesto en que las operaciones no se aplican sólo sobre el mundo real y concreto, empíricamente observable, sino que operan en el mundo de lo posible. Las operaciones son ya ahora operaciones de segundo orden, operaciones sobre operaciones: permitirá al pensamiento del adolescente y adulto aplicarse reflexivamente.

Según Piaget, los estudiantes universitarios, por la edad en la que se encuentran, deberían haber desarrollado el pensamiento formal, que les permita manifestar su habilidad y gusto por la elaboración de teorías y generalizaciones en campos muy diversos; habilidades que son importantes para el buen desempeño estudiantil, y sería manifestado en su rendimiento académico.

Las actitudes que presentan los estudiantes frente a la asignatura de Matemática es una variable que influye en el rendimiento académico. Por lo que desarrollar actitudes y mejorar la actitud hacia la matemática es en la actualidad tema de estudio, la actitud como una forma de motivación, impulsa y orienta la acción hacia el aprendizaje, por eso es necesario considerar las actitudes y sus componentes afectivo y conductual en el aprendizaje matemático de los estudiantes, con el propósito de suscitar actitudes y creencias positivas en los estudiantes.

Así como las matemáticas proveen al estudiante de herramientas también le entregan una formación; sin embargo, el estudiante no lo ve. Una gran cantidad de estudiantes no tiene la disposición de escuchar y aprender el potencial de las matemáticas y su estructura, y por lo tanto la actitud realmente es un problema para su aprendizaje (Pinedo, Rivera y Presbítero, 2003)

El no poseer el pensamiento formal y una actitud inapropiada hacia una materia puede provocar un retraso en los estudios universitarios hasta el abandono de la carrera o

de la universidad. Por eso el presente trabajo de investigación tuvo por objetivo establecer la relación entre el pensamiento formal y las actitudes en el rendimiento académico de Matemática Básica I de los alumnos del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU.

2.4. Definición de términos básicos

a) Actitud

Una actitud es una predisposición, aprendida para responder consistentemente de una manera favorable o desfavorable respecto a un objeto o sus símbolos. (Fishbein y Ajzen, 1975; Oskamp, 1977). Así, los seres humanos tenemos actitudes positivas o negativas hacia diversos objetos o símbolos, por ejemplo; actitudes hacia el aborto, la política económica, la familia, un profesor, diferentes grupos étnicos, la ley, nuestro trabajo, el nacionalismo, hacia nosotros mismos, etcétera.

Las actitudes tienen diversas propiedades, entre las que destacan: dirección (positiva o negativa) e intensidad (alta o baja), estas propiedades forman parte de la medición. Existen métodos para medir por escalas las variables que constituyen actitudes, entre los más conocidos tenemos: el método de escalamiento de Likert, el diferencial semántico y la escala de Guttman.

b) Aprendizaje

“El proceso de adquisición de habilidades, destrezas motoras y cognoscitivas que explica en parte el enriquecimiento y transformación de las estructuras internas de las potencialidades del individuo para comprender y actuar sobre su entorno con base a los niveles de desarrollo y maduración. El aprendizaje implica un proceso de construcción que es producto de la experiencia y a

través del cual se adquieren conceptos, principios, procedimientos, valores y actitudes. Proceso mediante el cual una persona adquiere habilidades prácticas (motoras e intelectuales), incorpora contenidos informativos o bien adopta nuevas estrategias de conocimiento y acción” (Maldonado, 2001, p. 4)

En el paradigma cognitivo, cuyos representantes son: Piaget, Bruner y Ausubel, se considera al aprendizaje como un proceso interno no observable que tiene lugar en el sujeto que aprende. Es un proceso de construcción de representaciones personales, significativas y con un sentido de un objeto o situación de la realidad.

c) Evaluación del aprendizaje

La evaluación del aprendizaje es un proceso permanente e interactivo orientado a recoger información sobre una realidad y valorar el nivel de logro alcanzado por el estudiante en el desarrollo de competencias, con la finalidad de tomar decisiones que lleven a mejorar la práctica educativa.

d) Motivación

La motivación, en general, son los estímulos que mueven a una persona a realizar determinadas acciones y persistir en ellas para su culminación. La motivación está relacionada con la voluntad y el interés. La motivación en pocas palabras, es la voluntad para hacer un esfuerzo, por alcanzar las metas y necesidades personales.

e) Pensamiento formal

El pensamiento abstracto o formal es la capacidad de asumir un marco mental de forma voluntaria. Esto implica la posibilidad de cambiar, a voluntad, de una situación a otra, de descomponer el todo en partes y de analizar de forma

simultánea distintos aspectos de una misma realidad. El pensamiento abstracto permite discernir las propiedades comunes, planear y asumir simulacros, y pensar y actuar simbólicamente.

En esta etapa el adolescente logra la abstracción sobre conocimientos concretos observados que le permiten emplear el razonamiento lógico inductivo y deductivo. Desarrolla sentimientos idealistas y se logra formación continua de la personalidad, hay un mayor desarrollo de los conceptos morales.

f) Rendimiento académico

Zavalza (1973), afirma que el rendimiento académico es el resultado del proceso educativo, en donde se conjugan destrezas, conocimientos, valores y actitudes que el alumno adquiere a lo largo del periodo de estudio. El rendimiento académico se expresa mediante calificaciones es considerado como medida del éxito en el aprendizaje, siendo posible su cuantificación en un rango de promoción, repitencia y deserción.

El rendimiento académico es un conjunto de habilidades, destrezas, hábitos, ideales, aspiraciones, intereses, inquietudes, realizaciones que aplica el estudiante para aprender. El rendimiento académico es un indicador del nivel de aprendizaje alcanzado por el mismo, por ello, el sistema educativo brinda tanta importancia a dicho indicador. En tal sentido, el rendimiento académico se convierte en una tabla imaginaria de medida para el aprendizaje logrado en el aula, que constituye el objetivo central de la educación. (Gimeno, 1977).

CAPÍTULO III

PLANTEAMIENTO DE LAS HIPÓTESIS Y VARIABLES

3.1. Hipótesis

En base al problema y objetivos de investigación se planteó las siguientes hipótesis generales y específicas respectivamente:

3.1.1. Hipótesis general

Existe relación significativa entre el pensamiento formal y las actitudes hacia la Matemática con el rendimiento académico en Matemática Básica I, de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la Universidad Privada “Antonio Guillermo Urrelo” de Cajamarca 2016.

3.1.2. Hipótesis específicas

- El pensamiento formal de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales está directamente relacionado con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I.
- Las actitudes hacia la Matemática de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales están directamente relacionadas con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I.

3.2. Variables/categorías

- Variable 1: Pensamiento formal
- Variable 2: Actitudes hacia la Matemática
- Variable 3: Rendimiento académico en Matemática

3.3. Operacionalización de los componentes de las hipótesis

Pensamiento formal y actitudes en el rendimiento académico en Matemática Básica I en la UPAGU Cajamarca 2016					
Hipótesis	Definición conceptual de las variables	Definición operacional de las variables			
		Variables	Dimensiones	Indicadores	Instrumento de recolección de datos
<p>Hipótesis general Existe relación significativa entre el pensamiento formal y las actitudes hacia la Matemática con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I, de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la Universidad Privada “Antonio Guillermo Urrelo” de Cajamarca 2016.</p> <p>Hipótesis específicas - El pensamiento formal de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales está directamente relacionado con el</p>	<p>X₁: Pensamiento formal Etapa más desarrollada y diferenciada del pensamiento, continuación del periodo de las operaciones concretas; muestra capacidad para trabajar con conceptos abstractos y emplea su pensamiento hipotético deductivo para formular y comprobar hipótesis. (Piaget, 1982)</p>	<p>X₁: Pensamiento formal. Aplicar la concepción piagetiana de pensamiento formal, a los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la “UPAGU”, en el aprendizaje de las operaciones Matemáticas.</p>	<p>1. Estructura Operatoria concreta</p> <p>2. Estructura operatoria pre-formal (formal A)</p> <p>3. Estructura operatoria formal (Formal B)</p>	<p>- Operaciones formales de Lógica de proposiciones.</p> <p>- Operaciones formales combinatorias.</p> <p>- Operaciones formales de probabilidades.</p>	<p>Test de pensamiento formal de Longeot.</p> <p>Encuesta de actitudes hacia la Matemática elaborada por Elena Auzmendi.</p>
	<p>X₂: Actitud hacia la Matemática La actitud es una predisposición organizada a pensar, sentir, percibir y comportarse hacia un referente u objeto cognitivo. (Kerlinger y Lee 2002)</p>	<p>X₂: Actitud hacia la Matemática Aplicar una escala de Likert para medir las actitudes hacia la Matemática, de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, en el 2016</p>	<p>1. Ansiedad</p> <p>2. Agrado</p> <p>3. Utilidad</p> <p>4. Motivación</p> <p>5. Confianza</p>	<p>Ítems: 2; 3; 7; 8; 12; 13; 17; 18; 22</p> <p>Ítems: 4; 9; 14; 24</p> <p>Ítems: 1; 6; 15; 16; 19; 21</p> <p>Ítems: 5; 10; 25</p> <p>Ítems: 11; 20; 23</p>	

<p>rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I.</p> <p>- Las actitudes hacia la Matemática de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales, están directamente relacionadas con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I.</p>	<p>Y: Rendimiento académico en Matemática Básica I</p> <p>Resultado del aprendizaje en matemática producido por la actividad educativa que realizan el profesor y el alumno, la que se expresa en una calificación cuantitativa y cualitativa, que en la mayoría de los casos refleja el logro de un determinado aprendizaje.</p>	<p>Y: Rendimiento académico en Matemática Básica I</p> <p>Logros alcanzados en la asignatura de Matemática Básica I, por los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, en el 2016</p>	1.Evaluación del aprendizaje	a. Ejecutan prácticas calificadas	Pruebas objetivas
				b. Resuelven pruebas escritas	
			2.Rendimiento sumativo	a. Resultados de la evaluación	Registros y actas de evaluación
				b. Procesamiento de los resultados	Técnicas estadísticas

CAPÍTULO IV

MARCO METODOLÓGICO

4.1. Ubicación geográfica

El presente estudio de investigación se realizó en la Universidad Privada Antonio Guillermo Urrelo, la cual se ubica en el distrito de Cajamarca, provincia de Cajamarca, departamento de Cajamarca; en el norte del Perú. Como la Universidad se encuentra ubicada en la ciudad de Cajamarca la recopilación de la información fue accesible a la investigadora.

4.2. Tipo de investigación

4.2.1. Tipo de investigación

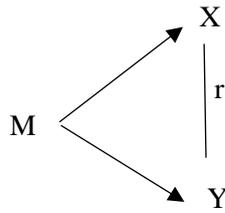
La presente investigación fue cuantitativa, se aplicó conocimientos del pensamiento formal, actitudes y rendimiento académico.

4.2.2. Nivel de investigación

La investigación fue descriptiva – correlacional (Hernández, Fernández y Baptista, 2005), pues a partir de una muestra de estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, se establecerá las características y relación entre las variables: pensamiento formal, actitudes y rendimiento académico en Matemática.

4.3. Diseño de la investigación

Esta investigación se considera dentro de un diseño no experimental, clasificada como transversal correlacional causal, pues el problema se abordó a través de la observación y no se manipuló ninguna variable. Además se describen las relaciones entre las variables de investigación; cuya esquematización fue la siguiente:



Donde:

M: Muestra de estudio

X: Pensamiento formal (X_1) y Actitud hacia la Matemática (X_2)

Y: Rendimiento académico en Matemática Básica I

r : Correlación entre X e Y

4.4. Métodos de investigación

En la ejecución de la presente investigación se utilizaron los siguientes métodos:

- Empírico, se utilizó para realizar la caracterización del objeto de estudio.
- Histórico-lógico, permitió la determinación de los antecedentes de estudio y las tendencias históricas de las variables relacionadas con este estudio.
- Inductivo-Deductivo, sirvió para conocer la realidad del objeto de estudio, mediante un proceso lógico partiendo de lo particular a lo general. Además haciendo un análisis global del problema de estudio y la relación con las variables.
- Analítico-Sintético, método mixto de mucha importancia para la referida investigación, ya que fue necesario realizar análisis y síntesis de contenidos teóricos, de los resultados y las conclusiones a los cuales se arriben en trabajo de investigación.
- Método Estadístico, como en todo trabajo de investigación se utilizaron las técnicas estadísticas en el procesamiento, análisis e interpretación de la información, relacionada con el tema de investigación.

4.5. Población, muestra, unidad de análisis y unidades de observación

La población de estudio para este trabajo, fueron todos los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU ingresantes en el 2016-I, matriculados en la Asignatura de Matemática Básica I, en un total de 473 estudiantes de ambos sexos, como se detalla en la tabla N° 1.

Tabla N° 1. Población Muestra

	CARRERA PROFESIONAL	N° DE ESTUDIANTES
Ciencias	Administración de Empresas	48
	Administración y Negocios Internacionales	31
	Contabilidad y Finanzas	39
	Farmacia y Bioquímica	30
	Ingeniería Industrial	28
	Ingeniería Ambiental y Prevención de Riesgos	47
	Ingeniería Informática y de Sistemas	10
humanidades	Enfermería	31
	Derecho y Ciencia Política	76
	Administración Turística Hotelería y Gastronomía	10
	Estomatología	54
	Psicología	69
	TOTAL	473

Fuente: Fichas de matrícula de la UPAGU 2016

La muestra de estudio fue de tipo probabilística, la misma que se ha seleccionado del universo de estudio. Cuyo tamaño ha sido calculada aplicando la siguiente fórmula:

$$n = \frac{NZ^2pq}{E^2(N - 1) + Z^2pq}$$

Donde:

Z: Es el valor hallado en la tabla con un nivel de confianza del 95%.

p: Probabilidad de éxito

q: Probabilidad de fracaso

N: Es el tamaño de la población en estudio

E: Es el margen de error permisible

n: Es el tamaño de muestra

$$n = \frac{(473)(1,96)^2(0,5)(0,5)}{(0,1)^2(473 - 1) + (1,96)^2(0,5)(0,5)}$$

$$n = 79,97134$$

$$n = 80$$

Es decir, 80 estudiantes fue el tamaño de la muestra. Cada miembro fue seleccionado al azar y de manera proporcional, de acuerdo al número de estudiantes en cada carrera profesional, tal como se muestra en la tabla N° 2:

Tabla N° 2. Muestra de Estudio

	CARRERA PROFESIONAL	N° DE ESTUDIANTES
Ciencias	Administración de Empresas	8
	Administración y Negocios Internacionales	5
	Contabilidad y Finanzas	6
	Farmacia y Bioquímica	5
	Ingeniería Industrial	5
	Ingeniería Ambiental y Prevención de Riesgos	8
	Ingeniería Informática y de Sistemas	2
Humanidades	Enfermería	5
	Derecho y Ciencia Política	13
	Administración Turística Hotelería y Gastronomía	2
	Estomatología	9
	Psicología	12
	TOTAL	80

Fuente: Tabla N° 1

La unidad de análisis fue cada estudiante del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, matriculado en la asignatura de Matemática Básica I. Las unidades de observación, estuvo conformada por cada estudiante de la muestra de estudio, que fue sujeto de observación de las variables.

4.6. Técnicas e instrumentos de recolección de información

Los datos sobre pensamiento formal, actitudes y rendimiento académico, fueron obtenidos a través de la aplicación de técnicas e instrumentos, detallados a continuación:

Técnicas:

- Análisis documental, se utilizó para formulación del marco teórico, pues se recurrió a fuentes bibliográficas tales como libros, enciclopedias, diccionarios, periódicos, revistas científicas e internet. cuyos instrumentos fueron las fichas de registro y de investigación.
- Encuesta, esta técnica fue importante para obtención de la información relacionada a las variables de estudio; cuyo instrumento de investigación fue el cuestionario y preguntas test.

Instrumentos:

Test de actitudes. En esta investigación se usó el test de actitudes hacia la Matemática elaborado por la psicóloga española Auzmendi (1992). El test consta de 25 ítems tipo escala de Likert del 1 al 5, en donde se enuncia desde totalmente de acuerdo hasta totalmente en desacuerdo. Los ítems no se contabilizan con el número que constituyen, sino depende de la pregunta y el totalmente de acuerdo puede medirse con 5 para algunos ítems y para otros con un 1. Las preguntas no están redactadas en la misma dirección, sino se requiere una codificación, en donde una puntuación mayor está relacionada con una actitud más positiva (Auzmendi, 1992, p. 89).

El test es anónimo, multidimensional y está compuesto por cinco factores: **ansiedad** o temor que el estudiante manifiesta ante la Matemática, **agrado** que se refiere al disfrute que la Matemática provoca; **utilidad** que percibe el estudiante para su futura profesión; **motivación** entusiasmo por aprender y resolver situaciones matemáticas; y **confianza** que brindan las habilidades en Matemática.

(Ver anexo 1)

Para la validez del test de actitudes hemos usado el índice de KMO

Prueba de KMO y Bartlett		
Medida Kaiser-Meyer-Olkin de adecuación de muestreo		0,763
Prueba de esfericidad de Bartlett	Aprox. Chi-cuadrado	885,762
	Gl	300
	Sig.	0,000

La prueba de KMO indica un valor de 0,763, mayor a 0,50, es decir el instrumento no es esférico o sus correlaciones de ítem a ítem (25 ítem) tienen significado brindando factores que interactúan. Similarmente la prueba de esfericidad de Bartlett tiene una significancia de 0,000, es decir no es esférico (ó no es la identidad) el conjunto de datos ítem por ítem.

Para la confiabilidad del instrumento usamos el alpha de cronbach, en una muestra piloto de 30 estudiantes que cursaron la asignatura de Matemática Básica I de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU.

Estadísticas de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
0,879	25

La prueba de alpha de cronbach para medir la confiabilidad es 0,879, mostrando un instrumento de medición bueno.

- El Test de Longeot, permitió recabar información acerca del nivel de pensamiento formal de los estudiantes, es un test de lápiz y papel que ha sido empleado anteriormente con éxito en diferentes estudios. Elaborado por Longeot originalmente en francés y traducido por Shehan al inglés, ha sido traducido al español por Aguirre de Cárcer (1983), Majluf (1984) tradujo, adaptó, validó y lo aplicó por primera vez en Lima, posteriormente lo utilizó Castillo (2000) en estudios del pensamiento formal, fue adaptado por Chadwick y Orellana (s/f) siendo esta versión la que se empleó en

esta investigación. Consta de tres pruebas diferentes que hacen referencia a diferentes aspectos del razonamiento formal:

- Test de operaciones formales lógica de proposiciones, consta de 6 razonamientos de estructura concreta, y 7 problemas de estructura formal (1°, 2°, 3°, 5° y 7° formal A o etapa emergente, 4° y 6° formal B o etapa de conciliación). Se evalúa un punto por ítem (1° razonamiento y 1° problema son ejemplos) de 0-5 puntos nivel concreto, 6-8 puntos nivel formal A y 9-11 puntos nivel formal B.
- Test de operaciones formales combinatorias, los problemas 1°, 2°, 3^a son de estructura concreta; los 3^b, 4^a, 4^b, 5 y 6 son de estructura formal. Se evalúa un punto por ítem, 0-3 puntos nivel concreto, 4-5 puntos nivel formal A o etapa emergente, 6-7 puntos nivel formal B o etapa de conciliación.
- Test de operaciones formales probabilidades, los problemas 1°, 2°, 3° y 4° son de estructura concreta; 5° y 10° formal A o etapa emergente y 6°, 7°, 8° y 9° formal B o etapa de conciliación, se evalúa un punto por ítem, 0-3 puntos nivel concreto, 4-5 puntos formal A (etapa emergente), 6-9 puntos formal B (etapa de conciliación).

En este trabajo hemos considerado la puntuación obtenida por un sujeto en el test de Longeot como una medida válida de su nivel de desarrollo cognitivo. (Ver anexo 2)

Confiabilidad del Test de Longeot

Para comprobar la confiabilidad del Test se usó $KR-20 =$ Coeficiente de Confiabilidad (Kuder Richardson)

Fórmula: $KR - 20 = \left(\frac{k}{k-1}\right) * \left(1 - \frac{\sum p.q}{Vt}\right)$

k = Número de ítemes que contiene el instrumento.

Vt: Varianza total de la prueba.

Sp.q = Sumatoria de la varianza individual de los ítemes.

p = TRC / N; Total respuesta correcta entre número de sujetos

q = 1 - p

Rango de valores y su calificación

Valores coeficiente	Modalidad
0.9 hasta 1	Excelente
0.8	Bueno
0.7	Aceptable
0.6	Cuestionable
0.5	Pobre
≤ 0.5	Inaceptable

Fuente: Estadística multivariable

Valores coeficiente KR-20	Valores coeficiente KR-20
Test de Longeot N° 1	0.783
Test de Longeot N° 2	0.780
Test de Longeot N° 3	0.754

Se observa que los indicadores de KR-20 para los test de Longeot 1,2, y 3 se encuentran entre 0.7 y 0.8, dándole una categoría de Aceptable.

- Actas de evaluación y registros de evaluación, se recurrió a las actas y registros de evaluación de la enseñanza aprendizaje en la asignatura de Matemática Básica I, correspondiente al I Ciclo de Estudios Generales del 2016-I las mismas que obran registradas en el sistema de intranet de la UPAGU.

4.7. Técnicas para el procesamiento y análisis de la información

Para el procesamiento y análisis de la información se utilizó Estadística Descriptiva e Inferencial, significación y contrastación de las hipótesis para las correlaciones bivariadas y múltiples. Análisis de factores para todas las dimensiones de las variables en estudio, software mitab 17, versión en español, software de oficina office 2006.

4.8. Matriz de consistencia metodológica

Pensamiento formal y actitudes en el rendimiento académico en Matemática Básica I de la UPAGU Cajamarca 2016

Formulación del problema	Objetivos	Hipótesis	Variables	Dimensiones	Indicadores	Instrumentos de recolección de datos	Metodología	Población y muestra	
<p>Pregunta general ¿Qué relación existe entre el pensamiento formal y actitudes con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I, de los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Estudios Generales, de la UPAGU 2016?</p> <p>Preguntas secundarias: - ¿En qué nivel de pensamiento formal se encuentran los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU? - ¿Qué actitud tienen los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, frente a la asignatura de Matemática Básica I? - ¿Cómo es el rendimiento académico en la</p>	<p>Objetivo general Determinar la relación entre el pasamiento formal y las actitudes con el rendimiento académico en Matemática Básica I, de los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la Universidad Privada “Antonio Guillermo Urrello” de Cajamarca.</p> <p>Objetivos específicos: - Identificar el nivel del pensamiento formal de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, en relación con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I - Identificar las actitudes hacia la Matemática de los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Estudios Generales y su asociación con el rendimiento académico en</p>	<p>Hipótesis general Existe relación significativa entre el pensamiento formal y las actitudes hacia la Matemática con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I, de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU de Cajamarca</p> <p>Hipótesis específicas - El pensamiento formal de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales está directamente relacionado con el rendimiento académico de la</p>	Variable X ₁ : Pensamiento formal	<p>Estructura Operatoria concreta.</p> <p>Estructura operatoria pre-formal (formal A)</p> <p>Estructura operatoria formal (formal B)</p>	<p>Operaciones formales de Lógica de proposiciones</p> <p>Operaciones formales combinatoria</p> <p>Operaciones formales de probabilidades</p>	<p>Test de pensamiento formal de Longeot.</p> <p>Encuesta de actitudes hacia la matemática elaborada por Elena Auzmendi</p>	<p>Tipificación de la investigación</p> <p>Selección del diseño de investigación</p> <p>Determinación de la población y muestra de estudio</p> <p>Selección de la técnica de investigación</p> <p>Elaboración de los instrumentos de investigación</p>	<p>Población de estudio: todos los estudiantes matriculados en la asignatura de Matemática Básica I en el I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, en un total de 473.</p> <p>Muestra de estudio 80 estudiantes que representa el 17% de la población</p>	
			Variable X ₂ : Actitudes hacia la Matemática	Ansiedad	Ítems: 2; 3; 7; 8; 12; 13; 17; 18; 22.				<p>Encuesta de actitudes hacia la matemática elaborada por Elena Auzmendi</p>
			Agrado	Ítems: 4; 9; 14; 24.					
			Utilidad	Ítems: 1; 6; 15; 16; 19; 21.					
			Motivación	Ítems: 5; 10; 25					
Confianza	Ítems: 11; 20; 23								

<p>asignatura de Matemática Básica I de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU?</p>	<p>la asignatura de Matemática Básica I.</p> <p>- Analizar el rendimiento académico, de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales, en la asignatura de Matemática Básica I.</p> <p>- Establecer las relaciones entre el pensamiento formal y las actitudes hacia la matemática con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I, de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU.</p>	<p>Asignatura de Matemática Básica I.</p> <p>- Las actitudes hacia la Matemática de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales, están directamente relacionadas con el rendimiento académico de la asignatura de Matemática Básica I.</p>	<p>Variable Y: Rendimiento académico en Matemática</p>	<p>Evaluación del aprendizaje</p>	<p>Ejecutan prácticas calificadas</p> <p>Resuelven pruebas escritas</p>	<p>-Lista de control</p> <p>-Pruebas escritas</p>	<p>Aplicación de instrumentos.</p> <p>Procesamiento análisis e interpretación de la información</p>	
				<p>Rendimiento sumativo</p>	<p>Resultados de la evaluación</p> <p>Procesamiento de resultados</p>	<p>Registros y actas de evaluación</p> <p>Técnicas estadísticas</p>		

CAPÍTULO V

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

5.1. Presentación de resultados

Los resultados obtenidos como consecuencia de la aplicación de los instrumentos de investigación a los integrantes del estudio, se presentan a continuación en tablas y gráficos.

Tabla N° 3. Edad por grupos versus Sexo

Edad por grupos	Sexo				Total	
	Masculino		Femenino		Frecuencia	Porcentaje (%)
	Frecuencia	Porcentaje (%)	Frecuencia	Porcentaje (%)		
Menos de 18	9	11,2	32	40,0	41	51,2
De 18 a 19	12	15,0	11	13,8	23	28,8
De 20 a 21	6	7,5	4	5,0	10	12,5
De 22 a más	1	1,3	5	6,2	6	7,5
Total	28	35,0	52	65	80	100,0

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes del I ciclo UPAGU

En la tabla N° 3, se observa que el 51,2% del total de estudiantes tienen menos de 18 años y de estos el 40,0% son mujeres, entre los 18 a 19 años son el 28,8% y sólo el 7,5% del total son de 22 a más años. También se observa del total el 65,0% son mujeres.

Tabla N° 4 Número de veces que desaprobó la asignatura de Matemática durante sus estudios secundarios

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje (%)
0 Veces	33	41,3
1 Vez	29	36,3
2 Veces	13	16,3
3 Veces	4	5,0
4 Veces ó más	1	1,3
Total	80	100,0

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes del I ciclo UPAGU

La tabla N° 4, muestra que el 41,3% de los estudiantes sometidos al estudio no desaprobaron matemáticas, el 36,3% desaprobó una vez, el 16,3% desaprobó dos veces y el 6,3% desaprobó 3 ó más veces.

Tabla N° 5 Trabaja al mismo tiempo que estudia

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje (%)
SI	21	26,2
NO	59	73,8
Total	80	100,0

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes del I ciclo UPAGU

La tabla N° 5, describe que el 73,8% de los estudiantes no trabaja, en tanto el 26,2% de los mismos si trabaja.

Tabla N° 6 Número de horas al día que estudia, fuera del horario de la universidad

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje (%)
1 hora	19	23,8
2 horas	28	35,0
3 horas	19	23,8
4 ó más horas	7	8,8
No dispongo de tiempo	7	8,8
Total	80	100,0

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes del I ciclo UPAGU

La tabla N° 6, muestra que 58,8% de los estudiantes estudia 1 ó 2 horas, de 3 á más horas el 32,6%; ninguna hora o no tiene tiempo con el 8,8%.

Tabla N° 7 Motivo por lo que no le va bien en la asignatura de Matemática Básica I

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje (%)
La asignatura de Matemática es difícil	43	53,8
El profesor hace difícil el curso	6	7,5
Falta práctica	59	73,8
La asignatura es muy teórica	6	7,5
No me gusta estudiar Matemática	56	70,0
No dispongo de tiempo para estudiar	10	12,5
Siempre me va bien	11	13,8

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes del I ciclo UPAGU

La tabla N° 7, describe que el principal motivo para que no vaya bien en la asignatura de matemática Básica I, es la falta de práctica con 73,8%, seguido de un 70,0% que manifiesta que no les gusta estudiar Matemática y 53,8% que consideran a la asignatura de Matemática difícil. Existe un 13,8% que siempre les va bien.

Tabla N° 8 Rendimiento académico: Ciencias y Humanidades

Grupo	Media de R.A	Desviación estándar de R. A	Coefficiente de variación % de R.A
Ciencias	9,92	3,33	34%
Humanidades	9,47	4,36	46%
General	9,59	4,09	43%

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes del I ciclo UPAGU

La tabla N° 8, muestra que prácticamente no hay diferencia entre los grupos de ciencias y letras, pues sus promedios son casi parecidos.

Tabla N° 9 Aprobados en la asignatura de Matemática Básica I

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje (%)
Sí	36	45,0
No	44	55,0
Total	80	100,0

Fuente: Actas de evaluación UPAGU 2016

La tabla N° 9, revela que más del 50% de los estudiantes integrantes del estudio, están desaprobados en la asignatura de Matemática Básica I, y un 45% están aprobados.

Tabla N° 10 Nivel de pensamiento formal (Test 1: Operaciones formales de Lógica de Proposiciones)

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje (%)
Concreto	39	48,8
Formal A	29	36,2
Formal B	12	15,0
Total	80	100,0

Fuente : Test de Longeot 1

La tabla N° 10, muestra que el 48,8% de los estudiantes se encuentran en el nivel concreto del desarrollo del pensamiento formal, el 36,2% están en el nivel formal A (etapa emergente) y sólo un 15,0% en el nivel formal B (etapa de conciliación).

Tabla N° 11 Nivel de pensamiento formal (Test 2: Operaciones Formales Combinatoria)

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje (%)
Concreto	61	76,3
Formal A	15	18,7
Formal B	4	5,0
Total	80	100,0

Fuente: Test de Longeot 2

La tabla N° 11, indica que el 76,3% de los estudiantes se encuentran en el nivel concreto del desarrollo del pensamiento formal, el 18,7% están en el nivel formal A (etapa emergente) y sólo un 5,0% en el nivel formal B (etapa de conciliación).

Tabla N° 12 Nivel de pensamiento formal (Test 3: Operaciones Formales de Probabilidades)

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje (%)
Concreto	45	56,3
Formal A	27	33,7
Formal B	8	10,0
Total	80	100,0

Fuente: Test de Longeot 3

La tabla N° 12, indica que el 56,3% de los estudiantes se encuentran en el nivel concreto del desarrollo del pensamiento formal, el 33,7% están en el nivel formal A (etapa emergente) y sólo un 10,0% en el nivel formal B (etapa de conciliación).

Tabla N° 13 Categoría de actitudes

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje (%)
Baja	0	0,0
Media	45	56,3
Alta	35	43,7
Total	80	100,0

Fuente: Test de actitudes

La tabla N° 13, describe que el 56,3% posee una actitud media hacia la asignatura de Matemática, el 43,7% alta y no existe ningún estudiante que posea una actitud baja.

Tabla N° 14 Indicadores para el pensamiento formal y actitudes frente al rendimiento académico

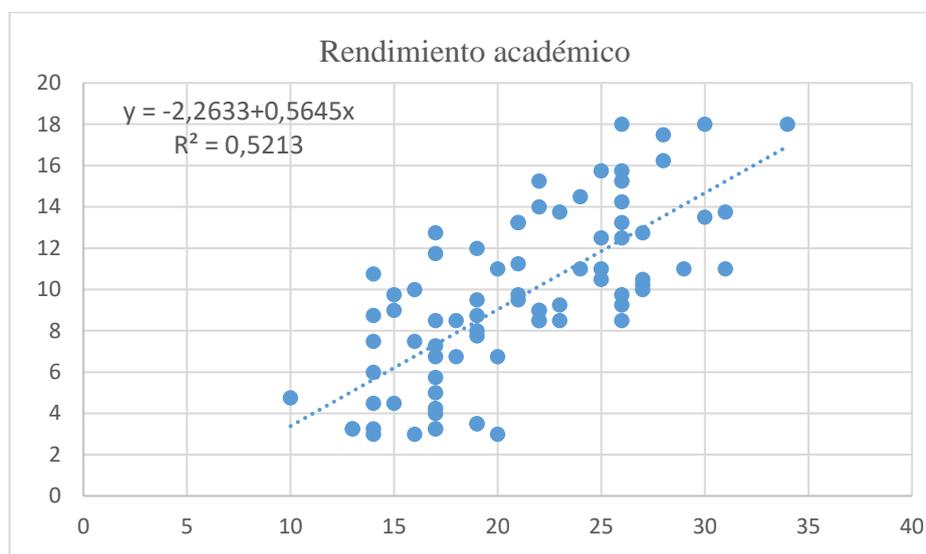
Indicadores	Test 1	Test 2	Test 3	Ansiedad	Agrado	Utilidad	Motivación	Confianza	R.A
Media	5,1	2,2	3,4	27,2	13,7	21,1	7,5	12,0	9,6
Mediana	5,0	2,0	3,0	27,0	14,0	21,0	7,0	12,0	9,5
Moda	3,0	0,0	3,0	27,0	14,0	21,0	6,0	12,0	8,5
D. E	2,7	1,8	1,7	2,9	2,5	2,4	1,9	1,8	4,1
C. V	53,3%	83,8%	49,8%	10,6%	18,3%	11,5%	25,4%	15,3%	42,6%
Puntaje min.	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Mínimo	0,0	0,0	0,0	20,0	6,0	14,0	4,0	8,0	3,0
Puntaje máx	11,0	7,0	9,0	45,0	20,0	30,0	15,0	15,0	20,0
Máximo	11,0	7,0	8,0	35,0	18,0	26,0	12,0	15,0	18,0
Nivel de conf.(95,0%)	0,6	0,4	0,4	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,9

Fuente: Tests, encuesta, actas de evaluación 2016

La tabla N° 14, muestra que el Test 1 (operaciones formales de lógica de proposiciones), tiene un promedio de 5,1 puntos con una desviación estándar de 2,7 y coeficiente de variación de 53,3%. Test 2 (operaciones formales combinatoria) tiene un promedio de 2,2 puntos con una desviación estándar de 1,8 y coeficiente de variación de 83,8%. Test 3 (operaciones formales de probabilidades) tiene un promedio de 3,4 puntos con una desviación estándar de 1,7 y coeficiente de variación de 49,8%. La ansiedad tiene un promedio 27,2 puntos con una desviación estándar de 2,9 y coeficiente de variación de 10,6%. El agrado tiene un promedio 13,7 puntos con una desviación estándar de 2,5 y coeficiente de variación de 18,3%. La utilidad tiene un promedio 21,1 puntos con una desviación estándar de 2,4 y coeficiente de variación de 11,5%. La motivación tiene un promedio 7,5 puntos con una desviación estándar de 1,9 y coeficiente de variación de 25,4%. La confianza tiene un promedio 12,0 puntos con una desviación estándar de 1,8 y coeficiente de variación de 15,3%. El rendimiento académico tiene un promedio de 9,6 puntos con una desviación estándar de 4,1 y coeficiente de variación de 42,6%.

Gráfico N° 1

Diagrama de dispersión del pensamiento formal y las actitudes con el rendimiento académico de la asignatura de Matemática Básica I



Fuente: Tests, encuesta, actas de evaluación 2016

El coeficiente de determinación es 52%, significa que el pensamiento formal y las actitudes explican al rendimiento académico en 52%, dejando 48% para otras subdimensiones y el azar. Por cada punto adicional en el pensamiento formal se espera un incremento del rendimiento académico de 0,5645.

5.2. Análisis, interpretación y discusión de resultados

A continuación se analizan, interpretan y discuten los resultados que nos han parecido más relevantes para caracterizar a la muestra de estudio.

Resultados respecto al rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I de los estudiantes participantes en el presente estudio.

Barbero, Holgado, Vila y Chacón (2007), definen al rendimiento en Matemática como la capacidad para solucionar problemas que se relacionan con números y operaciones. El rendimiento en la asignatura de Matemática Básica I, se verificó al

observar el promedio final de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, en la que se obtuvo como resultado, que el 55% de los estudiantes fueron desaprobados, indicando un rendimiento académico deficiente en Matemática Básica I (Tabla N° 9).

Este alto porcentaje de desaprobados tiene relación con 53% de los estudiantes que consideran que la asignatura de matemática es difícil, con el 92,5% que no entiende la teoría, el 70% manifiesta que la asignatura les es desagradable (Tabla N°7). Además el 58% de los estudiantes manifiestan que estudian fuera del horario de clase de 1 a 2 horas, por día, cantidad de tiempo que le dedican al estudio de todas sus asignaturas, lo que es insuficiente, tratándose de estudios universitarios (Tabla N° 6).

Otra de las causas del alto porcentaje de desaprobados es la heterogeneidad del grupo de estudio, pues la tabla N° 14, muestra altos porcentajes en el coeficiente de variación: 53,3% (Test 1), 83,8% (Test 2), 49,8% (Test 3) y 42,6% (rendimiento académico); indicando un alto grado de dispersión del grupo de estudio.

En la tabla N° 8, se compara las medias del rendimiento académico entre los estudiantes de ciencias (9,92) y los de humanidades (9,47); en los que prácticamente no hay diferencia y los dos grupos tiene promedios desaprobados; respecto a sus coeficientes de variación, el grupo de humanidades ($cv = 46\%$) presenta mayor dispersión respecto del grupo de ciencias ($cv = 34\%$).

El bajo rendimiento académico, está presente en diversos contextos, siendo una preocupación a nivel regional, nacional y mundial el mejorar este escenario. Los estudiantes que ingresan a la Universidad han pasado antes por la educación formal, por lo que las deficiencias que presentan no se inician en nivel superior, sino en la

Educación Básica, y es en la Universidad donde empeora por el incremento de la complejidad de las actividades académicas (Castro y Yamada, 2013). Closas (2009) también sostiene que el bajo rendimiento en la universidad se debe a la diferencia entre la formación académica de los estudiantes de secundaria y la que es requerida en la universidad, lo que no permite desarrollar de manera apropiada las actividades que tiene lugar en este contexto.

Resultados respecto al pensamiento formal de los estudiantes participantes en el presente estudio.

El pensamiento formal es la capacidad que tiene el sujeto para el pensamiento abstracto, es el nivel más elevado del pensamiento, el cual se adquiere en la adolescencia (Cabrera, 2011). Preocupados por el bajo rendimiento académico en Matemática y tratando de buscar las posibles causas, se indagó respecto al nivel del pensamiento formal de los estudiantes del I ciclo de la UPAGU; para ello se aplicó el Test de Longeot (adaptado por M.Chadwick y E. Orellana), que consta de tres Test: Test 1: operaciones formales Lógica de Proposiciones, Test 2: operaciones formales Combinatoria y Test 3: operaciones formales Probabilidades.

Los estudiantes participantes en este estudio, son mayores de 16 años (Tabla N° 03), de acuerdo a la teoría planteada por Piaget el pensamiento formal se desarrolla entre los 12 a 16 años, en esta etapa se puede razonar sobre hipótesis y no sólo sobre objetos (pensamiento hipotético-deductivo). El desarrollo de las operaciones formales, proporcionan al estudiante un nuevo poder, el de construir nuevas teorías, pues tiene la capacidad de manejar enunciados verbales y proposiciones. (Piaget, 1986; Labinowicz, 1985)

De acuerdo a los resultados obtenidos en las tablas N° 10, 11 y 12, concordamos con lo que manifiesta Labinowicz (1985), que algunos jóvenes nunca desarrollan las habilidades mentales, existiendo muchos universitarios que no funcionan en este nivel; pues en los estudiantes participantes de esta investigación se observa que el 60,4% se encuentra en el pensamiento concreto, el 29,6% está en el pensamiento formal A y un 10,0% en el pensamiento formal B. De allí, que esta puede ser una de las causas del bajo rendimiento; ya que, como manifiestan Bernal y Lleras (1995), solo cuando se ha alcanzado la etapa de las operaciones formales, el estudiante puede manejar conceptos abstractos, aplicar habilidades de razonamiento y solucionar problemas en distintos contextos.

Resultados respecto a las actitudes hacia la Matemática de los estudiantes participantes en el presente estudio.

Las actitudes son predisposiciones estables, que se basan en una organización relativamente duradera de creencias en torno a la realidad, nos conducen a valorar y a actuar de una manera determinada (Gargallo, López, Pérez, Serra, Sánchez y Ros, 2007).

El instrumento que se usó para medir la actitud hacia la Matemática, fue la Encuesta elaborada por la psicóloga Elena Auzmendi (1992), la que está compuesta por las siguientes sub dimensiones: ansiedad, agrado, utilidad, motivación y confianza.

Los resultados de la tabla N° 13, muestran que los estudiantes integrantes del estudio en su mayoría (56,3%), poseen una actitud media hacia la asignatura de Matemática, el 43,7% manifiestan tener una alta actitud hacia la Matemática, ningún estudiante posee una actitud baja hacia la asignatura de Matemática, lo que es

favorable para el desarrollo de la asignatura, pues la actitud positiva hacia la Matemática se manifiesta en el gusto por resolver problemas usando diferentes estrategias, asistir a clase, presentar sus exámenes y tareas en forma adecuada, investigar, explorar caminos y teorías diferentes y además mostrar agrado hacia la materia (Martínez de Dueri y Pérez, 1986)

5.3. Contrastación de hipótesis

Hipótesis general: Existe relación significativa entre el pensamiento formal y las actitudes hacia la Matemática con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I, de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU de Cajamarca

Para realizar la contrastación de la hipótesis general se utilizó la correlación de Pearson, las correlaciones bivariadas y para describir el sistema se usó el análisis factorial.

Tabla N° 15 Correlaciones bivariadas con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I

Variable	R.A	Significación
Ansiedad	0,37	0,00
Agrado	-0,39	0,00
Utilidad	-0,01	0,94
Motivación	0,40	0,00
Confianza	-0,23	0,05
test_1	0,64	0,00
test_2	0,57	0,00
test_3	0,27	0,01

Fuente: Tests, encuesta, actas de evaluación

La tabla N° 15, muestra que el test 1 y el test 2 se encuentran relacionados significativamente con el rendimiento académico. Las demás sub variables como ansiedad, agrado, motivación y test 3 se encuentran correlacionados con menor intensidad con el rendimiento académico. De los resultados obtenidos, podemos observar que si se mejora el pensamiento formal y la motivación de los estudiantes, es posible que mejore el rendimiento académico.

Tabla N° 16 Descomposición de factores para el pensamiento formal y las actitudes frente al rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I

Variable	Factor1	Factor2	Factor3	Factor4	Comunalidad
Ansiedad	-0,256	-0,157	0,893	-0,006	0,887
Agrado	0,277	0,780	-0,132	0,074	0,707
Utilidad	-0,057	0,767	0,482	-0,133	0,842
Motivación	-0,717	-0,116	-0,044	0,004	0,53
Confianza	0,005	0,775	-0,245	0,12	0,676
test_1	0,827	-0,028	-0,198	0,092	0,732
test_2	0,738	-0,016	-0,137	0,224	0,614
test_3	0,207	0,082	-0,019	0,962	0,976
R.A	0,778	0,22	-0,209	0,108	0,709
Varianza	2,5369	1,8915	1,2102	1,0339	6,6725
%	28%	21%	13%	12%	74%

Fuente: Tests, encuesta, actas de evaluación

La tabla N° 16, muestra el análisis factorial para las dimensiones en estudio presenta 4 factores, el primer factor cohesiona motivación, test 1, test 2, y el rendimiento académico con una explicación al sistema de 28%. El segundo factor integra agrado, utilidad y confianza con una participación del 21%, el tercer factor es para la ansiedad con 13% de explicación y el cuarto factor es para el test 3 con una explicación del 12% Haciendo un total de explicación al sistema del 74%.

Significa que el 74% del rendimiento académico de los estudiantes participantes del estudio, están explicados por el nivel de pensamiento formal y las actitudes (ansiedad, agrado, utilidad, confianza).

La correlación de Pearson del pensamiento formal, actitudes hacia la Matemática y el rendimiento académico = 0,423, Valor p = 0,000; muestra que existe una correlación positiva entre las variables, por lo que existe una relación significativa entre el pensamiento formal y las actitudes con respecto al rendimiento académico, comprobándose la hipótesis general planteada en el estudio.

Hipótesis específicas:

- El pensamiento formal de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales, está directamente relacionado con el rendimiento académico de la asignatura de Matemática Básica I.

Tabla N° 17 Rendimiento académico versus Nivel de pensamiento formal (Operaciones formales de Lógica de proposiciones)

			Concreto	Formal A	Formal B	Total
Aprobados	No	Recuento	31	9	4	44
		% Fila	70,5%	20,5%	9,1%	100,0%
		% columna	79,5%	31,0%	33,3%	55,0%
		% del total	38,8%	11,3%	5,0%	55,0%
	Sí	Recuento	8	20	8	36
		% Fila	22,2%	55,6%	22,2%	100,0%
		% columna	20,5%	69,0%	66,7%	45,0%
		% del total	10,0%	25,0%	10,0%	45,0%
Total		Recuento	39	29	12	80
		% Fila	48,8%	36,3%	15,0%	100,0%
		% columna	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
		% del total	48,8%	36,3%	15,0%	100,0%

Fuente: Actas de evaluación y test 1

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	Df	Significación
Chi-cuadrado de Pearson	18,454	2	0,000

Es **significativo**, el pensamiento formal respecto a la Lógica de Proposiciones y el rendimiento académico, están relacionados.

Tabla N° 18 Rendimiento académico versus Nivel de pensamiento formal (Operaciones formales Combinatoria)

			Concreto	Formal A	Formal B	Total
Aprobados (R.A)	No	Recuento	39	5	0	44
		% Fila	88,6%	11,4%	0,0%	100,0%
		% columna	63,9%	33,3%	0,0%	55,0%
		% del total	48,8%	6,3%	0,0%	55,0%
	Sí	Recuento	22	10	4	36
		% Fila	61,1%	27,8%	11,1%	100,0%
		% columna	36,1%	66,7%	100,0%	45,0%
		% del total	27,5%	12,5%	5,0%	45,0%
	Total	Recuento	61	15	4	80
		% Fila	76,3%	18,8%	5,0%	100,0%
		% columna	100,0	100,0%	100,0%	100,0%
		% del total	76,3%	18,8%	5,0%	100,0%

Fuente: Actas de evaluación y test 2

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	Df	Significación
Chi-cuadrado de Pearson	9,701	2	0,008

Es **significativo**, el pensamiento formal respecto a Combinatoria y rendimiento académico están relacionados.

Tabla N° 19 Rendimiento académico versus Nivel de pensamiento formal (Operaciones formales de Probabilidades)

			Concreto	Formal A	Formal B	Total
Aprobados	No	Recuento	27	15	2	44
		% Fila	61,4%	34,1%	4,5%	100,0%
		% columna	60,0%	55,6%	25,0%	55,0%
		% del total	33,8%	18,8%	2,5%	55,0%
	Sí	Recuento	18	12	6	36
		% Fila	50,0%	33,3%	16,7%	100,0%
		% columna	40,0%	44,4%	75,0%	45,0%
		% del total	22,5%	15,0%	7,5%	45,0%
Total		Recuento	45	27	8	80
		% Fila	56,3%	33,8%	10,0%	100,0%
		% columna	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
		% del total	56,3%	33,8%	10,0%	100,0%

Fuente: Actas de evaluación y test 3

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	Df	Significación
Chi-cuadrado de Pearson	3,367	2	0,186

No es significativo, el pensamiento formal respecto a probabilidades no está relacionado con el rendimiento académico.

- Las actitudes hacia la Matemática de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales, están directamente relacionadas con el rendimiento académico de la asignatura de Matemática Básica I.

Tabla N° 20 Rendimiento académico versus actitudes

Variable	Rendimiento académico	Significación
Ansiedad	0,37	0,00
Agrado	-0,39	0,00
Utilidad	-0,01	0,94
Motivación	0,40	0,00
Confianza	-0,23	0,05

Fuente: Test de actitudes y actas de evaluación

La tabla N° 20, muestra que la ansiedad, el agrado y la motivación tienen una relación **significativa** con el rendimiento académico de los estudiantes del I ciclo de la UPAGU. La confianza muestra una menor significación y la utilidad no tiene relación con el rendimiento académico.

CONCLUSIONES

Luego de analizar los resultados arrojados por la investigación, se cree conveniente exponer las conclusiones:

- De acuerdo a los datos estadísticos obtenidos ($0 < r < 1$), se determina la relación entre el pensamiento formal y las actitudes con el rendimiento académico de los estudiantes del I ciclo de la Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, además la hipótesis se ha verificado pues existe una correlación significativa positiva, entre el pensamiento formal (proposicional y combinatorio) y las actitudes hacia la Matemática (ansiedad, agrado y motivación) con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I; con un valor de $p = 0,000$.
- Los resultados arrojados por el análisis descriptivo revelan que el 60,47% de los estudiantes de la muestra no poseen el pensamiento formal, el 29,63% poseen el nivel de pensamiento formal A y sólo un 10,0% están en el nivel de pensamiento formal B; significa que la mayoría de los estudiantes no han desarrollado al nivel más alto del pensamiento formal, por lo que presentan dificultades para el razonamiento lógico, la resolución de problemas matemáticos. Los resultados obtenidos concuerdan con el estudio realizado por Molina y Rada (2013) en Barranquilla; Cortez y Niaz (1999) en Venezuela; Aguilar y colaboradores (2002), cuyas investigaciones muestran serias dificultades en el desarrollo del pensamiento formal en los adolescentes.
- Las actitudes hacia la Matemática que presentan los estudiantes de la presente investigación son: media (56,3%) y alta (43,8%). Las subdimensiones: ansiedad, agrado y motivación son las que se relacionan significativamente con el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I.

- El rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica I es deficiente pues el 55% de los estudiantes participantes del estudio están desaprobados, lo que nos lleva a concluir que existen dificultades para el aprendizaje de la Matemática. El problema del bajo rendimiento en la asignatura de Matemática, en nuestro país, deviene de Educación Básica, por esta razón los ingresantes a la Universidad llegan con un déficit de prerrequisitos para el desarrollo de los contenidos curriculares de la asignatura de Matemática.

RECOMENDACIONES Y/O SUGERENCIAS

- La Escuela de Estudios Generales de la UPAGU, debe implementar un ciclo cero de nivelación y reforzamiento, en la asignatura de Matemática, para ayudar a los estudiantes a adquirir los prerrequisitos necesarios, que les permita insertarse a la vida universitaria. Además se debería trabajar con grupos diferenciados de acuerdo a la carrera profesional elegida (ciencias o humanidades).
- Los docentes de la UPAGU deben incorporar estrategias de enseñanza aprendizaje, que contribuyan a mejorar el pensamiento formal de los estudiantes, como por ejemplo el ABP, pues esta estrategia ayuda al desarrollo de habilidades de pensamiento.
- Se debe mejorar las actitudes de los estudiantes, pues una actitud positiva, favorece el aprendizaje de una asignatura, por lo que los docentes de Matemática deben tener dominio de la materia, manejo de metodologías y estrategias, que permitan motivar adecuadamente a los estudiantes y ayudarles a descubrir sus potencialidades.
- La UPAGU debe mejorar las condiciones laborales de los docentes, de acuerdo a su desempeño, se debería tener profesores a tiempo completo, con dedicación exclusiva, para que realicen tareas que la institución exige e innovaciones en el currículo con la participación y compromiso de todos.

Considerando que los factores que influyen en el rendimiento académico son múltiples, cabría plantearse la inclusión de nuevos y mejores predictores del rendimiento en Matemática, identificando otro tipo de variables como: estilos de

aprendizaje, técnicas de estudio, calidad académica del docente, plan de estudios, aspectos socio-familiares, entre otros, pues sería deseable llegar a encontrar un modelo teórico que ayude a prevenir el fracaso académico en una asignatura tan importante como la Matemática.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilar, M., Navarro, J. López, J. y Alcalde, C. (2002). *Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos*. Psicothema. 14(2), 382-386. Recuperado de <http://www.psicothema.com/psicothema.asp?id=736>
- Alvarez, C. (2002). *Factores socio-económicos-culturales que influyen en el rendimiento académico en Matemática en alumnos del quinto año de secundaria de la ciudad de Cajamarca. Una propuesta*, Tesis de maestría. UNC, Cajamarca, Perú.
- Angulo, J. (2008). *Relación de la motivación y satisfacción con la profesión elegida con el rendimiento de los estudiantes de la Facultad de Educación de la UNMSM*. Tesis de maestría. Universidad Mayor de San Marcos, Lima, Perú.
- Aquino, F. (2003). *El pensamiento formal y la educación científica en la enseñanza superior*. Tiempo de educar, 4(7), 95-118.
- Arancibia, V., Herrera, P. y Strasser, K. (1999). *Psicología de la educación* (2ª ed.). México: Alfaomega.
- Auzmendi, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas medias y universitarias*. Bilbao: Mensajero.
- Barahona, N. (1974). *Relación entre aspectos socio-educativos y rendimiento académico en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos*, Tesis de maestría. UNMSM. Lima.
- Barbero, M., Holgado, F., Vila, E. y Chacón, S. (2007). *Actitudes, hábitos de estudio y rendimiento en matemáticas: diferencias por género*. Psicothema, 19(3), 413-421. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=72719309>
- Bardales, V. (2001). *Rendimiento académico en la línea curricular de Matemática de los alumnos de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Cajamarca: Una propuesta metodológica*, Tesis de maestría. UNC. Cajamarca.
- Bazán, J., Espinoza, G. y Farro, C. (1998). *Rendimiento y actitud hacia la matemática en el Sistema escolar peruano*. Documento de trabajo Programa MECEP. Recuperado de <http://www.ime.usp.br/~jbazan/download/13c.pdf>
- Cabrera, G. (2011). *Evaluación de un programa para el desarrollo del pensamiento formal en los alumnos del décimo año de educación básica del colegio fiscal Cantón Archidona*. Tesis de Maestría, Universidad Técnica Particular de Loja, Loja, Ecuador.
- Carretero, M. (1985). *El desarrollo cognitivo en la adolescencia y la juventud: Las operaciones formales*. En Carretero, M., Palacios, J. y Marchesi, A. (comps.), *Psicología Evolutiva 3. Adolescencia, madurez y senectud*, pp. 37-94. Madrid: Alianza.

- Castañeda, A., y Álvarez, M. (2004). *La reprobación en matemáticas. Dos experiencias*. Tiempo de educar, pp.141-172.
- Castro, J. y Yamada, G. (2013). *Calidad y acreditación superior: retos urgentes para el Perú*. Lima: Universidad del Pacífico.
- Cerda, H. (2003). *La Nueva Evaluación Educativa: Desempeños, logros, competencias y estándares*. Bogotá: Magisterio.
- Chadwick, M. y Orellana, E. (s.f). *Manual de la Prueba de Longeot T.O.F.L.P.* Recuperado de <https://sites.google.com/site/portafoliocarocaceres/test-area-matematicas/test-longeot>
- Chávez, (2001). *La enseñanza de la matemática en educación superior*. Lima: Universidad de Lima.
- Closas, A. (2009). *Modelización estadística del rendimiento matemático con variables psicoeducativas en estudiantes universitarios*, Tesis doctoral. Pamplona: Universidad Pública de Navarra. Departamento de Estadística e Investigación Operativa.
- Corral, A. (1989). *Asincronías en el desarrollo del pensamiento formal*. Estudios de Psicología, 1 (37), 7-30.
- Cortez, R y Niaz, M. (1999). *Adolescents understanding of observation, prediction and hypothesis in everyday and educacional context*. The Journal of Cenetic Psychology, 160, 125-141.
- De Guzmán, M. (1996). *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática*. España. Recuperado de: <http://www.sectormatematica.cl/articulos/tendencias.pdf>
- Dörfer, C.y Ulloa, D.(2016) . *Medición de la actitud hacia las matemáticas en estudiantes de licenciatura en administración: un estudio piloto*. Universidad Autónoma de Nuevo León, FACPYA (México). Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/306223876_MEDICION_DE_LA_ACTITUD_HACIA_LAS_MATEMATICAS_EN_ESTUDIANTES_DE_LICENCIATURA_EN_ADMINISTRACION_UN_ESTUDIO_PILOTO
- Edel, R. (2003). " *El desarrollo de habilidades sociales ¿ determinan el éxito académico?*". Revista electrónica: Red Científica: Ciencia, Tecnología y Pensamiento. Recuperado de: <http://www.redcientifica.com/doc/doc200306230601.html>.
- El Tawab, S.M. (1997). *Enciclopedia de pedagogía/psicología*. Barcelona: Trébol.
- Flores, L. y Auzmendi, E. (2015). *Análisis de la estructura factorial de una escala de actitud hacia la matemática*. Aula de encuentro, 17(1), 45-77.
- Gallardo, B. (2007). *Actitudes ante el aprendizaje y rendimiento académico en los estudiantes universitarios*. España: Universidad de Valencia.

- Gallego, R. (2000). *El problema de las competencias cognoscitivas*. Universidad Pedagógica Nacional.
- Garbanzo, G. (2007). “*Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación Superior Pública*”. Educación Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal Sistema de Información Científica. Educación, 31(1), 43-63.
- Gargallo, B., López, C., Pérez, C., Serra, B., Sánchez, F. Ros, I. (2007). *Actitudes ante el aprendizaje y rendimiento académico en los estudiantes universitarios* Universidad de Valencia, España. Revista Iberoamericana de Educación N.º 42/1. EDITA: Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI). Recuperado de: <http://www.rieoei.org/investigacion/1537Gargallo.pdf>
- Gilly, M.(1978). *El problema del Rendimiento Escolar. Investigación sobre los determinantes de las diferencias del éxito escolar en idénticas condiciones de inteligencia y medio social*. Barcelona: Oikos- Tau.
- Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas*. Universidad de Granada. Recuperado de, http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf
- Gimeno, J. (1977). *Autoconcepto, sociabilidad y rendimiento escolar*. Madrid: MEC.
- Gómez-Chacón, I. (1997). *Procesos de aprendizaje en matemáticas con poblaciones de fracaso escolar en contextos de exclusión social. Las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas*. Tesis Doctoral, Universidad Complutense, Madrid, España.
- Gómez-Chacón, I.M. (2009). *Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la Universidad*. Educación Matemática. 21(3), pp. 5-32.
- Gurmendi, G. (1979). *Madurez mental, hábitos de estudio y rendimiento académico en un grupo de alumnos de Estudios Generales Letras*. Tesis de Bachiller en Psicología. PUCP.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2005). *Metodología de la Investigación* (5ª ed.). México: Editorial McGraw-Hill.
- Hidalgo A., S.; Maroto S., A.; Palacios P., A. (2005). *El perfil emocional matemático como predictor de rechazo escolar: relación con las destrezas y los conocimientos desde una perspectiva evolutiva*. Educación Matemática, 17 (2), pp. 89- 116.
- Inhelder, B. y Piaget, J. (1955-1972). *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. Buenos Aires: Paidós.
- Kerlinger, F. y H. Lee (2002). *Investigación del comportamiento*. México: McGraw Hill/ Interamericana.

- Labinowicz, E. (1985). *Introducción a Piaget*. México: Fondo Educativo Interamericano.
- Majluf, A. (1984). *Desarrollo del pensamiento formal proposicional y combinatorio de dos grupos de adolescentes de diferentes estratos socio-económicos de Lima*. Tesis de bachillerato, Universidad nacional de San Marcos, Lima, Perú.
- Maldonado, A. I. (2001). *Aprendizaje y comunicación. ¿Cómo aprendemos?* México: Pearson Education, S.A.
- Martínez de Dueri, E. y Pérez, R. (1986). *Actitudes en la Educación*. Bogotá: Universidad Javeriana.
- Martínez Padrón, O. (2003). *El dominio afectivo en la Educación Matemática: Aspectos teóricos referenciales a la luz de los Encuentro Edumáticos*. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Turmero.
- MINEDU.(2015). *Rutas de aprendizaje*. Ministerio de Educación del Perú.
- Ministerio de Educación. (2009). *Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular*. Lima: World Color, Perú S.A.
- Molina, L. y Rada, R. (2013). *Relación entre el nivel de pensamiento formal y rendimiento académico en matemática*. Revista Zona Próxima, 19(1), 63-72. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=85329192006>.
- Muñoz, M. 1993. *Estudio comparativo de algunos factores que inciden en el rendimiento académico en una población de estudiantes de niveles medio superior y superior*. México. Tesis de Maestría en Psicología. Universidad Iberoamericana.
- Muñoz, J., & Mato, M. (2008). *Análisis de las actitudes respecto a las Matemáticas en alumnos de ESO*. Revista de Investigación Educativa, pp. 209-226.
- Noguera, C y Escalona, E. (1989). *El Adolescente caraqueño*. Caracas: Fondo Editorial de Humanidades y Educación UCV.
- Núñez, J. 2009. *Motivación, Aprendizaje y el rendimiento académico*. Actas do X Congreso Internacional GalegoPortuguês de Psicopedagogía. Braga: Universidad de do Minho. Recuperado de: <http://www.educacion.udc.es/grupos/gipdae/documentos/congreso/Xcongreso/pdfs/cc/cc3.pdf>
- OCDE: Organización para la Cooperación y Desarrollo (2015). Recuperado de: <http://www.oecd.org/centrodemexico/medios/programainternacionaldeevaluaciondelosalumnos/pisa.htm>
- Pérez, L.E., Aparicio, A.S., Bazán, J.L. y Abdounur, O.J. (2015). *Actitudes hacia la estadística de estudiantes universitarios de Colombia*. Educación Matemática, 27(3), pp. 111-149.

- Piaget, J. (1970). *La evolución intelectual entre la adolescencia y la edad adulta*, en Delval, J. comp. (1978). *Lecturas de Psicología del niño*. Madrid: Alianza, pp. 208-213.
- Piaget, J. (1982). *Estudios sobre lógica y psicología*. España: Alianza Universidad
- Piaget, J. (1986). *Seis estudios de Psicología*. Bogotá: Planeta Colombiana Editorial, S. A.
- Pinedo, J., Rivera, A., y Presbítero, A. (2003). *Opinión de los estudiantes de QFB sobre la importancia de las matemáticas en su formación profesional*. Educación Matemática, pp.77-89.
- Pizarro, R. 1985. *Rasgos y actitudes del profesor efectivo*. Tesis para optar el Grado de Magíster en Ciencias de la Educación. Pontificia Universidad Católica de Chile. Chile.
- Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Reglamento de estudios y evaluación del estudiante de la Universidad Privada Antonio Guillermo Urrelo S.A.C. (2016) recuperado de <http://upagu.edu.pe/es/wp-content/uploads/2016/07/REGLAMENTO-DE-ESTUDIOS-Y-EVALUACION-DEL-ESTUDIANTE-UPAGU.pdf>
- Rodríguez, S. (2008). *Estilos de aprendizaje, autoestima y rendimiento académico en los alumnos de la UNC*. Tesis Doctoral. UNC, Cajamarca, Perú.
- Ruiz, José (2008). *Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la Matemática*. Revista Iberoamericana de Educación ISSN: 47(3), 1681-5653. Universidad Camagüey. Cuba. Recuperado de <http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001/File/Problemas%20de%20la%20enseñanza%20aprendizaje%20de%20la%20matemática.pdf>
- Simone, R. (2001). *La Tercera Fase*. Madrid: Taurus.
- Tejedor, F. (2003). *El poder explicativo de algunos determinantes del rendimiento en los estudios universitarios*. Revista Española de Pedagogía, 61(224), pp. 5-32.
- TentiFanfani, E. (1999). *Una escuela para los adolescentes*. Buenos Aires: Losada.
- Ulloa D., G. & Dörfer, C. (2016). *Propuesta metodológica para la medición de la actitud hacia las matemáticas en estudiantes de licenciatura en administración*. Contribución en el 10° Foro Nacional y 5° Foro Internacional de la Academia
- Universidad Privada Antonio Guillermo Urrelo. (2016) *Reglamento de estudios y evaluación del estudiante*. Cajamarca.
- Vélez, A. y Roa, C. 2005. *Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes de medicina*. En PSIC. Educación Médica, 8 (2), 74-82. Recuperado de: <http://scielo.isciii.es/pdf/edu/v8n2/original1.pdf>.

Zavalza, N. 1973. *Dilemas para la escuela de Educación*. Chile: Centro de Alto rendimiento de Chile.

Zemelman, H. (1998). *Conversaciones didácticas*. Argentina: Educo/Universidad Nacional de Comahue.

ANEXOS

Anexo 1:

ACTITUDES FRENTE A LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA

INTRODUCCIÓN

El presente test, elaborado por la psicóloga Elena Auzmendi (1992) tiene la finalidad de recoger información referente a sus actitudes y sentimientos hacia la Matemática.

DATOS GENERALES

Apellidos y nombres:.....
Edad:..... Sexo: Masculino () Femenino ()
Facultad:.....

INSTRUCCIONES Lea cuidadosamente cada enunciado y luego responda marcando con un aspa en el valor de escala que esté de acuerdo con su propio juicio. Tenga en cuenta que no se trata de desarrollar un examen, sino de comunicar su actitud hacia la Matemática.

PARTE I

1. Considero las Matemáticas como una materia muy necesaria en mis estudios.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

2. La asignatura de Matemáticas se me da bastante mal.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

3. Estudiar o trabajar con las Matemáticas no me asusta en absoluto.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

4. Utilizar las Matemáticas es una diversión para mí.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

5. Las Matemáticas son demasiado teóricas para que puedan servirme de algo.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

6. Quiero llegar a tener un conocimiento más profundo de las Matemáticas.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

7. Las Matemáticas son una de las asignaturas que más temo.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

8. Tengo confianza en mí cuando me enfrento a un problema de Matemáticas.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

9. Me divierte el hablar con otros de Matemáticas.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

10. Las Matemáticas pueden ser útiles para el que decida realizar una carrera de "ciencias", pero no para el resto de los estudiantes.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

11. Tener buenos conocimientos de Matemáticas incrementará mis posibilidades de trabajo.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

12. Cuando me enfrento a un problema de Matemáticas me siento incapaz de pensar con claridad.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

13. Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de Matemáticas.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

14. Las Matemáticas son agradables y estimulantes para mí.
 - a) Totalmente de acuerdo
 - b) De acuerdo
 - c) Indeciso
 - d) En desacuerdo
 - e) Totalmente en desacuerdo

15. Espero tener que utilizar poco las Matemáticas en mi vida profesional.
- Totalmente de acuerdo
 - De acuerdo
 - Indeciso
 - En desacuerdo
 - Totalmente en desacuerdo
16. Considero que existen otras asignaturas más importantes que las Matemáticas para mi futura profesión.
- Totalmente de acuerdo
 - De acuerdo
 - Indeciso
 - En desacuerdo
 - Totalmente en desacuerdo
17. Trabaja con las Matemáticas hace que me sienta muy nervioso/a.
- Totalmente de acuerdo
 - De acuerdo
 - Indeciso
 - En desacuerdo
 - Totalmente en desacuerdo
18. No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de Matemáticas.
- Totalmente de acuerdo
 - De acuerdo
 - Indeciso
 - En desacuerdo
 - Totalmente en desacuerdo
19. Me gustaría tener una ocupación en la cual tuviera que utilizar las Matemáticas.
- Totalmente de acuerdo
 - De acuerdo
 - Indeciso
 - En desacuerdo
 - Totalmente en desacuerdo
20. Me provoca una gran satisfacción el llegar a resolver problemas de Matemáticas.
- Totalmente de acuerdo
 - De acuerdo
 - Indeciso
 - En desacuerdo
 - Totalmente en desacuerdo
21. Para mi futuro las Matemáticas son una de las asignaturas más importantes que tengo que estudiar.
- Totalmente de acuerdo
 - De acuerdo
 - Indeciso
 - En desacuerdo
 - Totalmente en desacuerdo
22. Las Matemáticas hacen que me sienta incómodo/a y nervioso/a.
- Totalmente de acuerdo
 - De acuerdo
 - Indeciso
 - En desacuerdo
 - Totalmente en desacuerdo
23. Si me lo propusiera creo que llegaría a dominar bien las Matemáticas.
- Totalmente de acuerdo
 - De acuerdo

- c) Indeciso
- d) En desacuerdo
- e) Totalmente en desacuerdo

24. Si tuviera oportunidad me inscribiría en más cursos de Matemáticas de los que son obligatorios.

- a) Totalmente de acuerdo
- b) De acuerdo
- c) Indeciso
- d) En desacuerdo
- e) Totalmente en desacuerdo

25. La materia que se imparte en las clases de Matemáticas es muy poco interesante.

- a) Totalmente de acuerdo
- b) De acuerdo
- c) Indeciso
- d) En desacuerdo
- e) Totalmente en desacuerdo

PARTE II

1. ¿Cuántas veces durante sus estudios secundarios desaprobó (sacó cargo) en la asignatura de Matemática?

- 0 veces ()
- 1 vez ()
- 2 veces ()
- 3 veces ()
- 4 veces ()
- 5 veces ()

2. ¿Trabaja al mismo tiempo que estudia?

- Si () no ()

3. ¿Cuántas horas al día le dedica a estudiar fuera del horario de la Universidad?

- 1 hora ()
- 2 horas ()
- 3 horas ()
- 4 horas ()
- Más de 4 horas ()
- No dispongo de tiempo ()

4.Cuál es principal motivo para que no le vaya bien en la asignatura de Matemática (marque tres motivos, use el número 1 para el motivo principal sucesivamente)

- La asignatura de Matemática es difícil ()
- El profesor hace difícil el curso ()
- Falta práctica ()
- La asignatura es muy teórica ()
- No me gusta estudiar matemática ()
- No dispongo de tiempo para estudiar ()
- Siempre me va bien ()

Anexo 2:

Test de T.O.F.L.P de Longeot . Adaptado por M.Chadwick - E. Orellana

Recuperado de : <https://es.scribd.com/document/73082032/LONGEOT>

**TEST DE LONGEOT N° 01
OPERACIONES FORMALES LÓGICA DE PROPOSICIONES**

Nombre: _____

INTRUDUCCIÓN: El presente test tiene el objetivo de determinar el nivel de desarrollo de las operaciones formales en relación a la Lógica de Proposiciones. Por lo que se le pide leer con esmero cada razonamiento y problema y contestar la alternativa o alternativas que crea conveniente, marcándolas con aspa.

PRIMER RAZONAMIENTO:

- Los mamíferos son vertebrados.
- Los vertebrados son animales.

Se pueden concluir cosas de este razonamiento. Se puede incluso encontrar tres conclusiones diferentes.

Una sola de estas tres conclusiones es exacta. Debe encontrar cuál de las tres conclusiones es la correcta y marcar su respuesta.

CONCLUSIONES:

- a) Los mamíferos son animales.
- b) Los mamíferos no son animales.
- c) No se puede saber.

Ahora lee los razonamientos que siguen y responde marcando la conclusión correcta.

SEGUNDO RAZONAMIENTO:

- Armando es más ágil que Bernardo.
- Bernardo es más ágil que Daniel.

CONCLUSIONES:

- a) Bernardo es el más ágil de los tres niños.
- b) Armando es el más ágil de los tres niños.
- c) No se puede saber.

TERCER RAZONAMIENTO:

- A las callampas le salen pelusas.
- Las pelusas son venenosas.

CONCLUSIONES:

- a) Las callampas son venenosas.
- b) Las callampas no son venenosas.
- c) No se puede saber.

CUARTO RAZONAMIENTO:

- En un jardín se plantaron flores.
- En ese jardín hay 30 rosas y 5 claveles.

CONCLUSIONES:

- a) Hay más flores que rosas en el jardín.
- b) Hay más rosas que flores en el jardín.
- c) Si se cortan todas las rosas no quedarán flores.
- d) No se puede saber.

QUINTO RAZONAMIENTO:

- Jorge canta mejor que María.
- María canta mejor que Alberto

CONCLUSIONES:

- a) Alberto canta peor que Jorge.
- b) Jorge canta peor que Alberto.
- c) No se puede saber.

SEXTO RAZONAMIENTO:

- Marcos es menos valiente que Javiera.
- Javiera es menos valiente que Fernando.

CONCLUSIONES:

- a) Fernando es el más valiente de los tres.
- b) Marcos es el más valiente de los tres.
- c) No se puede saber.

¿ERES UN BUEN DETECTIVE?

Harás unos problemas en que los enunciados están algo complicados. Te encontrarás en la situación de este detective que reúne pistas durante su investigación y que trata de descubrir la verdad a través de su razonamiento y deducción. Él hace suposiciones y busca pruebas en lo que se le dice y en lo que se observa. Ahora, lee las tres frases del enunciado que sigue y reflexionando bien trata de saber si las conclusiones que están más abajo del enunciado son verdaderas o falsas.

PRIMER PROBLEMA:

- Si Pablo mintió, entonces Pedro mató a Juan.
- Si el arma del crimen era una pistola, entonces Pablo mintió.
- Pero hoy se supo que el arma del crimen era una pistola.

CONCLUSIONES:

- a) Pablo mintió.
- b) Pablo no mintió.
- c) Pedro mató a Juan.
- d) Pedro no mató a Juan.
- e) No se puede saber.

Con los datos del problema, primero trata de saber si Pablo mintió o no y en seguida podrás descubrir si Pedro mató a Juan, o si Pedro no mató a Juan. Se puede afirmar que Pablo mintió ya que el arma del crimen era una pistola. Entonces Pedro mató a Juan ya que Pablo mintió.

Marca la respuesta: Pedro mató a Juan y Pablo mintió; pues son las conclusiones correctas de la investigación.

Haz los siguientes problemas y marque, las conclusiones que crea correctas.

SEGUNDO PROBLEMA:

- Si el portero era cómplice, entonces la puerta del departamento estaba abierta y el ladrón entró por el sótano.
- Si el robo sucedió a medianoche, entonces el portero era cómplice.
- Se ha podido probar que la puerta del departamento no estaba abierta y que el ladrón no entró por el sótano.

CONCLUSIONES:

- a) El portero no era cómplice.
- b) El portero era cómplice.
- c) El robo sucedió a medianoche.
- d) El robo no sucedió a medianoche.
- e) No se puede saber si el robo sucedió a medianoche.

TERCER PROBLEMA:

- Una de las dos cosas: o el malhechor vino en auto, o el testigo se equivocó.
- Si el malhechor tenía un cómplice, entonces vino en auto.

- El malhechor no tenía cómplice y no tenía la llave del departamento, o el malhechor tenía un cómplice y tenía la llave del departamento.
- Ahora se tiene la prueba de que el malhechor tenía la llave del departamento.

CONCLUSIONES:

- a) El malhechor vino en auto.
- b) El malhechor no vino en auto.
- c) El testigo no se equivocó.
- d) No se puede saber si el testigo se equivocó.

CUARTO PROBLEMA:

- Si la policía sigue una pista equivocada, entonces los periódicos anuncian falsas noticias.
- Si los periódicos anuncian falsas noticias, entonces el asesino no vive en la ciudad.
- Ahora se está seguro que los periódicos anuncian falsas noticias.

CONCLUSIONES:

- a) El asesino vive en la ciudad.
- b) El asesino no vive en la ciudad.
- c) La policía sigue una mala pista.
- d) La policía no sigue una mala pista.
- e) No se puede saber si la policía sigue una mala pista.

¿CÓMO OCUPAS TUS VACACIONES?

Se trata ahora de resolver, siempre a través de tu razonamiento y tus deducciones, problemas del mismo tipo, pero que se refieren a formas de pasar el tiempo durante una tarde de vacaciones. Razonando sobre los enunciados de los problemas, debes descubrir la manera como te vas a distraer. Responder siempre marcando las conclusiones correctas, como en los problemas anteriores.

QUINTO PROBLEMA:

- Tú sales con amigos o vas al pueblo vecino.
- Si sales con amigos, entonces, vas a la montaña o vas a pescar.
- Finalmente no vas a la montaña y no vas de pesca.

CONCLUSIONES:

- a) Tú sales con amigos.
- b) Tú no sales con amigos.
- c) Tú vas al pueblo vecino.
- d) Tú no vas al pueblo vecino.
- e) No se puede saber si vas al pueblo vecino.

SEXTO PROBLEMA:

- Si vas a bañarte, entonces hace buen tiempo.
- Si vas a andar en bote, entonces hace buen tiempo.
- Finalmente vas a andar en bote.

CONCLUSIONES:

- a) Hace buen tiempo.
- b) No hace buen tiempo.
- c) Vas a bañarte.
- d) No vas a bañarte.
- e) No se puede saber si vas a bañarte.

SÉPTIMO PROBLEMA:

- Si ayer llovió, entonces irás a recoger callampas, y si vas a recoger callampas entonces llovió ayer.
- Una de las dos cosas: o llovió ayer, o pasarás por los prados.
- Si tú no pasas por los prados, entonces vas por el camino de la montaña.
- Pero no vas por el camino de la montaña.

TERCER PROBLEMA: EL SORTEO

Imagínate que tú has comprado un número en el sorteo (o rifa). Se sabe que los boletos vendidos están numerados con dos dígitos únicamente. Por otra parte, todos los números se han formado con los dígitos 1, 2, 3, 4.

PRIMERA PREGUNTA:

Tú tienes el número 11; para poder saber cuántas posibilidades tienes de que tu número sea el premiado, busca todos los números de dos dígitos que se pudieran vender. Escríbelos sobre las líneas. Escribe un solo número de dos dígitos sobre cada línea. Tú ves que ya se ha escrito tu número (el N° 11).

11		
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

SEGUNDA PREGUNTA:

¿Puedes tú decir cuántos números de dos dígitos habrá, cuando los boletos se han hecho con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5 sin escribirlos todos, simplemente con un cálculo mental? Escribe la cantidad total de números en la línea.

CUARTO PROBLEMA: EL PIN – PON

Seis niños van a jugar Pin – Pon. Son Andrés, Claudio, Domingo, Miguel, Pablo, René. Con el fin de seleccionar a los mejores, se decide que todos van a jugar contra todos.

PRIMERA PREGUNTA:

Escribe en la hoja de respuesta **TODOS** los partidos que se van a jugar. Indica, cada vez, los dos adversarios del partido con la primera letra de sus nombres. Por ejemplo: A – D que ya está escrito, quiere decir Andrés juega contra Domingo. Utiliza una línea para cada partido o juego de Pin – Pon.

A - D		
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

SEGUNDA PREGUNTA:

¿Puedes decir cuántos partidos de Pin – Pon se jugarían si los niños fueran siete en lugar de seis?. No escribas los equipos sino solamente haz un cálculo mental y escribe el número total de juegos o equipos en la línea.

QUINTO PROBLEMA: EL RESTAURANTE CHINO

Imagina que vas a comer a un restaurante chino con tus padres. Son 4 personas en total y cada uno pide un plato diferente para que todos puedan probar las comidas que son nuevas para ustedes. Los 4 platos son: Pato con piña, Langostinos asados, Chanco dulce, Arrollado Primavera. Les sirven todos los platos al mismo tiempo. ¿En qué orden se pueden comer los cuatro platos?.

Indica **TODOS** los ordenamientos posibles, designando cada plato con la primera letra de su nombre y escribiendo la ordenación sobre las líneas en la hoja de respuestas. Por ejemplo: si te

sirves primero Langostinos, luego Arrollado, después Chanco y, por último, el Pato se debe escribir sobre la línea: L-A-C-P. Ves que esta ordenación ya está escrita en una línea. Debes, ahora agregar todas las demás ordenaciones posibles, utilizando una línea para cada una de las ordenaciones en las líneas.

<u>L-A-C-P</u>	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

SIXTO PROBLEMA: LOS NUEVOS NEGOCIOS

Una panadería, un almacén, una rotisería y una librería se van a instalaren cuatro locales nuevos. Cada uno de ellos puede escoger cualquiera de los locales. Di cuáles son TODAS las maneras posibles de ocupar estos locales, escribiendo sobre la línea la letra P para la panadería, A para el almacén, R para Rotisería y L para la Librería. Ves que ya se ha escrito P A R L, lo que quiere decir que la panadería ocupa el primer lugar a la izquierda, el almacén el segundo, la rotisería el tercero y la librería el cuarto. Escribe ahora en las líneas de respuestas, todas las otras formas posibles de orden, ocupando una línea por ordenación.

<u>P-A-R-L</u>	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____

**TEST DE LONGEOT N° 03
OPERACIONES FORMALES PROBABILIDADES**

APELLIDOS Y NOMBRES: _____

Vas a hacer unos problemas que se parecen a los problemas de Matemáticas. Pero para resolverlos, no es necesario hacer operaciones. Debes calcular todo mentalmente. Tendrás que leer el enunciado de los problemas. Bajo los enunciados se han escrito varias soluciones diferentes.

UNA SOLA DE ESTAS SOLUCIONES ES LA CORRECTA, las otras son falsas. Tendrás que escoger la solución correcta y marcarla. Luego del primer problema, pasarás a los siguientes y tratarás de hacer todos, y marcarás la solución correcta en la hoja de respuestas. Estudiaremos juntos el primer problema que sirve de ejemplo:

PRIMER PROBLEMA

Claudio y Jaime juegan a las cartas un juego que se llama la batalla. En este juego, los jugadores reciben la mitad de 32 cartas. No deben mirarlas haciendo un montoncito delante de ellos. Cada uno de los jugadores toma la carta de encima de su montón y el que sacó la carta más alta, ganó las dos. El juego continúa así hasta que uno de los jugadores haya juntado todas las cartas de su adversario. Al comienzo del partido, Claudio y Jaime tienen cada uno 16 cartas. En las 16 de Claudio hay 3 reyes y en las 16 de Jaime hay un rey.

¿Qué jugador tiene más oportunidades de sacar un rey en la siguiente jugada?

- a) Claudio, porque tiene 3 reyes en sus 16 cartas.
- b) Jaime, porque tiene solo un rey en sus 16 cartas.
- c) Las oportunidades de Claudio y Jaime son iguales porque cada uno tiene 16 cartas.

Los dos niños tienen el mismo número de cartas, pero teniendo Claudio 3 reyes en sus 16 cartas y Jaime un solo rey en las suyas, es Claudio quien tiene más oportunidades de sacar uno de sus reyes en la próxima vez. Haz una cruz frente a la respuesta correcta.

SEGUNDO PROBLEMA

En otro momento del partido, Claudio tiene 2 ases y 22 cartas en total en su montón, Jaime 2 ases, pero él sólo tiene 10 cartas en total en su montón.

¿Qué jugador tiene más posibilidades de sacar el primer as?

- a) Claudio, porque tiene más cartas que Jaime.
- b) Jaime, porque tiene sólo 10 cartas con sus ases.
- c) Claudio y Jaime tienen las mismas posibilidades porque cada uno tiene 2 ases.

TERCER PROBLEMA:

En el prado del Padre Leonardo, hay 15 vacas, de las cuales 7 son negras y las otras 8 son café. En el prado del Padre Mateo hay 15 vacas también, pero 5 son negras y las otras 10 son café. Cada uno de los prados tiene una cerca (tapia). La puerta de las dos cercas no deja pasar más que una vaca a la vez. Cuando el Padre Leonardo y el Padre Mateo abrieron las puertas para llevar sus vacas al establo: ¿De cuál de los dos prados hay más posibilidades de ver salir la primera vaca negra?

- a) Del prado del Padre Leonardo, pues él tiene 7 vacas negras en sus 15 vacas.
- b) Del prado del Padre Mateo, porque tiene sólo 5 vacas negras en sus 15 vacas.
- c) Es igual porque hay 15 vacas en total en cada prado.

CUARTO PROBLEMA

Los obreros y obreras de una fábrica se van a las 6 de la tarde. Por la puerta izquierda de la fábrica van a salir 31 personas: 22 hombres y 9 mujeres. Por la puerta derecha de la fábrica saldrán 27 personas: 18 hombres y 9 mujeres. **¿Por cuál de las dos puertas tiene usted más posibilidades de ver salir la primera mujer?**

- a) Por la puerta izquierda, pues por allí saldrá más gente.
- b) Por la puerta derecha, pues por allí saldrán menos hombres.
- c) Es igual, porque por cada puerta saldrán 9 mujeres.

QUINTO PROBLEMA

A la hora del recreo se forman tres grupos para jugar a la pelota. El primer grupo comprende 5 alumnas y una pelota. El segundo grupo comprende 6 alumnas y tiene 2 pelotas. El tercer grupo comprende 12 alumnas, pero tiene 3 pelotas. **¿A cuál grupo vale más asociarse para atrapar la pelota más a menudo?**

- a) Es mejor unirse al tercer grupo porque tiene más pelotas que los otros grupos.
- b) Es mejor unirse al primer grupo porque comprende menos alumnas que los otros grupos.
- c) Es mejor unirse al segundo grupo porque es el que comprende menos alumnas en relación al número de pelotas.
- d) No se puede elegir ningún grupo porque el segundo tiene una pelota de más y un niño de más que el primero y el tercero comprende demasiados niños.

SEXTO PROBLEMA

En un garaje están guardados 24 vehículos: 4 camionetas y 20 autos de turismo. En el segundo garaje hay 54 vehículos: 9 camionetas y 45 autos de turismo. En el tercer garaje se encuentran 36 vehículos: 6 camionetas y 30 autos de turismo. **¿De cuál de los garajes se tienen más probabilidades de ver salir la primera camioneta?**

- a) Del tercer garaje, porque es el que tiene más camionetas que el primero y menos autos de turismo que el segundo garaje.
- b) Del primer garaje, porque es el que tiene menos autos de turismo.
- c) No importa de cuál garaje, porque los tres tienen el mismo número de camionetas en relación al número total de sus vehículos.

SÉPTIMO PROBLEMA

Las alumnas de tres secciones tienen el mismo profesor de matemáticas y hacen la misma prueba trimestral. En el 6° A con 30 alumnas, 20 se sacaron la nota promedio y 10 no lo lograron. En el 6° B con 42 alumnas, 22 se sacaron la nota promedio y 20 no lo lograron. En el 6° C de 20 alumnas, 12 se sacaron la nota promedio y 8 no lo lograron. Según los resultados de la prueba: **¿Qué secciones tiene el mayor nivel?**

- a) El 6° C, porque en esa sección sólo hay 8 alumnas que no obtuvieron la nota promedio.
- b) El 6° B, porque es la sección donde hay más alumnas que se sacaron la nota promedio.
- c) El 6° A, porque allí se encuentran el mayor número de alumnas que lograron sacarse la nota promedio en relación al número de alumnas que no lo obtuvieron.
- d) El 6°A, el 6° B y el 6° C tienen el mismo nivel en matemáticas, porque en las tres secciones, el número de alumnas que se sacó la nota promedio es más grande que el número de alumnas que no se la sacó.

OCTAVO PROBLEMA

En una feria, Pedro compra un número de rifa; en esta feria se venderán 25 números de los cuales 5 ganarán premio y 20 perderán. Su hermana Hilda, compra un número en otra rifa. En la rifa de Hilda, se venderán 10 números de los cuales 2 ganarán y 8 perderán. Su otra hermana, Doris, compra un número en una tercera rifa en la que se venderán 40 números, 8 de los números ganarán y 32 perderán. **¿Cuál de los tres hermanos tiene más posibilidades de haber comprado un número ganador**

- a) Doris, porque en su rifa hay más números ganadores de premio.
- b) Hilda, porque en su rifa hay menos números perdedores.
- c) Pedro, porque en su rifa hay más números ganadores que en la de Hilda y menos números perdedores que en la de Doris.
- d) Las oportunidades de los 3 niños de haber comprado un número ganador son iguales, porque en las tres rifas hay el mismo número de ganadores en relación a la cantidad de números perdedores.

NOVENO PROBLEMA

Juan, Claudio y Ana compran cada uno un paquete de dulces. En el paquete de Claudio hay 7 caramelos y 21 bombones de menta, y en el paquete de Juan hay 4 caramelos y 12 bombones de menta, en el de Ana hay 6 caramelos y 18 bombones de menta. **¿Cuál de los tres niños tendrá más posibilidades de sacar un caramelo, cuando saque un dulce de su paquete?**

- a) Juan, porque en su paquete hay menos bombones de menta.
- b) Claudio, porque en su paquete hay más caramelos.
- c) Ana, porque en su paquete hay más caramelos que en el de Juan y menos bombones de menta que en el de Claudio.
- d) Los tres niños tienen las mismas posibilidades de sacar un caramelo, pues en los tres paquetes hay el mismo número de caramelos en relación al número de bombones.

DÉCIMO PROBLEMA

Tres grupos de niños de una colonia de vacaciones van a bañarse acompañados y vigilados por profesores. El primer grupo comprende 14 personas: 12 niños y 2 profesores. El segundo grupo

comprende 8 personas: 7 niños y 1 profesor. El tercer grupo comprende 24 personas: 21 niños y 3 profesores. **¿Cuál de los tres grupos es el mejor vigilado?**

- a) El 1º grupo es el mejor vigilado pues es el que tiene más profesores en relación al número de niños.
- b) El 2º grupo es el mejor vigilado pues es el que tiene menos niños que vigilar.
- c) El 3º grupo es el mejor vigilado pues es el que tiene más profesores para vigilar los niños.
- d) Los tres grupos están igualmente vigilados pues en el primero hay 2 profesores en las 14 personas o sea, un profesor por cada 7 personas. En el segundo, hay un profesor para 7 niños y en el tercero, hay 3 profesores para 21 niños, o sea, un profesor por cada 7 niños