

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

ESCUELA DE POSGRADO



UNIDAD DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE EDUCACIÓN

PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

TESIS:

APLICACIÓN DEL MÉTODO POLYA Y APRENDIZAJE DE NÚMEROS RACIONALES EN LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. N° 80128 “LEONCIO PRADO” DE HUAMACHUCO, PROVINCIA DE SÁNCHEZ CARRIÓN, AÑO 2017.

Para optar el Grado Académico de

MAESTRO EN CIENCIAS

MENCIÓN: GESTIÓN DE LA EDUCACIÓN

Presentada por:

Bachiller: ROSARIO JANETH MONZÓN ACOSTA

Asesor:

Dr. CÉSAR ENRIQUE ALVAREZ IPARRAGUIRRE

Cajamarca – Perú

2020

COPYRIGHT © 2020 by
ROSARIO JANETH MONZÓN ACOSTA
Todos los derechos reservados

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

ESCUELA DE POSGRADO



UNIDAD DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE EDUCACIÓN

PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

TESIS APROBADA:

APLICACIÓN DEL MÉTODO POLYA Y APRENDIZAJE DE NÚMEROS RACIONALES EN LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. N° 80128 “LEONCIO PRADO” DE HUAMACHUCO, PROVINCIA DE SÁNCHEZ CARRIÓN, AÑO 2017.

Para optar el Grado Académico de

MAESTRO EN CIENCIAS

MENCIÓN: GESTIÓN DE LA EDUCACIÓN

Presentada por:

Bachiller: ROSARIO JANETH MONZÓN ACOSTA

JURADO EVALUADOR

Dr. Cesar Enrique Álvarez Iparraguirre
Asesor

Dr. Jorge Nelson Tejada Campos
Jurado Evaluador

Dr. Valentín Víctor Paredes Oliva
Jurado Evaluador

M.Cs. Rodolfo Alberto Alvarado Padilla
Jurado Evaluador

Cajamarca – Perú

2020



Universidad Nacional de Cajamarca
LICENCIADA CON RESOLUCIÓN DE CONSEJO DIRECTIVO N° 080-2018-SUNEDU/CD
Escuela de Posgrado
CAJAMARCA - PERU



PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

ACTA DE SUSTENTACIÓN VIRTUAL DE TESIS

Siendo las 17:00 horas del día 15 de diciembre de dos mil veinte, reunidos a través de Gmeet meet.google.com/gqn-qbqx-dck, creado por la Unidad de Posgrado de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Cajamarca, el Jurado Evaluador presidido por el **Dr. JORGE NELSON TEJADA CAMPOS**, **Dr. VALENTIN VICTOR PAREDES OLIVA**, **M.Cs. RODOLFO ALBERTO ALVARADO PADILLA**, y en calidad de Asesor el **Dr. CÉSAR ENRIQUE ALVAREZ IPARRAGUIRRE**. Actuando de conformidad con el Reglamento Interno de la Escuela de Posgrado y la Directiva para la Sustentación de Proyectos de Tesis, Seminarios de Tesis, Sustentación de Tesis y Actualización de Marco Teórico de los Programas de Maestría y Doctorado, se dio inicio a la Sustentación de la Tesis titulada: **APLICACIÓN DEL MÉTODO POLYA Y APRENDIZAJE DE NÚMEROS RACIONALES EN LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. N° 80128 "LEONCIO PRADO" DE HUAMACHUCO, PROVINCIA DE SÁNCHEZ CARRIÓN, AÑO 2017**; presentada por la **Bachiller en Educación ROSARIO JANETH MONZÓN ACOSTA**.

Realizada la exposición de la Tesis y absueltas las preguntas formuladas por el Jurado Evaluador, y luego de la deliberación, se acordó APROBAR con la calificación de 17 (DIECISIETE) la mencionada Tesis; en tal virtud, la **Bach. en Educación ROSARIO JANETH MONZÓN ACOSTA**, está apta para recibir en ceremonia especial el Diploma que la acredita como **MAESTRO EN CIENCIAS**, de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Educación, con Mención en **GESTIÓN DE LA EDUCACIÓN**.

Siendo las 18:30 horas del mismo día, se dio por concluido el acto.

.....
Dr. Cesar Enrique Alvarez Iparraguirre
Asesor

.....
Dr. Jorge Nelson Tejada Campos
Jurado Evaluador

.....
Dr. Valentin Victor Paredes Oliva
Jurado Evaluador

.....
M.Cs. Rodolfo Alberto Alvarado Padilla
Jurado Evaluador

A:

A Dios Todopoderoso por su creación perfecta y su amor incondicional.

A mis estudiantes que son la razón de mi profesión y por quienes, los docentes nos esmeramos por ser mejores cada día, ya que son la esperanza de nuestro país.

AGRADECIMIENTO

A mis padres por su apoyo incondicional, comprensión y paciencia demostrada durante la dedicación de mi tiempo para realizar mis estudios de posgrado académico.

A la Universidad Nacional de Cajamarca por darnos la oportunidad de realizar nuestros estudios de Posgrado y a nuestros mentores de dicha Universidad, quienes impartieron nuevos conocimientos y experiencias académicas y profesionales, pero sobre todo por formarnos en el campo de la investigación.

A mi asesor Dr. César Enrique Álvarez Iparraguirre por ser la persona indicada para brindarme el apoyo necesario en la realización del presente trabajo de investigación.

Epígrafe

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento

-George Polya

ÍNDICE GENERAL

A:.....	v
AGRADECIMIENTO	vi
EPÍGRAFE	vii
ÍNDICE GENERAL	viii
LISTA DE TABLAS	xii
LISTA DE FIGURAS.....	xiii
RESUMEN	xiv
ABSTRACT.....	xv
INTRODUCCIÓN	xvi
CAPÍTULO I	1
EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	1
1. Planteamiento del Problema	1
2. Formulación del problema	3
2.1. Problema principal	3
2.2. Problemas derivados	4
3. Justificación de la Investigación	4
3.1. Justificación Teórica	4
3.2. Justificación Práctica	5
3.3. Justificación metodológica.....	5
4. Delimitación de la investigación.....	6
4.1. Epistemológica.....	6
4.2. Espacial	7
4.3. Temporal.....	7
5. Objetivos de la investigación	7

5.1. Objetivo General	7
5.2. Objetivos específicos	7
CAPÍTULO II	9
MARCO TEÓRICO.....	9
1. Antecedentes de la investigación	9
2. Marco epistemológico de la Investigación	13
3. Marco teórico- científico de la Investigación	15
3.1. Teorías científicas sobre la Resolución de problemas	15
3.1.1. Teoría del Registro de Representación Semiótica de Duval.....	15
3.1.1.1 Registros de representación, comprensión y aprendizaje.....	18
3.1.2. Teoría del Descubrimiento de Jerome S. Bruner	21
3.1.2.1 Los rasgos esenciales de la Teoría	22
3.2. El método Polya y el aprendizaje de los números racionales.	26
3.2.1. Método de George Polya	26
3.3. Los Números Racionales.....	34
3.4. Aprendizaje de los Números Racionales.....	40
3.5. Competencias y Capacidades matemáticas del 2º grado de Educación Secundaria.	45
4. Definición de términos básicos	47
CAPÍTULO III.....	49
MARCO METODOLÓGICO.....	49
1. Caracterización y contextualización de la Investigación	49
1.1. Descripción del perfil de la Institución Educativa	49
1.2. Breve reseña histórica de la Institución Educativa.....	49
1.3. Características demográficas y socioeconómicas.	50

1.4. Características culturales y ambientales	51
2. Hipótesis de Investigación	52
3. Variables de Investigación	53
4. Matriz de operacionalización de variables.....	54
5. Población y Muestra	56
6. Unidad de análisis	56
7. Métodos de Investigación	57
8. Tipo de Investigación.....	58
9. Diseño de la Investigación	58
10. Técnicas e instrumentos de recopilación de información	59
11. Técnicas para el procesamiento y análisis de la información	59
12. Validez y confiabilidad	60
CAPÍTULO IV.....	61
RESULTADOS Y DISCUSIÓN	61
1. Resultados de la aplicación de la Prueba t-Student para dos muestras independientes	61
2. Resultados de la aplicación de la Prueba de Hipótesis para dos muestras Emparejadas	66
3. Resultados de la aplicación de la Prueba de Friedman	70
4. Resultados de la Prueba de Hipótesis mediante Friedman.....	79
5. Discusión de Resultados	86
CONCLUSIONES	91
SUGERENCIAS	92
LISTA DE REFERENCIAS	93
APÉNDICES/ANEXOS	99
APÉNDICE 1	100
APÉNDICE 2.....	106

APÉNDICE 3.....	107
PROGRAMA DE SESIONES APLICANDO EL MÉTODO POLYA	125
EVIDENCIAS FOTOGRÁFICAS	238
MATRIZ DE CONSISTENCIA	240

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Prueba de muestras independientes	62
Tabla 2: Prueba de muestras emparejada.....	66
Tabla 3: Prueba de Friedman	71
Tabla 4: Prueba de Friedman	79

LISTA DE FIGURAS

Figura 1:	Distribución de los Calificativos Pre Test de los grupos Control y Experimental Estudiantes 2do secundaria I.E. N° 80128 “Leoncio Prado”-Huamachuco	64
Figura 2:	Distribución de los Calificativos Post Test de los grupos Control y Experimental Estudiantes 2do secundaria I.E. N° 80128 “Leoncio Prado”-Huamachuco	65
Figura 3:	Distribución de los Calificativos Pre Test y Post Test del grupo de Control 2do “B” de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado”-Huamachuco, 2017	68
Figura 4:	Distribución de los Calificativos Pre Test y Post Test del grupo Experimental 2do “A” de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado”-Huamachuco, 2017.....	69
Figura 5:	Distribución Chi-cuadrada, para la dimensión “Entender el problema”	73
Figura 6:	Distribución Chi-cuadrada, para la dimensión “Configurar un plan”	74
Figura 7:	Distribución Chi-cuadrada, para la dimensión “Ejecutar el plan”.....	75
Figura 8:	Distribución Chi-cuadrada, para la dimensión “Mirar hacia atrás”	76
Figura 9:	Distribución Chi-cuadrada Global, para todas las sesiones aplicando el “Método de Polya” al grupo Experimental.....	77
Figura 10:	Distribución Chi-cuadrada de todas las sesiones con Polya respecto a la dimensión “entender el problema”	81
Figura 11:	Distribución Chi-cuadrada de todas las sesiones con Polya, respecto a la dimensión “configurar un plan”.....	82
Figura 12:	Distribución Chi-cuadrada de todas las sesiones con Polya, respecto a la dimensión “ejecutar el plan”.....	83
Figura 13:	Distribución Chi-cuadrada de todas las sesiones con Polya, respecto a la dimensión “mirar hacia atrás”	84
Figura 14:	Distribución Chi-cuadrada Total, de las sesiones aplicando el Método de Polya.....	85

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tuvo como objetivo general determinar la influencia de la aplicación del Método Polya en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017. En lo referente a la metodología, la investigación según su nivel de profundidad es de tipo Explicativa correspondiéndole un diseño Cuasi experimental con dos grupos intactos y las respectivas mediciones para cada variable, eligiéndose la prueba paramétrica T- Student y la prueba no paramétrica de Friedman para el contraste de la Hipótesis. El estudio investigativo tiene como soporte teórico-científico la Teoría del Registro de Representación Semiótica de Duval y la Teoría del Descubrimiento de Jerome S. Bruner. Para la recolección de los datos, se utilizaron dos instrumentos validados mediante el método de “Juicio de Expertos” y para determinar su Confiabilidad se aplicó la técnica estadística del “Alpha de Cronbach”. La muestra estuvo constituida por los estudiantes de dos secciones de la I.E. N° 80128, nombradas por A y B (conformadas por 30 y 29 estudiantes cada una), con un total de 59 estudiantes. Los resultados finales permitieron confirmar la hipótesis planteada a través de la necesaria Prueba de Hipótesis, determinando que la aplicación del Método Polya influye significativamente en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, así lo evidencia la prueba paramétrica t-Student y con un nivel de significación del 5%.

Palabras Clave: Método Polya, aprendizaje, Número Racional, estudiante.

ABSTRACT

The present research work had as a general objective to determine the influence of the application of the Polya Method in the learning of the rational numbers in the students of the second grade of secondary of the I.E. No. 80128 “Leoncio Prado” of Huamachuco, province of Sánchez Carrión, 2017. Regarding the methodology, the research according to its level of depth is of the Explanatory type, corresponding to a quasi-experimental design with two intact groups and the respective measurements for each variable, choosing the T-Student parametric test and Friedman's non- parametric test for the contrast of the Hypothesis. The research study has as a theoretical-scientific support the Theory of the Registry of Semiotic Representation of Duval and the Theory of the Discovery of Jerome S. Bruner. For the collection of the data, two instruments validated by the "Expert Judgment" method were used and to determine its Reliability the statistical technique of the "Cronbach's Alpha" was applied. The sample consisted of students from two sections of the I.E. No. 80128, named by A and B (made up of 30 and 29 students each), with a total of 59 students. The final results allowed to confirm the hypothesis raised through the necessary Hypothesis Test, determining that the application of the Polya Method significantly influences the learning of rational numbers in the students of the second grade of secondary school of the I.E. No. 80128 “Leoncio Prado” of Huamachuco, this is evidenced by the t-Student parametric test and with a significance level of 5%.

Keywords: Polya method, learning, rational number, student.

INTRODUCCIÓN

Desde el año 2000, escolares de 15 años que cursan educación secundaria en los países de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico OCDE y otras naciones que aspiran ingresar a este organismo, como el Perú, deben rendir la prueba PISA (Evaluación Internacional de Estudiantes) para medir sus competencias en Ciencia, Matemática y Comprensión Lectora.

La prueba PISA 2015 se aplicó en nuestro país entre el 17 de agosto y el 18 de setiembre del año mencionado. Participaron 281 colegios elegidos al azar de las 24 regiones y las dos provincias de régimen especial (Lima y Callao). En total se evaluaron a 6,971 estudiantes de 15 años elegidos al azar.

En el caso peruano se tiene que el 21,0% de sus estudiantes se ubica en el *nivel 2*, el nivel base de la evaluación PISA. Esto indica que estos estudiantes logran interpretar y reconocer situaciones que requieren una inferencia directa; también, que utilizan algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones básicas y efectúan razonamientos directos, así como interpretaciones literales de los resultados.

En el *nivel 3* se ubica el 9,8% de los estudiantes peruanos. Ellos pueden ejecutar procedimientos claramente descritos y tomar decisiones acerca de la secuencia a seguir, así como realizar interpretaciones que sustenten la construcción de un modelo simple o la selección de estrategias de resolución de problemas sencillos. También, muestran algunas habilidades de manejo de porcentajes, fracciones y números decimales, y de relaciones de proporcionalidad.

Asimismo, el 2,7 % de los estudiantes peruanos se ubica en el *nivel 4*. Estos muestran eficacia en el trabajo con modelos explícitos en situaciones concretas y complejas. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, relacionándolas con situaciones del mundo real. También, pueden razonar con algunas intuiciones en contextos simples.

Por otro lado, menos del 1% de los estudiantes logran ubicarse en los *niveles más altos de desempeño (niveles 5 y 6)*. Esto significaría que, en el nivel 5, muy pocos estudiantes pueden desarrollar y trabajar con modelos de situaciones problemáticas complejas en las que seleccionan e integran diversas representaciones adecuadas. En el *nivel 6*, no se registra la presencia de estudiantes peruanos.

Frente a los lamentables resultados en Matemática el Ministerio de Educación en coordinación con los gobiernos regionales se han trazado la meta de alcanzar el 35 % del nivel esperado al 2016, aunque lo proponen como una meta ambiciosa, ya que por las estadísticas mostradas vemos que en vez de ascender las cifras porcentuales están descendiendo.

Los resultados anteriores evidencian que una de las materias escolares con mayor índice de fracaso escolar y en que los alumnos peruanos presentan un bajo rendimiento en relación a otros países de la región es la Asignatura de Matemáticas. También es un hecho que los alumnos manifiestan poco interés por esta Asignatura incluso un alto porcentaje muestra un rechazo hacia la misma, lo que se observa en Huamachuco y sobretodo en el área rural.

En estos términos, el presente estudio titulado “Aplicación del método Polya y aprendizaje de números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017”, ha sido desarrollado con el objetivo de determinar los efectos de la aplicación del Método

Polya en el aprendizaje de números racionales en los estudiantes de segundo de secundaria en la institución educativa señalada y en el 2017.

Igualmente, este estudio pretende hacer algún aporte para mejorar los resultados académicos en Matemáticas, demostrando el efecto positivo que tiene la aplicación del método Polya, en el aprendizaje de una temática matemática importante como son los números racionales para el nivel secundario.

El trabajo de investigación ha sido estructurado como sigue:

El capítulo I, se refiere al Problema de investigación donde se plantea y formula el problema, su justificación y delimitaciones, también se abordan los objetivos de la investigación.

En el capítulo II, se desarrolla el Marco teórico, presentando los antecedentes internacionales y nacionales de la investigación, su marco epistemológico, el marco teórico-científico y la definición de términos básicos.

En el capítulo III referido al Marco metodológico, se presenta la descripción y caracterización de la I.E. N° 80128, la hipótesis, las variables, su matriz de operacionalización, población y muestra, unidad de análisis, tipo y diseño de investigación y las técnicas e instrumentos de recojo de información.

El capítulo IV, se refiere se refiere a los resultados y discusión y la Prueba de Hipótesis.

Finalmente, se presentan las Conclusiones, las Sugerencias, las Referencias bibliográficas y los Anexos.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1. Planteamiento del Problema

Es consensual que una de las áreas fundamentales para la formación integral de los estudiantes es la Matemática, ella forma parte importante del currículo de la EBR ya que proporciona herramientas para adquirir conocimientos en las otras áreas y desarrollar habilidades que el estudiante necesita para la vida. Al respecto, Mejías afirma: “La Matemática es en muchos sentidos la más elaborada y compleja de las ciencias. Es el Gran Diccionario Enciclopédico, una escala para lo místico, así como el pensamiento racional en el ascenso intelectual del hombre. Una de las mejores herramientas para las demás disciplinas científicas” (Mejías, 2006, Citado por Borragan, 2006, p.17).

Según los resultados del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes PISA 2015, nuestro país ha obtenido 397 puntos, es el que ha crecido más en América Latina respecto a la medición del 2012. Sin embargo, pese a que se ha mejorado en Ciencias con 397 puntos, en Matemática con 387 puntos, y en Comprensión lectora con 398 puntos, seguimos rezagados.

En América Latina nos hemos ubicado en el penúltimo lugar, superando solo a República Dominicana, país que en el 2015 se sometió a su primera evaluación PISA. También hay una excepción en el Área de Matemática, en la que, por primera vez, hemos superado a Brasil. En las Áreas de lectura y ciencia seguimos por debajo de países como Chile, Uruguay, Costa Rica, Colombia, México y Brasil. Por ejemplo, Chile, el país mejor ubicado de la región, nos lleva una ventaja de 50 puntos (447 a 397)

en ciencias, el Área de mayor importancia de la evaluación del 2015. Las diferencias se tornan más dramáticas si nos comparamos con Singapur, el país que encabeza todas las evaluaciones. Sus 556 puntos en ciencias nos dejan rezagados 159 puntos más abajo.

El Perú, incluso, queda muy lejos del promedio de 493 puntos establecidos por la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) como nota aprobatoria. Para llegar a ese nivel nuestro país tendría que crecer 96 puntos, cuatro veces más de lo que avanzó en los últimos tres años. (UMC, 2015).

En el 2015, para el segundo grado de secundaria, la ECE evaluó algunos de los aprendizajes matemáticos que deberían ser desarrollados por todos los estudiantes del país al final del sexto ciclo de la Educación Básica Regular. En Matemática se evaluó aprendizajes referidos a cantidad; regularidad, equivalencia y cambio; gestión de datos e incertidumbre; y forma, movimiento y localización. La prueba midió la capacidad de los estudiantes para resolver problemas en variados contextos, que se evidencia al matematizar, razonar y argumentar, comunicar y representar; así como al elaborar y usar estrategias.

En este contexto, en la región de La Libertad, provincia de Sánchez Carrión y distrito de Huamachuco, según los resultados a nivel de distrito de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) del 2015, para el segundo grado de secundaria y en el área de Matemática, el 6,4 % de los estudiantes están en nivel satisfactorio, 10,5 % en proceso, 43,2% en inicio y 39,9% en previo al inicio; concentrándose la mayoría de los estudiantes en el nivel inicio, es decir, el estudiante no logró los aprendizajes esperados al finalizar el VI ciclo ni demuestra haber consolidado los aprendizajes del ciclo anterior; solo logra realizar tareas poco exigentes respecto de lo que se espera para el VI ciclo.

Asimismo, se ha podido observar y evidenciar que existe gran debilidad en la aplicación de métodos didácticos pertinentes por parte de los docentes del nivel secundario y más aún de la zona rural, por cuya causa se presenta en los estudiantes desmotivación y desinterés por aprender la Matemática y sobre todo por resolver problemas. La enseñanza matemática se basa en el uso de metodologías tradicionales mayormente expositivas, el aprendizaje es por repetición y poco significativo, lo que es cuestionable, pues siguiendo a Ausubel señala que: “en situaciones de enseñanza - aprendizaje tal como se da en la escuela, el aprendizaje significativo es más importante que el aprendizaje por repetición” (Ausubel, 1976, p. 54).

Finalmente, en la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, específicamente en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria y en la temática de números racionales del área de Matemática, como reflejo de la problemática señalada, en las respectivas Actas de Evaluación se han encontrado resultados preocupantes, lo que me motiva a buscar dar una solución aunque sea parcial al problema, por lo que, se propuso aplicar el método de Polya en pro de mejorar el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes de la muestra seleccionada y así contribuir a la mejora de la calidad educativa de la provincia.

2. Formulación del problema

2.1. Problema principal

¿Cómo influye la aplicación del Método Polya, en el Aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017?

2.2. Problemas derivados

- ¿Cuál es el nivel de Aprendizaje de los números racionales, antes de la aplicación del Método Polya, de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017?
- ¿Qué estrategias habría que diseñar y aplicar del Método Polya, para mejorar el Aprendizaje de los números racionales, de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017?
- ¿Cuál es el nivel del aprendizaje de los números racionales, después de haber aplicado el Método Polya a los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017?

3. Justificación de la Investigación

3.1. Justificación Teórica

Se justifica ya que será un aporte teórico importante, pues cubre vacíos existentes, ya que no se cuenta con una amplia base en este tipo de investigaciones referentes a las variables de estudio; por otro lado, se han realizado investigaciones de las variables, pero de manera independiente y solo en una realidad, en el nivel primario y no secundario y en contenidos específicos de la Matemática.

Esta investigación constituye un intento de superar, aunque sea relativamente uno de los problemas más inquietantes en los estudiantes de segundo grado de secundaria, como es el aprendizaje memorístico, robótico, pasivo, acrítico y poco reflexivo, específicamente en el campo temático de números racionales, dando pase

con el método de Polya al desarrollo de la actitud crítica, creativa, innovadora, cooperativa e investigativa de los estudiantes.

3.2. Justificación Práctica

En lo práctico, se pretendió introducir estrategias basadas en el método de Polya a la metodología tradicional que se viene empleando, para mejorar el aprendizaje de los números racionales y de la Matemática en su conjunto y que proporcione como resultado un modelo de enseñanza que permita avanzar al estudiante de educación secundaria.

Los resultados obtenidos de la investigación, servirán para ser tomados como antecedentes para otras investigaciones y serán puestos a consideración de las Instituciones Educativas Públicas del distrito de Huamachuco y Provincia de Sánchez Carrión, y éstas serán las que tomen las decisiones adecuadas a favor del aprendizaje de los estudiantes en el área de Matemática.

3.3. Justificación metodológica

Metodológicamente, con el presente trabajo, se demostró que el método empleado, mejora significativamente el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la I.E. seleccionada.

Para cumplir y lograr los objetivos del estudio, se recurrió a la formulación y propuesta de los instrumentos para medir la variable independiente (X) “Aplicación del método Polya” y su impacto en la variable dependiente (Y) “Aprendizaje de los números racionales”.

4. Delimitación de la investigación

4.1. Epistemológica

La Epistemología según Tamayo (2003), actualmente la contextualiza como la Teoría del conocimiento científico y se caracteriza por su método, por ello es la doctrina de los fundamentos que presenta el conocimiento. *Ella permite establecer las condiciones básicas que dan soporte a la coherencia y validez de la investigación.* En torno a ello, el Dr. Evaristo Méndez Quintero afirma “no es suficiente registrar y caracterizar el problema, es necesario adscribirlo en un contexto epistemológico definido, armando así una problemática específica”.

Por ello y siguiendo la literatura respectiva, para la delimitación epistemológica del presente trabajo, además del método científico enfocado en el Paradigma positivista, se han asumido los contextos ontológico, gnoseológico y axiológico, y se han seleccionado los siguientes principios básicos que contextualizaron a la investigación:

- a. *Principios Ontológicos básicos:* Existe un mundo exterior al sujeto que conoce y es en gran medida independiente de éste. El mundo está compuesto de cosas concretas. Las cosas se agrupan en sistemas. Toda cosa cambia. Toda cosa satisface leyes.
- b. *Máximas gnoseológicas básicas:* El conocimiento fáctico se obtiene combinando experiencia y razón. El conocimiento fáctico es parcial antes que exhaustivo, pero es perfectible. El conocimiento fáctico puede perfeccionarse tanto gradualmente como a saltos. La meta final de la investigación científica es descubrir las regularidades de la realidad y utilizarlas para explicar, predecir o retroceder hechos.
- c. C1. *Valores de la ciencia en cuanto a teoría:* coherencia, consistencia, comprensibilidad, simplicidad, precisión.

C2. *Valores de la ciencia en cuanto al proceso de producción:* orden, claridad, capacidad argumentativa, perseverancia, veracidad, pasión por la búsqueda de la verdad, modestia intelectual.

C3. *Valores de la ciencia en cuanto a aplicación:* el bienestar, la comodidad.

4.2. Espacial

El presente trabajo de investigación se realizó en la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado”, nivel secundario, del distrito de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, departamento La Libertad.

4.3. Temporal

Esta investigación se realizó desde marzo del 2017 hasta diciembre del 2017.

5. Objetivos de la investigación

5.1. Objetivo General

Determinar la influencia de la aplicación del Método Polya en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017.

5.2. Objetivos específicos

-Evaluar el nivel de aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017.

-Diseñar algunas estrategias del Método Polya para mejorar el nivel de aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, año 2017.

-Comparar los niveles de aprendizaje de los números racionales en los estudiantes seleccionados del segundo grado de secundaria de la I.E. mencionada, obtenidos antes y después de la aplicación planificada del método Polya.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

1. Antecedentes de la investigación

Se han encontrado algunas investigaciones que tienen relación directa o indirecta con nuestro problema de investigación y estas son:

A nivel internacional

Lazo (2017): “*Resolución de problemas de relación de recurrencia, bloque numérico y funciones, basado en el método heurístico de Polya: Guía didáctica para el tercero de Bachillerato*”. Tesis previa a la obtención del Grado de Maestría en docencia de las Matemáticas. Universidad de Cuenca. Departamento de Posgrado. Maestría en docencia de las Matemáticas. Ecuador. En el proceso de investigación la autora empleó el enfoque Cualitativo-Cuantitativo, basado en el diseño cuasiexperimental, llegando entre otras a las siguientes conclusiones:

-Los estudiantes del grupo experimental asumieron un nuevo reto y dieron paso a la flexibilidad de pensamiento, otorgando valor al aprendizaje de resolver problemas de relación de recurrencia con el Método de Polya, aplicando aportes teóricos del modelo pedagógico cognitivo.

-La implementación de la guía didáctica en el grupo experimental es de mucha utilidad, ya que, en base de los problemas reales, se despierta el interés de los estudiantes; así como existe la posibilidad de volver a revisar y analizar las diferentes fases del Método heurístico de Polya; lo que permite seguir de esta manera paso a paso la solución de los diferentes problemas, propiciando el trabajo colaborativo en este caso en parejas; con lo

que, se potencia el aprendizaje y cada estudiante se siente seguro de su aporte en cada pareja.

Gutiérrez (2018): *Resultados del Método Polya en el desarrollo de habilidades matemáticas de alumnos del 2° ciclo del Centro Regional de Educación-Concepción*. Tesis Universidad Nacional de Concepción. Programa de Maestría en Didáctica de las Ciencias Mención: Matemática/Física/Química. Paraguay. Se empleó el enfoque Cuantitativo y el diseño de investigación se encuadra en una investigación experimental, específicamente la pre-experimental, se arribó a las siguientes conclusiones:

-Los resultados de la investigación reflejaron las grandes dificultades que presentaban los alumnos del 2° ciclo de la Educación Escolar Básica del CREC, particularmente en lo relacionado con el entendimiento del método con cuatro pasos definido por Polya para la solución de problemas, se evidencia que algunos alumnos lograron superar las dificultades con que habían llegado, después del taller proporcionado, lo que indica que este método sirve como apoyo para la mejor resolución de problemas matemáticos.

-Durante la implementación de la metodología basada en el método de Polya, se observó que una de las mayores dificultades presentadas por los estudiantes consistía en la poca comprensión de los enunciados. Así, al propiciar la metodología, aumentó el número de estudiantes que comprendieron los enunciados de los problemas, y estuvo relacionado con el aumento del número de respuestas correctas.

A nivel regional

Alcántara (2015): *Método Polya y su influencia en el aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del quinto grado de la I. E. N° 10374 del Caserío de Mangalpa – Súcota- Cutervo, 2014*. Tesis para optar el grado de Maestro en Ciencias mención: Educación, Línea: Planificación y Administración de la Educación; de la Universidad Nacional de Cajamarca, Trabajo de tipo Pre Experimental, cuyo diseño es de Pre prueba – Post prueba con un solo grupo, cuyas principales conclusiones son las siguientes:

-La aplicación del Método Polya desarrollado de manera gradual y progresiva, con una intervención docente adecuada, oportuna y pertinente, fue significativa, favoreciendo el aprendizaje del Área de Matemática en el dominio Número y Operaciones, en los estudiantes del quinto grado de la IE N° 10374 del caserío de Mangalpa, aspecto que se aprecia en el promedio del grupo de estudio que presentan diferencias significativas en el Pre Test, ubicándose en el nivel de “inicio”, es decir que los estudiantes evidencian serias dificultades en el desarrollo de los aprendizajes antes de la aplicación del Método Polya (Tabla 2), en cambio en el Post Test, después de la aplicación del Método Polya se observa un ascenso en el logro de los aprendizajes, demostrando un manejo solvente, destacado y satisfactorio en el Área de Matemática, situándose en el nivel de “logro destacado” (Tabla 4), esta diferencia fue corroborado con la prueba estadística “t de Student” (Tabla 7).

-En lo que respecta al dominio Cambio y Relaciones, segunda dimensión del estudio, los estudiantes también presentan notorias deficiencias en el aprendizaje del Área de Matemática antes de la aplicación del Método Polya, porque estaban acostumbrados a desarrollar algoritmos ordenados por su docente de aula, ubicándose así en el nivel de “inicio” (Tabla 3), mientras que, después de la aplicación del Método Polya los estudiantes

logran aprendizajes muy importantes en el Área de Matemática, ya que la docente ha propiciado una metodología adecuada en el desarrollo de las sesiones, en donde los estudiantes son protagonistas de sus propios aprendizajes utilizando diversas estrategias al desarrollar los problemas que se les plantea, alcanzando el nivel de logro “destacado” (Tabla 5).

Tello (2015): *Método Polya y su influencia en el aprendizaje de resolución de situaciones problémicas en el área de Matemática de los estudiantes de 5º grado. de la I.E. N° 10283, El Lirio - Cutervo, 2014.* Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Cajamarca. Aquí, se ha utilizado el Diseño de Investigación Pre Experimental con Pre y Post Test y un solo grupo de estudio, siendo algunas de sus conclusiones:

-Con el desarrollo del método Polya la capacidad resolutive de los estudiantes va mejorando en la dimensión Número y Operaciones es el más significativo, puesto que en el Pre Test todos los estudiantes participantes obtuvieron calificativo desaprobatario , en cambio en el Post Test es todo lo contrario pues la totalidad de estudiantes obtiene calificativo superior a diecisiete que equivale a un promedio global de Logro Destacado, que se evidencia en la Tabla N° 10 de frecuencias y porcentajes obtenidas en cada dimensión.

-La conclusión final que se ha podido destacar es que desarrollando las estrategias del Método Polya, en nuestra realidad es que se consiguen resultados por demás positivos, en virtud a un desarrollo responsable y comprometido por parte de los docentes en trabajar estrategias vivenciales que emanen de las necesidades e intereses de los estudiantes, de sus juegos, de sus problemas, de sus inquietudes.

2. Marco epistemológico de la Investigación

En primer lugar y a groso modo se considera que es necesario establecer que la presente investigación se realizó aplicando el Método de la ciencia, esto es, el Método Científico, luego se determinó el Paradigma investigativo asumido, así como las teorías, métodos, diseños, técnicas etc. que se aplicarán, con ello perfilamos una demarcación teórica de cómo se produciría el nuevo conocimiento (resultado de la investigación) y cómo éste, puede alcanzar la aceptabilidad, racionalidad y validez científica.

En el fascinante y complejo mundo de la investigación científica, un *Paradigma*, tal como lo definió Kuhn, citado por Cook y Reichardt (2000), “es un conjunto de suposiciones interrelacionadas respecto al mundo social que proporciona un marco filosófico para el estudio organizado de este mundo”. Igualmente, otros teóricos definen al *paradigma* como “una manera de concebir al mundo; un conjunto de creencias y premisas respecto a la naturaleza de éste” (Greene, 2007 c.p.) (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista lucio, 2010).

De acuerdo a ello existen dos grandes enfoques, según (Ortiz, 2013) el cuantitativo y el cualitativo. En el enfoque *Cuantitativo* se atribuye una visión del mundo positivista, hipotético-deductivo, particularista, objetivo, orientado a resultados evidentes y propios de la ciencia natural, es decir existe un fuerte componente de elementos y técnicas a la medición de estas.

El enfoque *cualitativo*, está más ligado a la comprensión, presenta una visión contrastante en cuanto a su forma de concebir como debe de ser el proceso metodológico, es fenomenológica, inductiva, holístico, subjetivo, orientada hacia el proceso propio de la antropología social.

De acuerdo a lo anterior el presente Informe de Tesis, está bajo el manto del *Paradigma Positivista*, tiene un *enfoque cuantitativo* debido a que “la objetividad es muy importante, el investigador observa, mide y manipula variables”. Según Hernández , Fernández & Baptista (2010) “el Positivismo solamente acepta conocimientos que proceden de la experiencia, esto es, de datos empíricos, y al establecer como fundamental el principio de verificación tiene sentido sólo si resulta verificable por medio de la experiencia y la observación”.

En este contexto, Ortiz (2013) menciona que el método se convierte en un eslabón entre teoría y práctica que debe tener como resultado la verdad. Para el presente trabajo y en concordancia con la necesaria delimitación epistemológica ya definida anteriormente (ontológica, gnoseológica y axiológica), también se empleó como método al método Inductivo – Deductivo, porque se recolectaron datos sobre el nivel de conocimiento del aprendizaje de los números racionales y posteriormente se estableció regularidades o patrones para luego generalizar sobre el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes de segundo grado de secundaria en base a la aplicación del método de Polya.

La fundamentación teórico-científica se da en las teorías y conceptualizaciones del Aprendizaje: la Teoría del Aprendizaje por descubrimiento de Jerome Bruner, el mismo método de George Polya evaluado e implementado por el MINEDU en el conocido Programa de las Rutas de Aprendizaje (herramientas para el trabajo pedagógico en Matemática, Comunicación, Ciudadanía, PFRH e HGE; buscando fortalecer las capacidades y competencias en los estudiantes de la EBR), la Teoría de las Representaciones Semióticas de Raymond Duval.

3. Marco teórico- científico de la Investigación

3.1. Teorías científicas sobre la Resolución de problemas

3.1.1. Teoría del Registro de Representación Semiótica de Duval

Raymond Duval (1937) es filósofo, psicólogo y profesor emérito de la Universidad Litoral en Durkeque, Francia; es responsable del desarrollo de la *Teoría de registros de representación semiótica*. Duval investigó sobre el aprendizaje de la Matemática y el papel de los registros de representación semiótica para la aprehensión de los conocimientos matemáticos; basó su trabajo en las investigaciones de Charles Sanders Peirce y Ferdinand de Saussure.

Duval (2004) establece que: Las representaciones semióticas, es decir aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje formal, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica...), no parecen ser más que el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros. (p.14). En ese sentido Duval afirma que las representaciones semióticas, estarían subordinadas a las representaciones mentales y por ende cumplirían sobretodo la función de comunicación. En la teoría del autor se expresa que un registro es un sistema semiótico productor de representaciones que permite:

- a) Presentar separando algunos aspectos típicos del objeto presentado (el contenido de la representación).
- b) Cumplir varias funciones cognitivas: comunicación, objetivación (para sí) y sobre todo tratamiento.
- c) Hacer transformaciones internas de contenidos (los tratamientos) que son posibles con las representaciones semióticas.

d) La producción de representaciones semióticas se realiza intencionalmente respetando reglas, mientras que la producción no semiótica es automática.

Duval (2004) enfatiza la importancia de la teoría de registros de representación semiótica en Matemática. Establece que es posible representar un concepto matemático en diversos registros de representación semiótica. De acuerdo con el autor, los objetos matemáticos no son accesibles a la percepción; para ello es indispensable representarlos y desarrollar así el pensamiento matemático. Los objetos matemáticos son abstractos y la manera de entenderlos es mediante representaciones semióticas como gráficos, letras, números, etc. Por ello Duval (2004) señala:

“En primer lugar, en Matemáticas, las representaciones semióticas no solo son indispensables para fines de comunicación, sino que también son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma” (p.15). Esta teoría manifiesta que la diversidad de sistemas semióticos permite varias representaciones de un mismo objeto, esto hace posible que se desarrollen las capacidades cognitivas de las personas y por ende las representaciones mentales.

También afirma que los estudiantes al aprender Matemática están aprendiendo a discriminar y coordinar los sistemas semióticos de representación para llegar a ser capaces de transformar cualquier representación. Duval (2012) señala que existen dos principios básicos para la observación de la actividad matemática y para el análisis del funcionamiento cognitivo:

- Las transformaciones de las representaciones semióticas, las producciones de dichas representaciones semióticas son los fenómenos observables de la actividad matemática. Es allí que se aprecian las dificultades específicas y recurrentes de incompreensión que bloquean a la mayoría de estudiantes.
- Los registros permiten distinguir y separar en cualquier actividad matemática, dos tipos de transformaciones diferentes: las conversiones y tratamientos.

Paralelamente Duval (2004) afirma que ambas transformaciones se caracterizan por lo siguiente:

- Los tratamientos son transformaciones de representación dentro de un mismo registro: por ejemplo, efectuar un cálculo estrictamente en un mismo sistema de escritura o de representación de números; resolver una ecuación o un sistema de ecuaciones; completar una figura según los criterios de conexidad y de simetría.
- Las conversiones son transformaciones de representaciones que consisten en cambiar de registros conservando los mismos objetos, por ejemplo: pasar de escritura algebraica de una ecuación a su representación gráfica.

Además, este investigador (2012) menciona que la conversión puede parecer simple. Es por ello que la asimilamos a una codificación (trazar el grafico de una función) o de una traducción (del enunciado de un problema). El grado de complejidad de las conversiones está determinado por tres factores de variación cognitiva:

- a) La congruencia o la no congruencia entre dos representaciones de un mismo objeto, es decir dos representaciones son congruentes cuando podemos hacer corresponder término por término las unidades del contenido de una representación con las unidades del contenido de otra.
- b) El sentido de la conversión cuando pasamos de un registro a otro, por ejemplo, del registro A al registro B y cuando pasamos del registro B al registro A son dos operaciones cognitivamente diferentes. Una puede ser congruente y la otra no congruente.
- c) La distancia cognitiva entre los registros de las representaciones de partida y de llegada, por ejemplo, pasar de un registro discursivo (lengua) a un registro no discursivo (figuras) esto es pasar de una organización lineal secuencial a una organización bidimensional.

3.1.1.1 Registros de representación, comprensión y aprendizaje

Existen dos mundos diferentes para la representación: el mundo real de los objetos exteriores al sujeto y el mundo mental del sujeto. Los objetos representados por los símbolos mentales pueden ser objetos no-ostensivos (conceptos, ideas, etc. personales al sujeto) y objetos ostensivos (con soporte material, intersubjetivos en el sentido de que se pueden mostrar a otra persona). En el proceso de instrucción se pretende que estos no-ostensivos personales se correspondan con unos no-ostensivos objetivos, además las representaciones Matemáticas ostensivas influye en el tipo de comprensión que genera el estudiante. La comprensión de los estudiantes está relacionada con el incremento en el número de conexiones internas y las externas.

Para describir un objeto matemático, necesitamos de un significante (Semiosis) y de un significado (noesis). El progreso en la Matemática implica el desarrollo de numerosos sistemas semióticos de representación, de tal forma que cada nuevo sistema semiótico aporta nuevos significados de representación y procesos para el pensamiento matemático. Las causas profundas de los errores, ya que siempre se cambia de sistema semiótico, es que el contenido de la representación se modifica, mientras que el objeto permanece igual. (Duval,2012).

Duval clasifica las representaciones en conscientes y no conscientes. Por conscientes, entiende aquellas en las que aparece “algo”, y por no conscientes, las que se escapan completamente a la percepción del sujeto. A continuación, clasifica las representaciones en internas y externas, entendiendo por externas aquellas que son visibles y observables públicamente, y por internas, las que no son ni visibles, ni observables. Duval considera que las representaciones externas son por naturaleza semióticas (Duval,2012)

Las representaciones semióticas son necesarias para el desarrollo de la actividad Matemática y para la comunicación, para la formación del pensamiento científico es inseparable del desarrollo de simbolismos específicos para representar los objetos y sus relaciones. El desarrollo de las representaciones mentales se efectúa como una interiorización de las representaciones semióticas de la misma manera que las imágenes mentales son una interiorización de los preceptos, las representaciones mentales nunca pueden considerarse independientemente de las representaciones semióticas y para el

aprendizaje eficaz se debe tener en cuenta la pluralidad de sistemas semióticos.

En este contexto, Duval afirma: “Todo recorrido intelectual, ya se trate de un razonamiento, de una explicación, de una descripción, de un cálculo, de la resolución de un problema, implica la mayoría de las veces que las representaciones semióticas sean convertidas para poder ser tratadas...” La conversión de un enunciado de una lengua natural a una lengua formal, así como la conversión inversa, constituyen dificultades para los alumnos en la enseñanza de las matemáticas tales que el análisis de la articulación entre lengua natural y lengua formal se impone más allá de toda exigencia teórica” (p.20). Duval (2012) indica que el primer nivel cognitivo de la comprensión para aprender Matemáticas tiene dos puntos de vista:

- Matemáticamente es decir *justificar* (procedimiento, resultado).
- Cognitivamente es decir *reconocer* un mismo objeto en contenidos de representación diferentes. Ello requiere de tres exigencias:
 - a) No confundir los objetos y sus múltiples representaciones.
 - b) Poder convertir una representación para explorar y efectuar tratamientos en otro registro.
 - c) Poder transferir en todas las situaciones.

El segundo nivel cognitivo de la comprensión: los tratamientos o transformaciones semióticas propias a cada registro, esto es el aspecto de la actividad matemática que está siempre puesta en los razonamientos, el cálculo, la utilización heurística de figuras, gráficos, etc.

En mi modesta opinión, el Dr. Duval con esta teoría es un soporte importante en mi investigación, puesto que él investigo sobre el aprendizaje de la Matemática y la aprehensión de los conocimientos matemáticos. Así, se puede representar un concepto matemático en diversos registros, fomentando el desarrollo de capacidades cognitivo-matemáticas de nuestros estudiantes, especialmente de segundo grado de secundaria.

3.1.2. Teoría del Descubrimiento de Jerome S. Bruner

Jerome Bruner, fue quien impulsó la psicología cognitiva. Su *Teoría cognitiva del descubrimiento*, desarrolla, entre otras, la idea de andamiaje. Lo fundamental de la teoría es la construcción del conocimiento mediante la inmersión del estudiante, en situaciones de aprendizaje y problemática, la finalidad de esta es que el estudiante aprenda descubriendo.

El método del descubrimiento guiado, implica dar al aprendiz las oportunidades para involucrarse de manera activa y construir su propio aprendizaje a través de la acción directa. Su finalidad es impulsar su desarrollo de las habilidades que posibilitan el aprender a aprender y con el cual busca que los estudiantes construyan por si mismos el aprendizaje.

El aprendizaje viene a ser un procesamiento activo de la información que cada persona organiza y construye desde su propio punto de vista. Lo más importante del método, es hacer que los estudiantes se percaten de la estructura del contenido que se va aprender y de las relaciones con sus elementos, facilitando con ello la retención del conocimiento.

3.1.2.1 Los rasgos esenciales de la Teoría:

-Propuesta de un diseño del currículum en espiral: Un plan de estudios ideal es aquel que ofrece materiales y contenidos de enseñanza a niveles cada vez más amplios y profundos, y al mismo tiempo, que se adapten a las posibilidades del alumno definidas por su desarrollo evolutivo. Por tanto, el currículum debe ser en espiral y no lineal, volviendo constantemente a retomar y a niveles cada vez más elevados los núcleos básicos o estructuras de cada materia.

-Importancia de la Estructura: El alumno ha de descubrir por sí mismo la estructura de aquello que va a aprender. Esta estructura está constituida por las ideas fundamentales y las relaciones que se establecen entre ellas. Tales estructuras estarán constituidas por una serie de proposiciones básicas bien organizadas que permiten simplificar la información. Estructuras que deben adecuarse a la capacidad intelectual y a los conocimientos previos del alumno, mediante una secuencialización adecuada (Bruner, 1963). La mejor manera de organizar los conceptos es encontrar un sistema de codificación que permita llegar a la estructura fundamental de la materia que se estudia.

-Aprendizaje por Descubrimiento. El aprendizaje debe ser descubierto activamente por el alumno más que pasivamente asimilado. Los alumnos deben ser estimulados a descubrir por cuenta propia, a formular conjeturas y a exponer sus propios puntos de vista, se recomienda el fomento del pensamiento intuitivo.

Bruner distingue tres sistemas de procesamiento de la información, con los cuales el alumno transforma la información que le llega y construye modelos de la realidad. Estos son los modos enactivo, icónico y simbólico.

En la representación enactiva (enactive representation) el sujeto representa los acontecimientos, los hechos y las experiencias por medio de la acción. Así, por ejemplo, aunque no pueda describir directamente un vehículo como la bicicleta, o, aunque no tenga una imagen nítida de ella, puede andar sobre ella sin tropezar. Este tipo de representación está pues muy relacionado con las sensaciones cenestésicas y propioceptivas que tiene el sujeto al realizar las acciones. Es un tipo de representación muy manipulativo.

La representación icónica (iconic representation) es más evolucionada. Echa mano de la imaginación. Se vale de imágenes y esquemas espaciales más o menos complejos para representar el entorno. Según Bruner, es necesario haber adquirido un nivel determinado de destreza y práctica motrices, para que se desarrolle la imagen correspondiente. A partir de ese momento, será la imagen la que representará la serie de acciones de la conducta.

La representación simbólica (symbolic representation), va más allá de la acción y de la imaginación; se vale de los símbolos para representar el mundo. Esos símbolos son a menudo abstracciones, que no tienen por qué copiar la realidad. Por medio de esos símbolos, los hombres pueden hipotetizar sobre objetos nunca vistos. Al tratar de examinar la influencia que tienen estos tipos de representación en la educación, Bruner constató que incluso las personas que han accedido a la etapa de la representación simbólica, se valen todavía a menudo de la representación enactiva e icónica, cuando van a aprender algo nuevo. En consecuencia, Bruner aconseja a los educadores que utilicen en las escuelas la representación por la acción y la representación icónica, cuando vayan a enseñar algo nuevo.

Entre las **ventajas del aprendizaje por descubrimiento** se encuentran: La utilización del descubrimiento y de la intuición es propuesta por Bruner en razón de una serie de ventajas didácticas como son: un mayor potencial intelectual, motivación intrínseca, procesamiento de memoria y aprendizaje de la heurística del descubrimiento (Bruner, 1961).

- Enseña al alumno la manera de aprender los procedimientos.
- Produce en el alumno automotivación y fortalece su auto concepto.
- Desarrolla su capacidad crítica al permitírsele hacer nuevas conjeturas.
- El alumno es responsable de su propio proceso de aprendizaje.

Pero se señalan ciertas **desventajas**:

- Difícil de utilizar con grandes grupos o con alumnos con dificultades.
- Se necesita gran uso de material para desarrollar las actividades.
- Puede provocar situaciones de bloque en alumnos que no son capaces de encontrar soluciones nuevas.
- Requiere de mucho tiempo por parte del profesor.

Según Bruner, el concepto de “**andamiaje**” hace referencia a una forma de descubrimiento guiado mediante el cual, el docente o facilitador va llevando de manera espontánea y natural, el proceso de construcción del conocimiento. Para Bruner, el conocimiento es susceptible de ser depurado, perfeccionado, y por ello es que pretende potenciar aprendizajes activos, fomenta el compañerismo y el trabajo en equipo.

Lo que hace el docente en el aula es brindar un andamiaje, es decir, una estructura, sobre la cual el alumno puede apoyarse para lograr su propia construcción del conocimiento.

En uno de sus últimos trabajos, “*La educación, puerta de la cultura*”, plantea Bruner como tesis que la cultura da forma (formatea) a la mente humana, al acercarle la caja de herramientas con la cual el sujeto construye su conceptualización del mundo y de sí mismo; por lo que manifiesta que cualquier conocimiento, por más complicado que parezca, puede ser presentado de un modo adecuado a cualquier alumno. Siempre hay una adaptación adecuada y posible, es así que su idea resalta la profundidad de los conocimientos, en lugar de la amplitud de los mismos, (Barriga, 1997, p. 81).

Esta teoría es importante en el presente trabajo de investigación, puesto que Bruner con su reconocida Teoría del Descubrimiento, establece que el conocimiento se construye en situaciones de aprendizaje y situaciones *problemáticas*, contextualizando al método de Polya y puntualmente coligamos que nuestros estudiantes de secundaria tienen que “aprender descubriendo”.

3.2. El método Polya y el aprendizaje de los números racionales.

3.2.1. Método de George Polya

El destacado matemático húngaro George Polya, es autor de un notable libro titulado *How to solve it* (Cómo resolverlo), en el cual trata, en forma original y muy interesante, el problema de la enseñanza heurística de la Matemática. Puntualmente, su conocido y aceptado método (incluso por el estado peruano en las Rutas de Aprendizaje) consiste en un conjunto de cuatro pasos y preguntas que orientan la búsqueda y la exploración de las alternativas de solución que puede tener un problema. Es decir, el plan muestra cómo atacar un problema de manera eficaz y cómo ir aprendiendo con la experiencia.

La finalidad del método es que la persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento, de forma sistemática, eliminando obstáculos y llegando a establecer hábitos mentales eficaces; lo que Polya denominó pensamiento productivo.

Pero seguir estos pasos no garantizará que se llegue a la respuesta correcta del problema, puesto que la resolución de problemas es un proceso complejo y rico que no se limita a seguir instrucciones paso a paso que llevarán a una solución como si fuera un algoritmo. Sin embargo, el usarlos orientará el proceso de solución del problema.

La aplicación de este método permite la comprensión de situaciones matemáticas, en cuatro pasos fundamentales, los mismos que conducen a la solución de dichos problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso. (Polya, 1989, p.102).

El libro de Polya está presentado en forma muy original; comprende únicamente tres capítulos. En primer capítulo consta de 31 páginas que titula “En la clase”; el segundo capítulo, que solamente tiene cuatro páginas, está escrito en forma de diálogo y se refiere al mismo asunto. La tercera parte, que ocupa la mayor parte del libro 168 páginas, se titula “breve diccionario de heurística”; en él se da el significado de una serie de palabras. Más que definir las palabras se trata de precisar las relaciones que tienen estas palabras con el método heurístico.

En el primer capítulo analiza y ejemplifica en forma muy clara y amena un plan para realizar la enseñanza heurística. El plan es el siguiente:

- 1°) Usted debe entender el problema.
- 2°) Imagine usted un plan.
- 3°) Realice su plan.
- 4°) Examine la solución obtenida.

1er. Paso. “Entender el problema.”

En este paso se procura que el alumno comprenda el problema analizando detalladamente el enunciado hasta fijar con precisión la incógnita, los datos y las condiciones, estudiando la compatibilidad suficiente y unicidad de ellos. Para realizar esto, Polya plantea las siguientes preguntas y recomendaciones que han de facilitar al discípulo su labor: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es posible satisfacer la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿O es insuficiente? ¿O es redundante? ¿O es contradictoria?

“Dibuje una figura. Introduzca una conveniente notación. Divida la condición en sus partes. ¿Puede escribirlas?”

Son de gran interés las normas indicadas para este primer paso del estudio de una cuestión matemática: ante todo hay que entender el problema, entender el enunciado, precisar las hipótesis y luego someterlas a un análisis que asegure la posibilidad del problema (compatibilidad de la hipótesis); además es necesario asegurarse de la suficiencia de la hipótesis; ambas condiciones constituyen las exigencias lógicas para que el problema sea posible. Si de este análisis resultara que las condiciones son insuficientes o redundantes o contradictorias, debe abandonarse el problema que es lógicamente imperfecto.

Para realizar el análisis, Polya recomienda que se precisen las condiciones de la hipótesis tratando de expresarlas en fórmulas, dividiéndolas en partes cuando ello sea posible, construyendo figuras de análisis en los problemas geométricos e introduciendo en todos los casos una notación conveniente.

2° Paso: “*Configurar un plan*”

Es la primera parte del verdadero proceso heurístico; el objetivo de este paso es que el discípulo establezca un plan que conduzca a la solución.

Ya que tenemos en este punto convertido al alumno en un pequeño investigador, para lo cual debe estar su capacidad de esfuerzo original trabajando al máximo. Necesitará apelar a la intuición e imaginación, poniendo a prueba su sagacidad y habilidad en la búsqueda de este chispazo mental que algunos psicológicos llaman “iluminación” y que Polya denomina “bryght idea” (idea brillante), que consiste en dar con la idea que ha de constituir la clave orientadora de su futura acción en procura de la solución.

Polya formula al estudiante que va a realizar este paso las preguntas y recomendaciones que luego detallaremos, en las cuales se procura fijar normas que faciliten el uso de los métodos de analogía, de especialización, generalización, descomposición, recomposición e introducción de elementos auxiliares: “¿Ha visto usted esto antes? ¿O ha visto usted el mismo problema en forma ligeramente diferente? ¿Conoce usted un problema relacionado con el dado? ¿Conoce usted un teorema que pueda ser útil? Mire la incógnita y trate de pensar en un problema ya conocido que tenga la misma o similar incógnita. ¿He aquí un problema relacionado al vuestro y resuelto antes? ¿Puede usted utilizarlo? ¿Puede usted utilizar sus resultados? ¿Puede usted utilizar sus métodos? ¿Podría usted introducir elementos auxiliares con objeto de hacer posible su uso?” ¿Puede usted variar el problema? ¿Puede usted variarlo todavía de manera diferente? Vuelva a las definiciones.

Si usted no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primeramente algún problema relacionado con él. ¿Puede usted imaginar algún problema más accesible relacionado con el dado? ¿O un problema más general? ¿U otro más especial? ¿O un problema análogo? ¿Puede usted resolver una parte del problema? Tome solamente una parte de la condición dejando las demás partes. ¿Cómo se aparta la solución así encontrada? ¿Cómo puede variar? ¿Puede usted deducir algo útil de los datos? ¿Puede usted formar con otros datos apropiados para determinar la incógnita o ambos si fuera necesario, de tal manera que la nueva incógnita y los nuevos datos sean próximos a los dados? “¿Usa usted todos los datos? ¿Usa la condición íntegra? ¿Ha tomado en cuenta todas las nociones esenciales contenidas en el problema?”

Es el paso más difícil; es aquí donde debe manifestarse el pequeño investigador en la labor original; hay que encontrar el camino que ha de llevarlo a la solución: ¿Cómo llegar a la “Wright idea”? Polya piensa en que en el joven se encontrará seguramente desorientado en el primer intento, por lo cual le sugiere procedimientos que han de facilitar la búsqueda.

Primeramente, debe recurrir a la analogía, revisar sus conocimientos tratando de encontrar un problema semejante cuyos resultados pueda utilizar como punto de apoyo para encontrar un plan que le sirva en el presente, o que el procedimiento empleado en aquél sirva para encarar el que tenemos entre manos. Si esto no diera resultado, tal vez variando algo nuestro problema lleguemos a obtener el plan y de éste será más fácil pasar al problema original; para ello se puede plantear un problema más accesible que esté relacionado con el dado, variando los datos o la incógnita, o que solamente encare una parte del

problema. Si se consiguiera el plan para solucionar un tal problema, habría que buscar luego la manera de pasar al problema original.

3er. Paso: “Ejecutar el plan”

Ya en posesión del plan, es necesario realizarlo, efectuar las demostraciones y operaciones indispensables, ya sean ellas geométricas, algebraicas o aritméticas. Si fuera problema demostrativo es preciso encontrar la cadena de rozamientos que tiene como primer eslabón la hipótesis y como último la tesis. Si fuera “Problema de encontrar” se realiza esto, pero efectuando las operaciones necesarias para encontrar la incógnita.

Polya, proporciona al discípulo las siguientes *recomendaciones*: “Realice su plan controlando cada paso. ¿Puede usted probar que él es correcto?”

Ya el discípulo está en posesión de la clave para resolver el problema y se ha confeccionado un plan. Es necesario ahora llevar a cabo el desarrollo de ese plan; para ello es menester efectuar las demostraciones correspondientes, es decir, probar la corrección de cada uno de los pasos del plan partiendo de la hipótesis hasta llegar a la tesis.

4° Paso: “Mirar hacia atrás”

En esta parte el alumno efectuará revisión crítica del trabajo realizado. Es necesario que adquiera la convicción de que la solución es correcta efectuando esa labor autocrítica cuyo interés ya hemos señalado.

Deberá también el discípulo tratar de generalizar el problema y encontrar aplicaciones.

Polya anota para este paso las siguientes recomendaciones y preguntas:
“¿Puede usted constatar el resultado? ¿Puede usted constatar el razonamiento?
¿Puede usted derivar resultados diferentes? ¿Puede ver esto a primera vista?
¿Puede usted usar el resultado o el método para otros problemas?”

El capítulo II está escrito en forma de diálogo, en el que se formulan y se responden una serie de preguntas de gran interés referentes al plan enunciado en el capítulo I.

En el capítulo III, titulado “Breve diccionario de Heurística”, se tratan con más detalles los conceptos más importantes y cada uno de los pasos que constituyen el plan. Los conceptos o expresiones están tratados desde el punto de vista de la tesis del autor, es decir, en lo que estas nociones tienen de común con el método heurístico.

El papel del docente de Matemática

Un aspecto muy relevante en todo este proceso es la función que tiene el docente.

Según Pólya, el papel del maestro es “ayudar al alumno”, pero esto debe ser entendido con mucho cuidado. Es difícil llevarlo a la práctica, porque en realidad esa ayuda, como dice él, no tiene que ser ni mucha ni poca; sin embargo, a veces, es un poco subjetivo determinar si el profesor está ayudando mucho o está ayudando poco. La ayuda que de un profesor debe ser la suficiente y la necesaria.

Por ejemplo, no se puede plantear un problema muy difícil y abandonar al estudiante a su propia suerte, pero, tampoco, plantear un problema y que el mismo docente lo resuelva. Si se hace lo último no se enseña nada significativo al estudiante; en otras palabras: es importante que el alumno asuma una parte adecuada del trabajo.

Hacer preguntas que se le hubieran podido ocurrir al alumno es, también, crucial en el proceso. Es por eso que Pólya plantea constantemente que el profesor debe ponerse en los zapatos del estudiante. Evidentemente, cuando el maestro propone un problema y sabe cómo se resuelve, presenta la solución de forma que todo parece muy natural. Sin embargo, el mismo estudiante cuestiona si realmente se le puede ocurrir a él esa solución. Allí surge una serie de circunstancias que apuntan al profesor como la única persona capaz de encontrar el mecanismo de solución para el problema:

- Preguntar y señalar el camino de distintas formas.
- Usar las preguntas para ayudar a que el alumno resuelva el problema y desarrollar en él la habilidad de resolver problemas.

Según Polya, para resolver un problema lo que se tiene que tener fundamentalmente al inicio es interés de resolver el problema. La actitud que puede matar un problema es precisamente el desinterés; por ello se debe buscar la manera de interesar al alumno a resolver problemas. Entonces, es relevante el tiempo que se dedique a exponer el problema: el profesor debe atraer a los estudiantes hacia el problema y motivar la curiosidad de los muchachos.

En ocasiones, el docente no encontrará progreso en el estudiante y, es probable se deba a que éste no tiene deseos de resolver el problema.

Un método que suele resultar útil es el de la imitación: el profesor debe ser un modelo para la Resolución de Problemas. Entonces, él mismo debe hacer las preguntas cuando resuelve un problema en la clase. Ahora bien, es importante preparar con cuidado los ejemplos, no se debe proponer ahí problemas que parezcan imposibles, sino que realmente sean adecuados y que se encuentren al nivel del estudiante.

La presentación de los problemas tiene, entonces, mucho peso en el proceso. No consiste en dar una lista interminable de ejercicios para que resuelvan y punto, de lo contrario: se trata de sembrar la curiosidad y el interés por el problema. (Alfaro, 2006, pp. 3,4).

3.3. Los Números Racionales

3.3.1. ¿Quiénes usaron por primera vez las Fracciones?

i) Los Egipcios

Es muy significativo que los textos matemáticos más antiguos que existen sean dos papiros egipcios, uno llamado papiro Moscú y, el otro llamado papiro Rhind. El papiro Moscú es considerado, junto con el papiro Rhind, los documentos más importantes del Egipto Antiguo. El papiro Moscú fue escrito en escritura hierática en torno al 1 890 a. C. (XII dinastía), por un escriba desconocido, que no era tan meticuloso como Ahmés, el escriba del papiro Rhind. Se desconoce el objetivo con el que fue escrito. Hay dos problemas sobresalientes, uno del volumen de una pirámide truncada y otro del área de una especie de “cesto”.

El papiro Moscú, maneja métodos de resolución, que son prácticamente los mismos que se usan en el papiro Rhind. El problema 14 indica que los egipcios conocieron la fórmula matemática correcta para calcular el volumen del tronco de una pirámide de base cuadrada $V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)$, con V el volumen, a y b las longitudes de los lados del cuadrado y h la altura. En palabras de Eric Temple, “*un matemático desconocido dio un ejemplo numérico de la fórmula correcta para hallar el volumen de un tronco de pirámide*”, y este autor ubica este suceso hacia el 1850 a. C.

El papiro Rhind, muestra unos 85 problemas, donde se manejan fraccionarios, soluciones a ecuaciones simples y progresiones, áreas (triángulos, trapezoides, círculos y rectángulos) y volúmenes (cilindros y prismas). La primera parte del papiro Rhind, tiene una tabla de dividir por 2, para los números impares, es de recordar que los egipcios solo operaban con fracciones de la unidad, las demás fracciones debían ser reducidas a suma de fracciones con numerador 1. El problema 48 del papiro Rhind, en particular, también tiene que ver con un fraccionario, y se refiere al cálculo de un área que da una aproximación del número $\pi = \left(\frac{16}{9}\right)^2$ (Ruiz, C., 2013, pp. 20-22)

ii) Los Babilonios

En el reinado de Sargón, alrededor del 2750 a. C., se encuentran registros de eclipses, por lo cual se supone que el sistema de numeración debía ser avanzado en aquella época. Para Sargón fue compilado el primer Tratado de Astrología, del cual se poseen algunos fragmentos originales. En tabletas del 2400 a. C. se tiene algunas de la Tercera Dinastía de Ur que registran el uso de giros o cheques, la medida de tierras en *shars* el pesaje mediante talentos (*gur*),

la medida de líquidos por *ka*, la toma de intereses, el manejo de las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, y la medida de líquidos y sólidos mediante *qa*. El periodo del que se está hablando no solo se refiere a Sargón sino también a Hammurabi (2 100 a. C.), en este último reinado se escribió el primer Tratado de Leyes conocido hasta el momento y se hizo una reforma al Calendario. (Ruiz, C., 2013, p. 28)

iii) Los Chinos

La división es también una operación importante en “*Los Nueve Capítulos*”. Las fracciones son definidas como una parte del resultado de una división, el residuo de un dividendo, que es tomado como numerador, y el denominador. Por ejemplo, dividir 15 entre 5, da 3 como cociente y 2 es el residuo.

El *Chou pei suan ching* o “Aritmética Clásica del gnomon y los Caminos circulares al Cielo tiene parte dedicada a las fracciones y aunque no hay duda que los cálculos con fracciones se hicieron en varillas de contar no hay explicaciones en el libro sobre la forma en que se hicieron. Todas estas manipulaciones con fracciones eran absolutamente necesarias para el cómputo del Calendario y de la Astronomía. En el cómputo del Calendario tomaban que el año tiene una duración de $365 \frac{1}{4}$ (usaban números mixtos). Según sus cálculos debían agregar 7 meses lunares adicionales al cabo de 19 años, por lo que cada año debía tener en promedio $12 \frac{7}{19}$ mese lunares y, por ello el número de días en cada mes lunar sería:

$$365 \frac{1}{4} : 12 \frac{7}{19} = 29 \frac{499}{940}.$$

En el libro se calcula el ángulo recorrido por la luna en una año bisiesto (un año de 13 meses solares) y el de un año promedio de $12\frac{7}{19}$ meses lunares.

Los *Nueve capítulos en procedimientos matemáticos* tienen temas similares a los de “Medición del terreno” muestra la simplificación de fracciones, búsqueda de denominadores comunes, comparación de dos fracciones con distinto denominador y la suma, la resta, la multiplicación y la división de fracciones. En la simplificación de fracciones, se utiliza el método de la sustracción sucesiva para encontrar el máximo común denominador. Si se considera una fracción reducible de la forma $\frac{m}{n}$, la regla es la siguiente:

Si los dos números (m y n), pueden dividirse por la mitad, entonces divídanse. Si no colóquese el denominador debajo y réstese del número mayor el número menor. Continúese este proceso hasta que se obtenga el divisor común “teng”.

Simplifíquese la fracción original dividiendo ambos números por el “teng”. Para la adición y la sustracción de fracciones es preciso que tengan el mismo denominador. En el capítulo “Medición del terreno” se usa como denominador común el producto de todos los denominadores, sin embargo, en ¿Qué anchura? Se utiliza el mínimo común múltiplo. Para multiplicar fracciones se utilizaba el mismo método que el actual: numerador por numerador y denominador por denominador. En la división se busca un denominador común para el dividendo y el divisor, y luego el cociente se obtiene tomando el numerador del divisor como denominador y el numerador del dividendo como numerador: $\frac{b}{a} : \frac{d}{c} = \frac{bc}{ac} : \frac{ad}{ac} = \frac{bc}{ad}$ (Ruiz, C., 2013, pp. 46-48).

3.3.2. Los Números Racionales

Referente a los números racionales y según el Manual para docentes (s.f), tenemos:

i) Aclarando algunos conceptos

¿Por qué algunos números son llamados “números racionales”? La respuesta es sencilla y podemos hallarla haciendo uso de la historia y de la lingüística. Hace muchos siglos, en tiempo de los romanos a los soldados del ejército imperial se les repartía diariamente sus alimentos. A cada uno se le entregaba una porción. Esa era su “ración”, era su ratio, para decirlo en latín. La palabra “ración”, como se ve, se refería a la parte de un todo. Y como hay números que se refieren a eso, a las partes de un todo, esos números reciben el nombre de “números racionales”. En la frase “A cada uno le toca $\frac{1}{4}$ de la ganancia”, por ejemplo, se habla de fracciones y se hace uso de un número racional.

El conjunto de números racionales es denotado por Q . La razón también es simple. Q es la inicial de la palabra inglesa *quotient*, o sea “cociente”. Y cociente es la forma como representamos la relación entre dos números enteros, uno de los cuales es el numerador y el otro es del denominador.

En este contexto, tenemos la siguiente situación problemática:

El abuelito de Luis contaba la siguiente historia:

Un hombre murió y dejó una herencia de 83 vicuñas para que se repartan entre sus tres hijos. Su testamento decía: La mitad de las vicuñas es para Gerardo, el menor de sus hijos; un tercio para Raúl, el intermedio, y un sétimo para Eduardo que es el mayor.

Los hermanos no sabían cómo repartir las vicuñas porque a Gerardo le tendrían que dar la mitad de 83; a Raúl, un tercio de 83 y para Eduardo, un sétimo de 83, lo que era imposible. ¿Por qué?

En esos días llegó al lugar un forastero, que decidió ayudar a los hermanos y les dijo: “Yo les entrego la única vicuña que tengo para que puedan realizar la repartición”.

Entonces se pusieron muy contentos porque con 84 vicuñas el reparto fue fácil. La mitad de 84 es 42 vicuñas, para Gerardo. Un tercio de 84, es 28 vicuñas para Raúl y un sétimo de 84 es 12 vicuñas para Eduardo.

Cuando cada uno separó su parte, nadie reclamó, porque cada uno recibió más de lo que esperaba. Además, le devolvieron la vicuña al forastero y todavía sobró una que se la obsequiaron como agradecimiento.

Gerardo debía recibir la mitad de 83, es decir 41.5 vicuñas y recibió 42.

¿Cuánto debía recibir Raúl y cuánto recibió? y ¿cuánto recibió Eduardo?

¿Cómo se explica que el forastero puso una vicuña y se lleva dos?

¿Crees tú que se trata de una repartición justa?, etc. (Manual para docentes, s.f, pp.72-73).

ii) ¿En qué usamos fracciones y decimales?

Si nos ponemos a observar; la mayoría de los datos cuantificables corresponde a números decimales y no a números enteros.

Por ejemplo, los precios de los combustibles, la denominación de las monedas menores que el sol, la longitud y el ancho de los objetos como tu lápiz o tu borrador, el precio del pasaje escolar, tu peso en kilogramos, tu talla en metros, la medida del largo y del ancho de tu aula, el precio de la gasolina que más te gusta, etc. (Catalina, et. al. 2000, p.124).

iii) Algunas propiedades de los Números Racionales

- Es un conjunto infinito
- Es un conjunto muy denso, entre dos números racionales siempre existe otro número racional.
- Todo número racional tiene una expresión decimal equivalente
- A cada número racional le corresponde un punto en la recta numérica, pero a todo punto no le corresponde un número racional.
- Es un conjunto ordenado, entre dos números racionales diferentes, siempre es uno mayor que el otro.

(Catalina, et. al. 2000, p.14)

3.4. Aprendizaje de los Números Racionales

Donovan y otros (2000), basado en trabajos de investigación en antropología, psicología social y cognitiva, afirman que los estudiantes alcanzan un aprendizaje con

alto nivel de significatividad cuando se vinculan con sus prácticas culturales y sociales.

En este marco se asume un enfoque centrado en la resolución de problemas con la intención de promover formas de enseñanza y aprendizaje a partir del planteamiento de problemas en diversos contextos. Como lo expresa Gaulin (2001), este enfoque adquiere importancia debido a que promueve el desarrollo de aprendizajes “a través de”, “sobre” y “para” la resolución de problemas. (Rutas de aprendizaje-MINEDU, 2015, p. 13).

Nuestro sistema educativo peruano, considera como **Enfoque del Área de Matemática a la Resolución de Problemas**, lo que orienta las actividades matemáticas en las Instituciones Educativas; permitiendo al estudiante ubicarse en distintos contextos para crear, investigar y resolver problemas. A la vez que, mediante el **enfoque centrado en la Resolución de Problemas** el estudiante desarrolla diversas competencias, entre ellas la competencia: **Resuelve Problemas de Cantidad**. Competencia que implica la combinación de las capacidades:

- Traduce cantidades a expresiones numéricas.
- Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.
- Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.
- Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

Se entiende por competencia, retos y desafíos que demanda la sociedad, por lo que los estudiantes deben estar preparados para superarlos en la actualidad como en el futuro. En este contexto, las actividades de aprendizaje deben orientarse a que los estudiantes sepan actuar eficientemente cumpliendo su rol de ciudadanos, lo cual involucra el desarrollo pleno de competencias, capacidades y conocimientos,

facilitando así la comprensión, construcción y aplicación de una **matemática para la vida y el trabajo**.

La competencia Resuelve Problemas de cantidad implica desarrollar modelos de solución numérica, comprendiendo el sentido numérico y de magnitud, la construcción del significado de las operaciones, así como la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación al resolver un problema.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas las que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante. Esta competencia involucra la comprensión del significado de los números y sus diferentes representaciones, propiedades y relaciones, así como el significado de las operaciones y cómo estas se relacionan al utilizarlas en contextos diversos. (Rutas de aprendizaje-MINEDU, 2015, pp. 19-20).

Según Gómez Mulett, Pérez Schamalbach, (2016) La representación de los números racionales en forma de fracción es la más usual en los libros de texto, de allí que la mayoría de los problemas en la enseñanza y aprendizaje de los racionales surgen en este aspecto, siendo el problema tan antiguo como dichos números.

Según Perera y Valdemoros (2009), las dificultades comienzan cuando el niño se enfrenta al estudio de las fracciones, sin tener los conocimientos previos necesarios y la insuficiencia de situaciones de la vida diaria donde se presentan problemas relacionados con los números racionales. Gairín y Muñoz (2005), en un estudio realizado sobre libros de textos para la enseñanza de los racionales en el nivel de educación secundario en España, afirman que el concepto de número racional queda opacado por el estudio de aspectos procedimentales, haciendo difícil la transferencia de este concepto a problemas de la vida diaria.

Por otra parte, Pruzzo (2012) estudia los problemas en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, comparando el aprendizaje esperado con el desempeño del estudiante en el nivel educativo secundario. Díaz (1998), Flores y Morcote (1999) y Quispe et al. (2010), coinciden en afirmar que algunos estudiantes presentan dificultades para comprender el concepto de número racional como un número formado por otros dos números.

En lo relacionado con la enseñanza de las fracciones, algunos consideran los enfoques parte-todo, operador, cociente y medida (Gairín y Muñoz 2005); sin embargo, en este trabajo se tienen en cuenta los enfoques parte todo, operador y medida porque estos son los constructos más utilizados en la presentación de las fracciones en los libros de texto analizados.

ENFOQUE PARTE-TODO

Es el significado manifestado al considerar la fracción a/b como la relación existente entre dos cantidades específicas a y b , donde b es el número de partes en las que se divide el todo o unidad presentado en forma discreta o continua, y a es el número de partes tomadas del todo, haciéndose el paso de lo concreto a la representación matemática; así, la idea inicial de fracción consiste en dividir un todo en partes iguales o congruentes; ya sea discreto cuando involucra colecciones de objetos, o continuo si el todo es un segmento, un área o un volumen (Kieren 1980).

Para Freudenthal (1983) enfocar las fracciones desde el punto de vista parte-todo es algo bastante limitado no solo fenomenológicamente sino también matemáticamente, pues este enfoque produce solo fracciones propias. Esta posición de Freudenthal es uno de los cuestionamientos a los procesos de enseñanza basados en parte-todo; sin embargo, al referirse a la relación parte-todo exhibe ejemplos

didácticos para la enseñanza de las fracciones, sugiriendo tomar en cuenta las magnitudes de área y longitud como medios para visualizar las relaciones de equivalencia; además recomienda el uso de otros materiales como la balanza y el reloj para percibir las equivalencias en los pesos y tiempos respectivamente.

Planteamos un ejemplo:

En un envase de 12 huevos hay 5 que están cascados. ¿Qué fracción de huevos del envase está cascada? ¿Qué fracción de huevos del envase no está cascada?

ENFOQUE COMO OPERADOR

Hace actuar a la fracción como transformador o función de cambio de un determinado estado inicial; así, la fracción a/b empleada como operador, es el número que modifica un valor particular n multiplicándolo por a y dividiéndolo por b . Con ésta idea, la fracción actúa a partir de un estado inicial transformándolo en un estado final, asociándose directamente a multiplicaciones y divisiones sucesivas, independiente del orden. En este sentido, se puede hablar de la fracción como expresando un orden de ejecución, que en al final de la transformación resulta ser indistinguible. Ejemplos de este uso de la fracción lo observamos en “los $3/5$ de una clase son niños”, o “el 20% de descuento”. Nótese que, en el segundo caso, el porcentaje también se asocia como operador, pues para hallar la cantidad a descontar será necesario multiplicar por 20 y dividir por 100. En general, de la fracción como operador se dice que actúa como reductor o ampliador proporcional del objeto sobre el que se aplica (Gairín y Sancho 2002), o ciertos monstruos imaginarios que achican o agrandan a las víctimas que se les acerquen (Vasco 1991).

Planteamos un ejemplo:

Si de 20 alumnos, $\frac{4}{5}$ aprobaron el examen de ciencias. ¿Cuántos alumnos no aprobaron?

ENFOQUE COMO MEDIDA

Tiene su origen en los Elementos de Euclides, luego en la práctica, al medir cantidades de magnitudes que siendo conmensurables no se corresponden con un múltiplo entero de la unidad de medida. La fracción a/b resulta de dividir la unidad en b partes iguales y tomar solamente a partes de ella; así de esta manera, al decir la mitad de un tercio, se está describiendo una cantidad o un valor de magnitud por medio de otro.

Planteamos un ejemplo

En una panadería quedaron 4 bolsas de $\frac{1}{2}$ kg de pan y 9 bolsitas de $\frac{1}{4}$ kg . El pan que sobra es envasado en bolsas de 5 kg para secar y usar en otras preparaciones. ¿Alcanza con lo que tienen o necesitan más para llenar una bolsa de 5 kg?

3.5. Competencias y Capacidades matemáticas del 2º grado de Educación Secundaria.

Según el **CNEBR** (Currículo Nacional de Educación Básica Regular 2016) o simplemente **CN** del MINEDU, se establece:

Competencia: *Resuelve problemas de cantidad*

Consiste en que el estudiante solucione problemas o plantee nuevos problemas que le demanden construir y comprender las nociones de cantidad,

número, de sistemas numéricos, sus operaciones y propiedades. Además, dotar de significado a estos conocimientos en la situación y usarlos para representar o reproducir las relaciones entre sus datos y condiciones. Implica también discernir si la solución buscada requiere darse como una estimación o cálculo exacto, y para ello selecciona estrategias, procedimientos, unidades de medida y diversos recursos. El razonamiento lógico en esta competencia es usado cuando el estudiante hace comparaciones, explica a través de analogías, induce propiedades a partir de casos particulares o ejemplos, en el proceso de resolución del problema.

Esta competencia implica, por parte de los estudiantes, la combinación de las siguientes **Capacidades**:

- **Traduce cantidades a expresiones numéricas:** es transformar las relaciones entre los datos y condiciones de un problema a una expresión numérica (modelo) que reproduzca las relaciones entre estos; esta expresión se comporta como un sistema compuesto por números, operaciones y sus propiedades. Es plantear problemas a partir de una situación o una expresión numérica dada. También implica evaluar si el resultado obtenido o la expresión numérica formulada (modelo), cumplen las condiciones iniciales del problema.

- **Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones:** es expresar la comprensión de los conceptos numéricos, las operaciones y propiedades, las unidades de medida, las relaciones que establece entre ellos; usando lenguaje numérico y diversas representaciones; así como leer sus representaciones e información con contenidos numéricos.

• **Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo:** es seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de estrategias, procedimientos como el cálculo mental y escrito, la estimación, la aproximación y medición, comparar cantidades; y emplear diversos recursos.

• **Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones:** es elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales, enteros, racionales, reales, sus operaciones y propiedades; basado en comparaciones y experiencias en las que induce propiedades a partir de casos particulares; así como explicarlas con analogías, justificarlas, validarlas o refutarlas con ejemplo y contraejemplos. (CNEBR-MINEDU, 2016, p. 133).

4. Definición de términos básicos

Aprendizaje. Procesos subjetivos de captación, incorporación, retención y utilización de la información que el individuo recibe en su intercambio continuo con el medio. Por ello el aprendizaje se refiere tanto al proceso de enseñanza como al de educación. (Pérez, 1988)

Estrategia. La estrategia es un conjunto de habilidades, destrezas y capacidades mentales, conscientes que tiene una persona para actuar o tomar decisiones sobre un determinado asunto (Garay 2011).

Método. Es el procedimiento o conjunto de procedimientos que se utilizan para obtener conocimientos científicos, es el modelo de trabajo o secuencia lógica que orienta la investigación científica. (Sabino, 1992).

Método de Polya. Es un procedimiento que conduce a la resolución de problemas, de modo significativo, en particular haciendo uso de las operaciones mentales; sin tener métodos rigurosos en su aplicación (Polya, 1989).

Problema. Es una cuestión que precisa creatividad de quien aprende, exigiéndole una incorporación de elementos de aprendizaje precedentes para lograr su solución (Sánchez et al., 2005).

Problema matemático. Un problema matemático es una situación con la que nos enfrentamos y en la que no vemos un camino aparente que conduce a su solución. (Paredes, 2008).

Números racionales. Cualquier número que pueden ser expresados en forma a/b donde a y b , pueden tomar cualquier valor de número entero excepto $b = 0$ se llama número racional. Todos los números enteros son racionales mientras puedan ser expresados en la forma $a/1$. Si extendemos nuestro conjunto de números enteros Z para incluir todos los números racionales, tenemos un conjunto de números racionales Q . (Sadler y Thorning, 1997).

Aprendizaje de los números racionales. Es el procedimiento que el estudiante de secundaria realiza, haciendo uso de su razonamiento lógico matemático para resolver cualquier problema que involucre a los números racionales, y que se presente en su vida cotidiana.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

1. Caracterización y contextualización de la Investigación

1.1. Descripción del perfil de la Institución Educativa

La I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” está ubicada en el Centro Poblado San Salvador del Distrito de Huamachuco, Provincia de Sánchez Carrión, en la Av. 10 de Julio N° 525. Es un Centro de Estudios de Gestión Estatal, ubicado en la zona urbana. Brinda servicios en el área Científico-humanista.

Cuenta con 01 Director Titular, 25 Docentes en el Nivel Primaria y 11 docentes en el Nivel Secundaria, 02 personal de Servicios, una población estudiantil de 1 225 alumnos y 680 padres de familia.

1.2. Breve reseña histórica de la Institución Educativa

Según acta del año 1909 se menciona a esta Escuela como Centro Escolar de segundo grado de mujeres N° 262 que funcionaba en Huamachuco, en la calle Balta N° 09.

Se le atribuye el 01 de marzo de 1893 como fecha de creación y apertura de las labores educativas, siendo su Preceptora Principal Ydelsa Solórzano de 30 años de edad y de 15 años de práctica en la enseñanza, sin título pedagógico.

Según Resolución Directoral de USE-Huamachuco N° 0160 de fecha 06 de abril del año 2000 se resuelve: conceder oficialmente la denominación como: ESC. N° 80128/A1-P-EPM “LEONCIO PRADO GUTIÉRREZ”. A partir de entonces se ha considerado como Día de Aniversario todos los 15 de Julio de cada año.

En el año 2016 se ha logrado la ampliación de servicios al nivel secundaria, albergando a 6 docentes y 130 estudiantes distribuidos en cuatro secciones de primer grado y en el presente año se cuenta con el segundo grado de educación secundaria.

1.3. Características demográficas y socioeconómicas.

Situación socio económicas.

a.- Oportunidades.

- Ubicación geográfica estratégica para el desarrollo económico comercial en la sierra de La Libertad.
- Requerimiento de mano de obra no calificada en obras comunales solventadas por el Estado.
- Existencia de mano de obra calificada en diversas áreas profesionales: Ingenieros, Arquitectos, Médicos, Profesores, Abogados, enfermeras, etc.
- Existencia de organizaciones que fomentan actividades económicas (sobre todo del turismo, comercio y minería)
- Potencial de recursos turísticos naturales, arqueológicos e históricos.
- Existencia de una importante población agrícola y ganadera como recurso base para el desarrollo económico.
- Presencia de yacimientos auríferos.
- Existencia de microempresarios.
- Existencia de Cajas Financieras y Banco de la Nación.
- Presencia de organizaciones políticas con propuestas de cambio para el desarrollo
- Organizaciones de apoyo social: PRONAA, DEMUNA, SIG, COPREPAS.
- La mayoría de sectores de la ciudad y algunos caseríos cuentan con servicios básicos: electricidad, agua, desagüe, TV, teléfono, INTERNET etc.

b.- Amenazas.

- Alto índice de pobreza.
- Alto índice de migración de la zona rural
- Alto porcentaje de desocupación (principalmente juvenil)
- Incremento de la delincuencia
- Recursos turísticos en deterioro.
- Vías de comunicación en mal estado
- Agricultores y ganaderos sin capacidad técnica ni empresarial
- Asistencialismo y paternalismo por parte del Estado
- Viejos paradigmas educativos de los PP.FF.

1.4. Características culturales y ambientales

Cultural

a.- Oportunidades

- Existencia de centros culturales y talleres de danzas folclóricas
- Asociación de Escritores y artistas, Asociación de artesanos.
- Centros turísticos cercanos y accesibles
- Existencia de clubes deportivos

b.- Amenazas

- Pérdida de la identidad cultural
- Poco consumo de productos alimenticios de la zona

Ecológico

a.- Oportunidades

- Presencia de flora y fauna aun por investigar su valor
- Suelos favorables para el cultivo

- Extensas áreas verdes
- Existencia de fuentes naturales de agua como agua de los pajaritos, ojo del pescado.
- b.- Amenazas
 - Tala indiscriminada de árboles
 - Fenómenos naturales latentes
 - Contaminación ambiental por la presencia de la minería y prácticas de vida no saludables.
 - Crecimiento poblacional desordenado

2. Hipótesis de Investigación

La aplicación del Método Polya, influye significativamente en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017.

2.1 Hipótesis específicas

- El nivel de aprendizaje de los números racionales, antes de la aplicación del método Polya, es deficiente en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017.
- Si se diseñan y aplican estrategias con el método Polya, entonces se elevará el nivel de aprendizaje sobre los números racionales de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, en el año 2017.
- Al comparar los niveles de aprendizaje de los números racionales en los estudiantes seleccionados del segundo grado de secundaria de la I.E. mencionada después de haber aplicado el método Polya, se detectarán los cambios en el aprendizaje de los integrantes de la muestra.

3. Variables de Investigación

Variable Independiente (X):

Aplicación del Método Polya

Variable Dependiente (Y):

Aprendizaje de los números racionales.

4. Matriz de operacionalización de variables

VARIABLES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DIMENSIONES	INDICADORES	TÉCNICA/ INSTRUMENTO
<p style="text-align: center;">V.I.</p> <p>Aplicación del Método Polya</p>	<p>El método Polya es un procedimiento o conjunto de actividades mentales a seguir en cada uno de sus cuatro pasos, que le permite al estudiante razonar y buscar el camino más corto y fácil para resolver problemas de modo significativo (Escalante, 2015)</p>	<p>Entender el problema.</p> <p>Configurar un plan.</p> <p>Ejecutar el plan</p> <p>Mirara hacia atrás</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Lee comprensivamente el enunciado - Distingue con propiedad los datos y la incógnita. - Interpreta con sus propias palabras lo que se le plantea. -Traza gráficos y/o esquemas para comprender el planteamiento. - Propone estrategias heurísticas para hallar la solución. - Plantea pasos secuenciales para llegar a la solución - Usa un modelo similar más simple. - Elige el procedimiento - Busca y utiliza materiales que facilitan la solución - Realiza el procedimiento de solución - Utiliza un tiempo razonable para encontrar la solución - Comprueba los resultados con otros procesos. - Lee nuevamente el problema y verifica tanto el requerimiento como la solución - Argumenta cada paso - Reconoce su capacidad resolutive y aprende de sus errores, indicando claramente lo hallado. - Apoya con respeto a sus compañeros. 	<p>Observación/ficha de observación.</p> <p>Evaluación educativa/Pruebas educativas (Valderrama,2010, p.194)</p>

<p style="text-align: center;">V.D. Aprendizaje de los números racionales.</p>	<p>Procedimiento que el estudiante realiza, haciendo uso de su razonamiento lógico matemático para resolver cualquier problema que se presente en su vida cotidiana.</p>	<p>Traduce cantidades a expresiones numéricas</p> <p>Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.</p> <p>Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo</p> <p>Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones</p>	<p>-Establece relaciones entre datos y acciones referidas a comparar e igualar cantidades, las transforma en expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias o decimales.</p> <p>-Expresa con lenguaje numérico su comprensión sobre las operaciones con números racionales, usa este entendimiento para interpretar las condiciones de un problema en contexto.</p> <p>-Emplea estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con números racionales, y simplifica proceso usando las propiedades de las operaciones que se adecúen a las condiciones de la situación.</p> <p>-Plantea afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con números racionales, justificando dichas afirmaciones usando ejemplos y propiedades de los números y operaciones, y comprueba la validez de las afirmaciones.</p>	<p>Observación / Ficha de Observación</p> <p>Evaluación educativa/ Pruebas educativas (Valderrama,2010, p. 194)</p>
---	--	--	---	---

5. Población y Muestra

5.1. Población

La población estadística seleccionada para esta investigación está constituida por todos los estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, matriculados en el año escolar 2017, conformando un total de 135 estudiantes.

5.2. Muestra

Asimismo, en el presente trabajo de investigación, se consideró como muestra de estudio a los estudiantes de dos secciones de la I.E. N° 80128, nombradas por A y B (conformadas por 30 y 29 estudiantes cada una). Como vemos, los elementos de la muestra no han sido elegidos aleatoriamente por corresponder a grupos predeterminados en donde el aprendizaje de los números racionales es deficiente.

Por lo anterior y con $n = 59$ estudiantes, se ha considerado una “muestra no probabilística”, “por conveniencia” o “dirigida” (Hernández, 2010), pero avalada por la Teoría del Muestreo.

6. Unidad de análisis

En este caso, la unidad de análisis está constituida por cada uno de los estudiantes seleccionados del segundo año de educación secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión.

7. Métodos de Investigación

Para cumplir con los objetivos de la investigación, paralelamente al método de la ciencia, también se aplicó el **Método Inductivo-Deductivo** que es ampliamente aplicado en todas las ramas de la ciencia, de un modo especial en las Matemáticas, y está implícito en los demás métodos. Este método relaciona una Ley general con hechos particulares; es inductivo en un sentido contrario (va de lo particular a lo general). Por tal razón, estas formas de inferencia se emplean juntas, y son simultáneamente complementarias (Casimiro, et. al, 2010, p.136).

Otro método utilizado es el **Método Analítico-Sintético**, que son procesos del conocimiento cuya utilización permite al investigador conocer la realidad, partiendo de la identificación de las partes que conforman el todo, o como resultado de ir aumentando el conocimiento de la realidad, iniciando con los elementos más simples y fáciles de conocer para ascender, gradualmente al conocimiento de lo más complejo. (Casimiro, et. al, 2010, pp. 136-137).

Asimismo, se empleó el **Método Estadístico**, el que es fundamental para el estudio y análisis de las ciencias fácticas (naturales, sociales, etc.), y se considera como una herramienta de trabajo muy útil para los investigadores, puesto que sus métodos se aplican en los distintos estadios de la investigación, desde la recolección de datos procesamiento de los mismos y análisis e interpretación de los resultados. (Casimiro, et. al, 2010, p.176).

8. Tipo de Investigación

-Según el nivel de profundidad, esta investigación es *Explicativa*, por cuanto estudia la relación de causalidad entre la variable independiente: aplicación del método de Polya y la variable dependiente: aprendizaje de números racionales en los estudiantes (Sierra, 2009, p. 69).

-Asimismo, atendiendo a su finalidad es una investigación *Aplicada* porque tiene propósitos prácticos inmediatos bien definidos, es decir, se investiga para actuar, transformar y producir cambios en el aprendizaje sobre los números racionales.

-Igualmente y siguiendo a Hernández, Fernández y Baptista (2010): según su enfoque es *Cuantitativa* porque usa la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar teorías.

9. Diseño de la Investigación

De acuerdo a Hernández, Fernández y Baptista (2010, p.149) y en concordancia con el carácter de la investigación, ella tiene el diseño *Cuasi experimental*, con dos grupos:

Grupo Control y Grupo Experimental con Pre Test y Post Test

Su Esquema es el siguiente:

	G.E.:	A	-----	X-----	A*
n	G.C.:	B	-----		B*

Acá:

G. E.: Es el grupo Experimental (1era sección A).

G. C.: Es el grupo Control (2da sección B).

A, A*: Representan el Pre y Post –Test aplicados al Grupo Experimental.

B, B*: Representan el Pre y Post- Test aplicados al Grupo Control.

X: Es el estímulo aplicado al Grupo Experimental. (Método Polya)

n = Tamaño de la muestra

10. Técnicas e instrumentos de recopilación de información

Se aplicaron las siguientes técnicas con sus correspondientes instrumentos de acopio de datos:

Técnicas:	Instrumentos:
- Bibliográfica	Fichas bibliográficas
- Observación estructurada	Fichas de observación (Torres, 1997, p.167)
- Evaluación educativa	Pruebas educativas: pre Test y post Test (Valderrama, 2010, p.194)

Previamente a la aplicación de los instrumentos, se aplicó una *Prueba Piloto* a un grupo de estudiantes seleccionados aleatoriamente y de otras secciones de segundo grado de secundaria para establecer la validación interna de los mismos, además de su validación externa por dos calificados profesionales.

11. Técnicas para el procesamiento y análisis de la información

Para el procesamiento, interpretación y análisis de la información recopilada, en primer término, se usó la Estadística Descriptiva (presentación e interpretación tabular y gráfica, estadígrafos de resumen, etc.), y sobre todo el programa SPSS versión 25, con la finalidad de obtener los llamados “patrones de regularidad”.

A continuación, se aplicó la Estadística Inferencial, primero para determinar la influencia de la aplicación del Método Polya en el Aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128

“Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión y con referencia a los calificativos, se aplicó una Prueba T-Student a un nivel de significación del 0,05 o 5%, como corresponde a las Ciencias Sociales, en este caso a Educación (Córdova, 2014, p. 34).

Luego para medir el avance de la aplicación del Método de Polya se utilizó la Prueba de Friedman; toda la analítica se realizó con un nivel de confianza del 95%; para procesar los datos se utilizó el programa estadístico IBM-SPSS versión 25.0.

El análisis de los resultados se realizó por contraste con los postulados teóricos que sustentan la presente investigación

12. Validez y confiabilidad

En cuanto a la *Validez* de los instrumentos se usó el criterio de *Juicio de expertos*, con la participación de reconocidos profesionales de la Universidad Nacional de Cajamarca materia y con amplia experiencia, quienes revisaron los ítems a fin de determinar la “Validez de contenido”, y también se tomó en cuenta instrumentos validados por trabajos anteriores.

Para determinar la *Confiabilidad* de los instrumentos, se aplicó el estadístico “Alfa de Crombach”. En esta parte, la validez fue corroborada eligiéndose dos “muestras pilotos” de 12 y 10 estudiantes por las Pruebas de Confiabilidad Estadística aplicando el conocido método “Alfa de Cronbach”, obteniendo los valores de $\alpha = 0,72$ y $\alpha = 0,84$ respectivamente; como vemos, estas cantidades son valores próximos a 1 y otorgaron a los dos mencionados instrumentos una “Alta Confiabilidad”, ya que según Córdova (2014) estos valores según la respectiva Tabla de categorías corresponde al intervalo $0,70 \leq \alpha \leq 0,89$ (Córdova, 2014, p. 117).

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para determinar la influencia de la aplicación del Método Polya en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017, con referencia a los calificativos y en términos generales primero se aplicó la Prueba paramétrica *t-Student* y luego para medir el avance del método se utilizó la Prueba no paramétrica de *Friedman*.

Toda la analítica se realizó con un nivel de confianza del 95%, para procesar los datos se utilizó el programa estadístico IBM-SPSS (Statistical Package Social Science) versión 25.0.

1. Resultados de la aplicación de la Prueba t-Student para dos muestras independientes

La Prueba t-Student para *muestras independientes*, compara las medias de dos grupos de casos. Para esta prueba, idealmente los sujetos deben asignarse aleatoriamente a dos grupos, de forma que cualquier diferencia en la respuesta sea debida al tratamiento (o falta de tratamiento) y no a otros factores.

Acá, para realizar la mencionada prueba de hipótesis, utilizaremos el *Enfoque basado en un valor de probabilidad* (Córdova, 2014, p.105), considerando cuatro pasos fundamentales:

Prueba de Hipótesis para dos muestras Independientes

-Se establecen las *Hipótesis estadísticas*:

Hipótesis estadísticas

Hipótesis nula	H ₀ :	No existe diferencia significativa entre los puntajes medios	$p \geq 0,05$
Hipótesis alterna	H _a :	Existe diferencia significativa entre los puntajes medios.	$p < 0,05$

-Se asume el *Nivel de significancia*:

Nivel de significancia

$\alpha = 0,05$

-Se calcula el *valor de probabilidad "p"* a través del Software SPSS vs 25:

Tabla 1: Prueba de muestras independientes

Medición	t	Grados de libertad	p	Diferencia de medias
Antes	1,873	57	0,066	1,063
Después	-6,651	57	0,000	-3,749

-Se formula la *Decisión y conclusión*:

En el primer caso para las evaluaciones Pre Test y como $p > \alpha=0,05$ aceptamos la hipótesis nula y consecuentemente rechazamos la hipótesis alternativa.

Para los segundos grupos independientes, como $p < 0,05$ entonces rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alterna, concluyendo que existe una diferencia significativa entre los puntajes promedio y de salida, entre los grupos Experimental y de Control en lo referente al aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco.

En otras palabras, se realizó una prueba de t-Student para grupos independientes con la finalidad de evaluar la existencia de diferencias entre los grupos de evaluación (Control y Experimental); puntualmente, al inicio (Pre Test) no se evidenció “relevantes” diferencias en los calificativos correspondientes al aprendizaje de los números racionales ($p = 0,066$, $p \geq \alpha=0,05$, la diferencia es de *16 milésimos*); posteriormente a la aplicación del método de Polya, se determinó diferencias significativas ($p = 0,000$, $p < 0,05$ que constituyen “*resultados contundentes*”) entre las calificaciones promedio del grupo Control y del grupo Experimental, siendo esta de 3,794 puntos (en valor absoluto), lo que es importante y evidencia la influencia de la aplicación del método de Polya en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria del grupo Experimental de la muestra seleccionada.

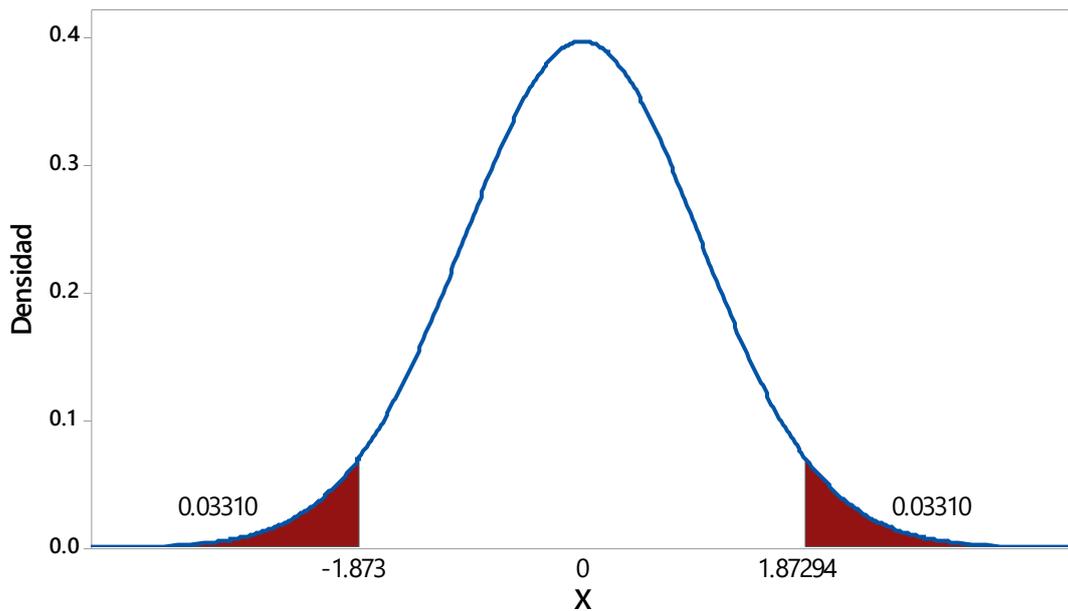


Figura 1: Distribución de los Calificativos Pre Test de los grupos Control y Experimental Estudiantes 2do secundaria I.E. N° 80128 “Leoncio Prado”- Huamachuco

Se observa en la Figura de la distribución t-Student; con valor t-calculado de 1,873 con 57 grados de libertad, a dos colas, un valor de “p” por cola de 0,033 (en suma $p=0,066$); y como el valor de probabilidad $p = 0,006$ es mayor en 16 milésimas que el nivel de significancia $\alpha=0,05$, esto nos obliga a aceptar la hipótesis nula y rechazar la hipótesis alterna, lo que determina que, al inicio de la investigación, los calificativos correspondientes al aprendizaje de los números racionales para el grupo control y experimental fueron “ligeramente” los mismos.

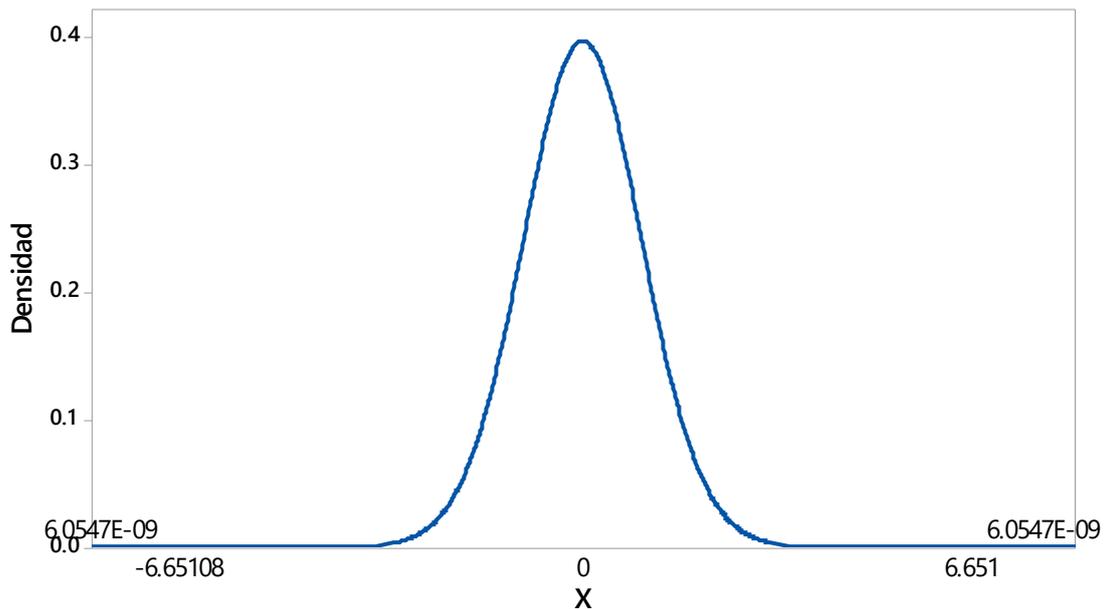


Figura 2: Distribución de los Calificativos Post Test de los grupos Control y Experimental Estudiantes 2do secundaria I.E. N° 80128 “Leoncio Prado”-Huamachuco

Observamos en la presente Figura de la distribución t-Student; referente a los Calificativos Post Test de los grupos Control y Experimental para los estudiantes del 2do de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado, un valor t-calculado de 6,651 con 57 grados de libertad, a dos colas, y un valor del p-valúe por cola de 6,05E-9 (en suma $p=1,2E-8$); por lo que se determina que después de la aplicación del método de Polya en el grupo experimental, mejoro significativamente el aprendizaje de los números racionales lo que se cuantifica con los calificativos correspondientes, aún más, los puntajes tanto del grupo control como del grupo experimental fueron diferentes siendo superiores los del grupo experimental.

2. Resultados de la aplicación de la Prueba de Hipótesis para dos muestras Emparejadas

-Se establecen las *Hipótesis estadísticas*:

Hipótesis nula	H ₀ :	Polya no influye (son iguales)	$p \geq 0,05$
Hipótesis alterna	Ha:	Polya influye significativamente	$p < 0,05$

-Se asume el *Nivel de significancia*:

Nivel de significancia

$\alpha = 0,05$

- Se calcula el *valor de probabilidad "p"* a través del Software SPSS vs 25:

Tabla 2: Prueba de muestras emparejada

Medición	Grupo	Diferencias emparejadas			Grados de libertad	p
		Media	Desviación estándar	T		
Antes-después	Control	-0,621	1,321	-2,531	28	0,017
Antes-después	Experimental	-5,433	1,736	-17,146	29	0,000

- Se formula la *Decisión y conclusión*:

Observamos que, para las evaluaciones relacionadas al Grupo Experimental (Pre Test y Post Test), como $p < 0,05$ entonces rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alterna, concluyendo que la aplicación del método de Polya influye significativamente en el grupo Experimental, en lo referente al aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión en el año 2017

Se realizó una Prueba de t-Student para grupos relacionados (medidas antes-después) con la finalidad de evaluar la influencia del método de Polya, donde el grupo experimental presentó diferencia significativa ($p < 0,05$) en los calificativos correspondientes al Aprendizaje de los números racionales con diferencia de media de 5,433 puntos (debido a la influencia del método de Polya); con referencia al grupo control también existió diferencia significativa ($p < 0,05$), siendo esta de menor impacto con 0,621 puntos.

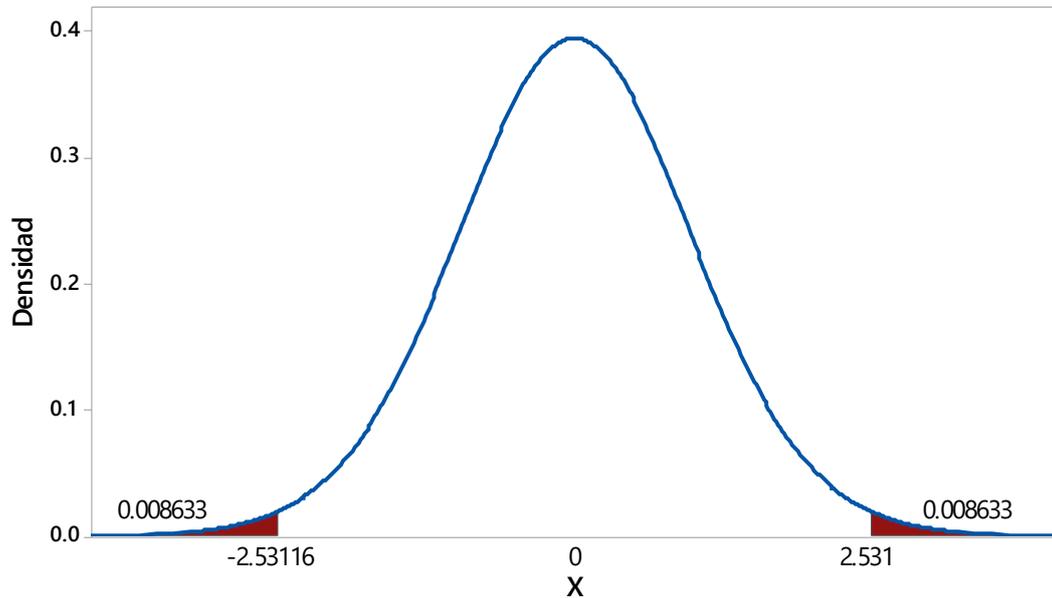


Figura 3: Distribución de los Calificativos Pre Test y Post Test del grupo de Control 2do “B” de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado”-Huamachuco, 2017

Se observa en la Figura de la distribución de t-Student; con valor t-calculado de 2,531 con 28 grados de libertad, a dos colas, un valor del p-valúe por cola de 0,0086 (en suma, $p = 0,017$); por lo que se determinó diferencia significativa en los calificaciones correspondientes al grupo de Control o sección del segundo “B” (antes-después), con referencia al aprendizaje de los números racionales.

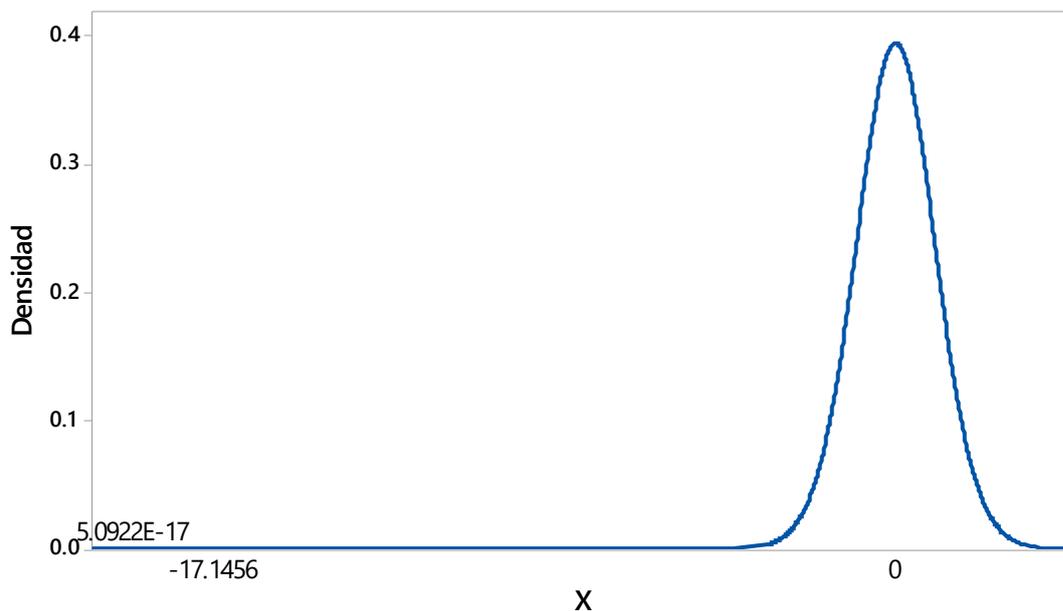


Figura 4: Distribución de los Calificativos Pre Test y Post Test del grupo Experimental 2do “A” de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado”-Huamachuco, 2017

Se observa en la distribución de t-Student; con valor *t-calculado* de 17,145 con 29 grados de libertad, a dos colas, un valor del **p-valúe** por cola de 5,096E-17 (en suma **p-valúe = 1,02E-16**); como vemos, $p\text{-valúe} < 0,05$; por lo que se determinó la existencia de una diferencia significativa en los calificativos correspondientes al grupo Experimental o sección “A” en las Pruebas educativas Pre Test y Post Test (antes-después), con referencia al aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco de la provincia de Sánchez Carrión en el año 2017.

3. Resultados de la aplicación de la Prueba de Friedman

Dentro de la Estadística Inferencial, la prueba de Friedman es una prueba creada por el investigador economista Milton Friedman.

- Es una prueba no paramétrica de comparación de tres o más muestras relacionadas, debe cumplir las siguientes características:

- Es libre de curva, no necesita una distribución específica

- Nivel ordinal de la variable dependiente.

Prueba de Hipótesis mediante Friedman

-Se establecen las *Hipótesis estadísticas*:

Hipótesis estadísticas:

Hipótesis nula	H ₀ :	No existen diferencias significativas entre las sesiones	$p \geq 0,05$
Hipótesis alterna	H _a :	Existen diferencias significativas entre las sesiones	$p < 0,05$

-Se asume el *Nivel de significancia*

Nivel de significancia

$\alpha = 0,05$

-Se calcula el *valor de probabilidad "p"* a través del Software SPSS vs 25:

Tabla 3: Prueba de Friedman

Dimensión	Sesión	Rango promedio	Chi²	p
Entender el problema	2	1,98	25,373	0,000
	4	2,32		
	6	2,78		
	8	2,92		
Configurar un plan	2	1,95	32,976	0,000
	4	2,30		
	6	2,62		
	8	3,13		
Ejecutar el plan	2	1,90	30,909	0,000
	4	2,37		
	6	2,63		
	8	3,10		
Mirar hacia atrás	2	2,00	22,780	0,000
	4	2,52		
	6	2,65		
	8	2,83		
Método de Polya	2	2,02	23,041	0,000
	4	2,45		
	6	2,63		
	8	2,90		

- Se formula la *Decisión y conclusión*:

Como $p = 0,000$ en todos las etapas o pasos de Polya y en todas las sesiones de aprendizaje realizadas al aplicar el método de Polya en el grupo Experimental y es menor al valor $\alpha = 0,05$, entonces rechazamos la Hipótesis nula y aceptamos la Hipótesis alterna o alternativa, concluyendo que existen diferencias significativas en todas las sesiones secuenciales de aprendizajes al aplicar el método de Polya en el grupo Experimental (sección “A”).

Como se evidencia en esta tabla, la prueba de Friedman determinó una diferencia significativa ($p < 0,05$) entre las sesiones de evaluación del método de Polya, para todas las dimensiones y el global, además, se observa que el rango promedio *incrementa de 1,98 a 2,92* en la dimensión “entender el problema”, *aumenta de 1,95 a 3,13* para la dimensión “configurar un planteamiento”, sube de 1.90 a 3.10 para la dimensión “ejecutar el planteamiento” y también existe un incremento de 2,00 a 2,83 para la última dimensión del método de Polya como es “mirar hacia atrás”; con referencia al total también se incrementó de 2,02 a 2,90; este aumento significativo evidencia que existe un mayor cumplimiento e influencia del método de Polya en el aprendizaje de los números racionales en la muestra considerada y según la Escala Valorativa de las respectivas Fichas de Observación de las sesiones de aprendizaje desarrolladas con la aplicación del estímulo experimental (método de Polya) definida por: pésimo (1), deficiente (2), regular (3), bueno (4) y sobresaliente (5).

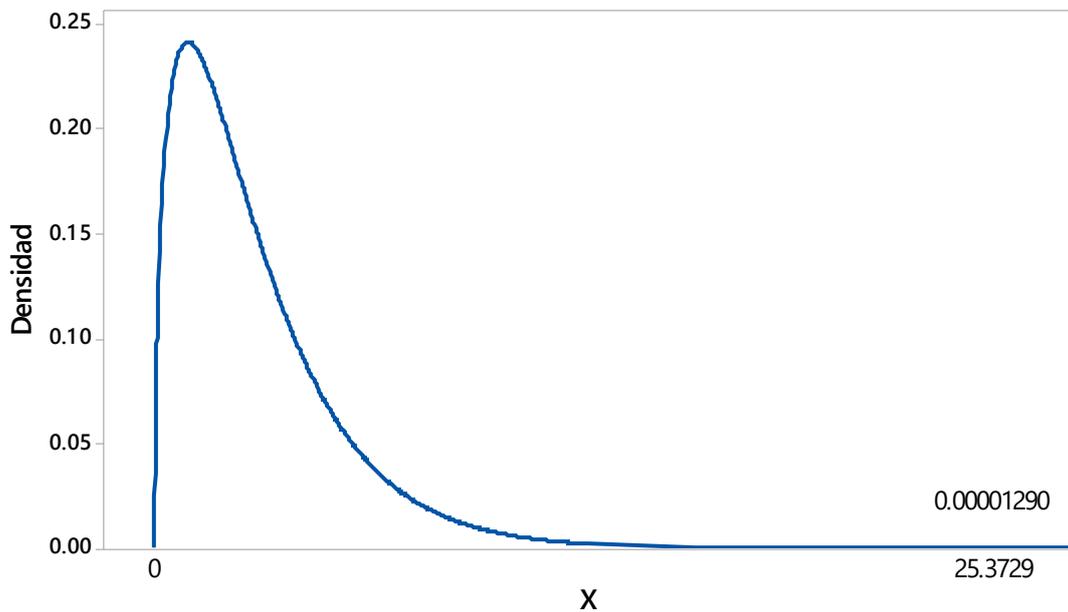


Figura 5: Distribución Chi-cuadrada, para la dimensión “Entender el problema”

Se observa en la distribución de χ^2 ; con valor χ^2 de 25,37 con 3 grados de libertad, un valor de $p = 0,000$; por lo que se determinó la existencia de una diferencia significativa entre las sesiones de evaluación del método de Polya, con referencia a la primera dimensión "*entender el problema*", desarrolladas en el grupo Experimental y respecto al aprendizaje de los números racionales en la muestra elegida de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco.

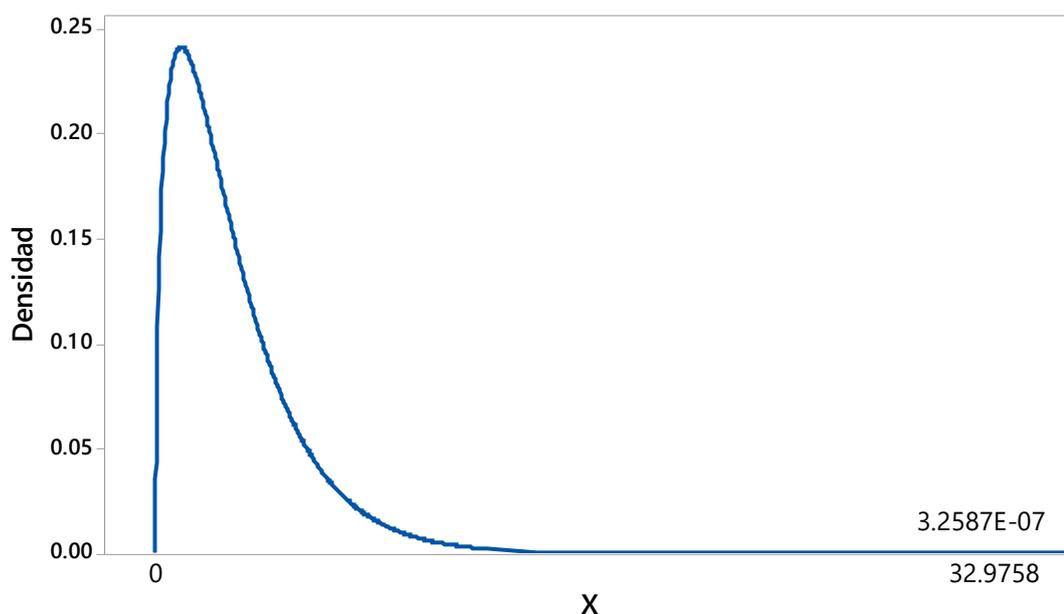


Figura 6: Distribución Chi-cuadrada, para la dimensión “Configurar un plan”

Observamos en la Figura de la distribución Chi-cuadrada, con valor χ^2 de 32,98 y con 3 grados de libertad, un valor de $p\text{-valúe} = 0,000$; por lo que se determinó una diferencia significativa entre las sesiones sucesivas desarrolladas aplicando el método de Polya, con referencia a la segunda dimensión "*configurar un plan*", y referida al aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado “A” de secundaria (grupo Experimental), de la I. E. N° 80128 de Huamachuco.

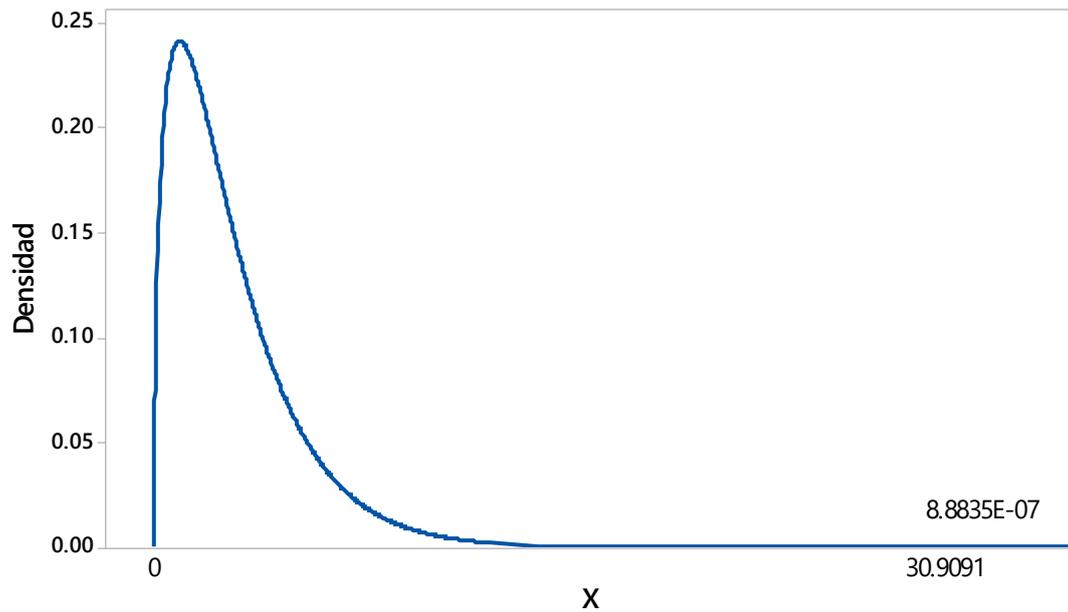


Figura 7: Distribución Chi-cuadrada, para la dimensión “Ejecutar el plan”

Se observa en la distribución de χ^2 ; con valor χ^2 de 30,91 con 3 grados de libertad, un valor $p\text{-valúe} = 0,000 < 0,005$; por lo que se determinó una diferencia significativa entre las sesiones de desarrollo y evaluación al aplicar el método de Polya, ello con referencia a la tercera dimensión "*ejecutar el plan*". Todo lo anterior respecto al aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del grupo experimental de la I.E.N ° 80128 de Huamachuco en la provincia de Sánchez Carrión.

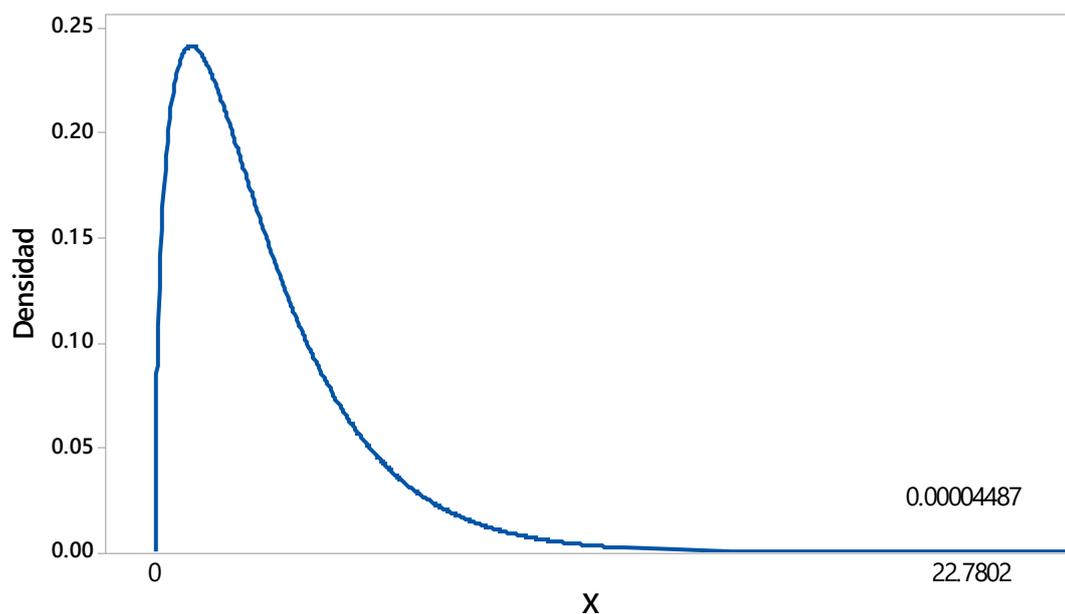


Figura 8: Distribución Chi-cuadrada, para la dimensión “Mirar hacia atrás”

Se observa en la distribución de χ^2 ; con valor χ^2 de 22,782 con 3 grados de libertad, un valor $p\text{-valúe} = 0,000 < 0,005$; que evidencia y determina la existencia de una diferencia significativa entre las sesiones de evaluación al aplicar el método de Polya y con referencia a la última dimensión "*mirar hacia atrás*", ello para determinar la influencia de dicho método en la enseñanza de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 de Huamachuco.

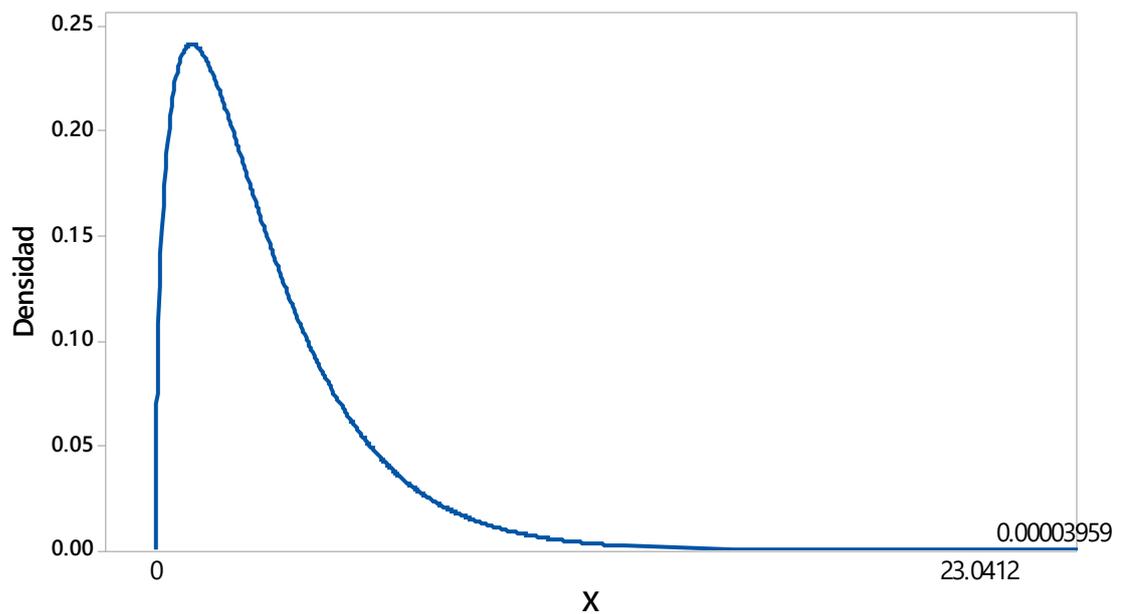


Figura 9: Distribución Chi-cuadrada Global, para todas las sesiones aplicando el “Método de Polya” al grupo Experimental

Observamos en la Figura de la distribución de Chi – cuadrada Global; con valor χ^2 de 23,04 y con 3 grados de libertad, un valor p-valúe de 0,000 el que es menor que el “nivel de significancia” $\alpha = 0,05$; por lo que se determinó la existencia de una diferencia significativa (Córdova, 2014, p. 34) entre las sesiones de evaluación del método de Polya.

En otros términos, la presente figura establece que entre las 8 sesiones de aprendizaje sucesivas desarrolladas en el grupo experimental aplicando los cuatro pasos o etapas del método de Polya, las respectivas Fichas de Observación de las segunda, cuarta, sexta y octava sesión nos proporcionan resultados que tratados inferencialmente con la distribución Chi-cuadrada global o total, a través de la prueba de hipótesis respectiva evidencian una importante diferencia entre los puntajes obtenidos no solo entre cada sesión sino a nivel de todas las sesiones.

En este contexto y siguiendo a Córdova (2014): “cuando la hipótesis nula se rechaza con $\alpha = 0,05$, diremos que el resultados es significativo” (p. 34).; por ello y además por los resultados anteriores para las dimensiones de las sesiones que señalan que el rango promedio se *incrementa de 1,98 a 2,92* en la dimensión "entender el problema", *aumenta de 1,95 a 3,13* para la dimensión "configurar un plan", sube de 1,90 a 3,10 para la dimensión "ejecutar el plan" y también existe un incremento de 2,00 a 2,83 para la dimensión "mirar hacia atrás", etc. afirmamos que los resultados y conclusiones obtenidas son significativos, consecuentemente la aplicación del Método Polya influye significativamente en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la muestra seleccionada y en la I. E. N° 80128 “Leoncio Prado” de la ciudad de Huamachuco, departamento de la Libertad.

4. Resultados de la Prueba de Hipótesis mediante Friedman

Prueba de Friedman

(2da y 8ava Sesión de Aprendizaje aplicando Polya)

-Se establecen las *Hipótesis estadísticas*:

Hipótesis estadísticas:

Hipótesis nula H_0 : No existe diferencia $p \geq 0,05$

Hipótesis alterna H_a : Existe diferencia significativa $p < 0,05$

-Se asume el *Nivel de significancia*:

Nivel de significancia

$\alpha = 0,05$

-Se calcula el *valor de probabilidad "p"* a través del Software SPSS vs 25:

Tabla 4: Prueba de Friedman

Dimensión	Sesión	Rango promedio	Chi ²	p
Entender el problema	2	1,27	14,000	0,000
	8	1,73		
Configurar un planteamiento	2	1,22	17,000	0,000
	8	1,78		
Ejecutar el plan	2	1,20	18,000	0,000
	8	1,80		
Mirar hacia atrás	2	1.30	12,000	0,001
	8	1.70		
Método de Polya	2	1,28	13,000	0,000
	8	1,72		

- Se formula la *Decisión y conclusión*:

En correlato con la distribución grafica e interpretación anterior, la Prueba de Friedman también determinó una diferencia significativa (pues $p < 0,05$) entre las sesiones 2da y 8ava de aprendizaje y evaluación con el método de Polya, para todas las dimensiones y el global, además, se observa que el rango promedio incrementa de 1,27 a 1,73 en la dimensión "entender el problema", de 1,22 a 1,78 para la dimensión "configurar un plan", de 1,20 a 1,80 para el paso "ejecutar el plan" y de 1,30 a 1,70 para la última dimensión como es "mirar hacia atrás"; con referencia al total, el incremento relevante fue de 1,28 a 1,72; este aumento evidencia inobjetablemente que existe una mayor eficacia e influencia del método de Polya, en el aprendizaje de los números racionales en estudiantes del segundo grado de secundaria en la I.E. N° 80128 y según la escala valorativa con recorrido desde pésimo (1) hasta sobresaliente (5).

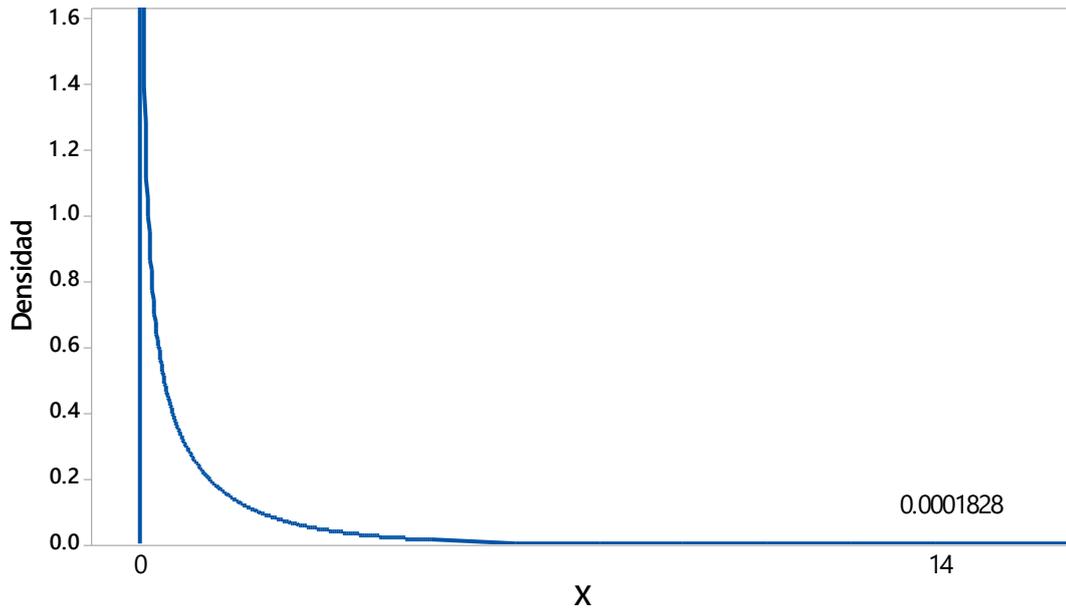


Figura 10: Distribución Chi-cuadrada de todas las sesiones con Polya respecto a la dimensión “entender el problema”

La presente Figura de la distribución Chi-cuadrada, de todas las sesiones aplicando el método de Polya, respecto a la dimensión “entender el problema” tiene un valor χ^2 de 14 con 1 grado de libertad, además un valor de $p = 0,000$ y con $p < 0,05$; razón por la que se determinó la existencia de una diferencia significativa entre las sesiones de aprendizaje y evaluación de la aplicación del método de Polya todo ello con referencia a la dimensión "entender el problema".

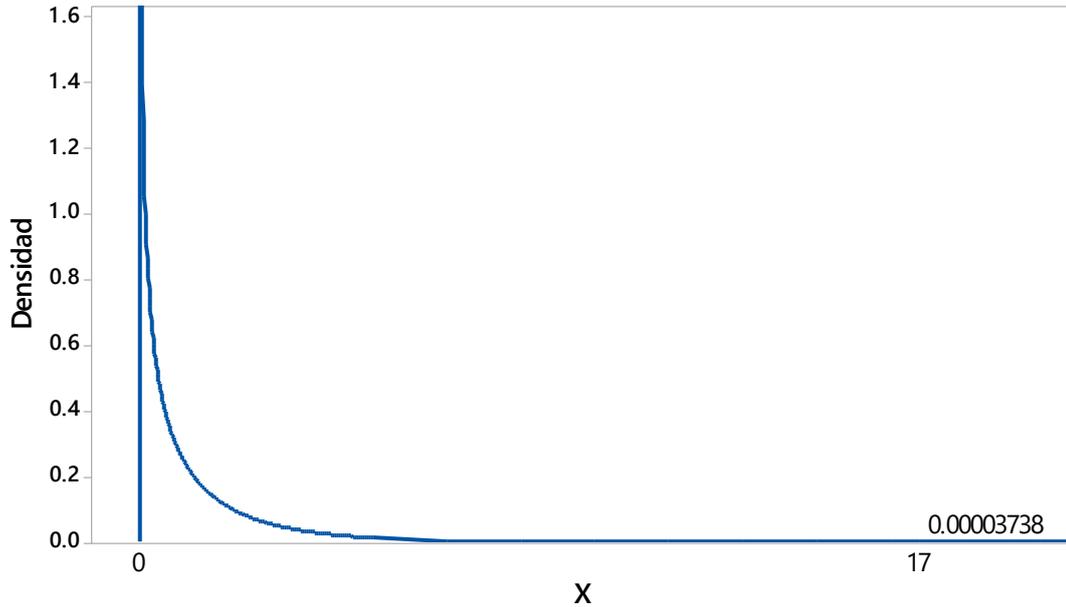


Figura 11: Distribución Chi-cuadrada de todas las sesiones con Polya, respecto a la dimensión “configurar un plan”

Se observa en la Figura de la distribución Chi-cuadrada; con valor χ^2 de 17 con 1 grado de libertad, un valor de $p = 0,000$; vemos que el valor de p es menor que el “nivel de significancia” $\alpha = 0,05$ establecida por la investigadora, por lo que se determinó que existe una diferencia significativa entre las sesiones de aplicación y evaluación del método de Polya con referencia a la dimensión "configurar un plan", recordando que según los autores citados este resultado es significativo y relevante.

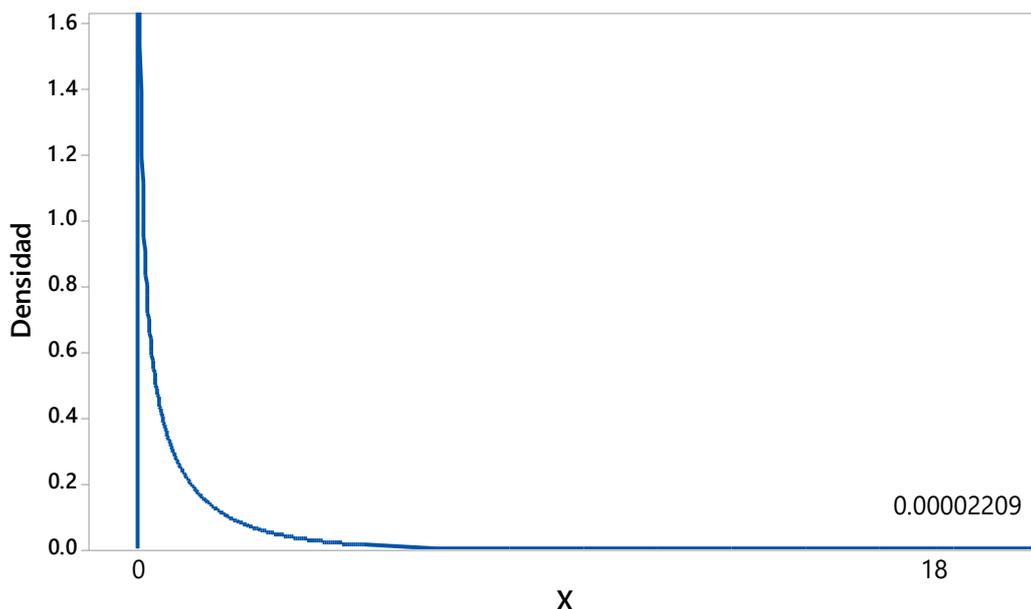


Figura 12: Distribución Chi-cuadrada de todas las sesiones con Polya, respecto a la dimensión “ejecutar el plan”.

Se observa en la presente figura la distribución Chi- cuadrada o Ji-cuadrado; con valor χ^2 de 18 con 1 grado de libertad, un valor del p-valúe = 0,000, más específicamente un valor $p = 0,00002209$ el que es menor a 0,05 o 5% de significancia; por lo que se determinó la existencia de una diferencia significativa en las valoraciones entre las sesiones de aplicación del método de Polya en el segundo grado “A” de secundaria (grupo Experimental), con referencia a su tercera dimensión “ejecutar el plan”, lo que indica un avance en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes de la muestra señalada y en la I.E. N° 80128-Huamachuco.

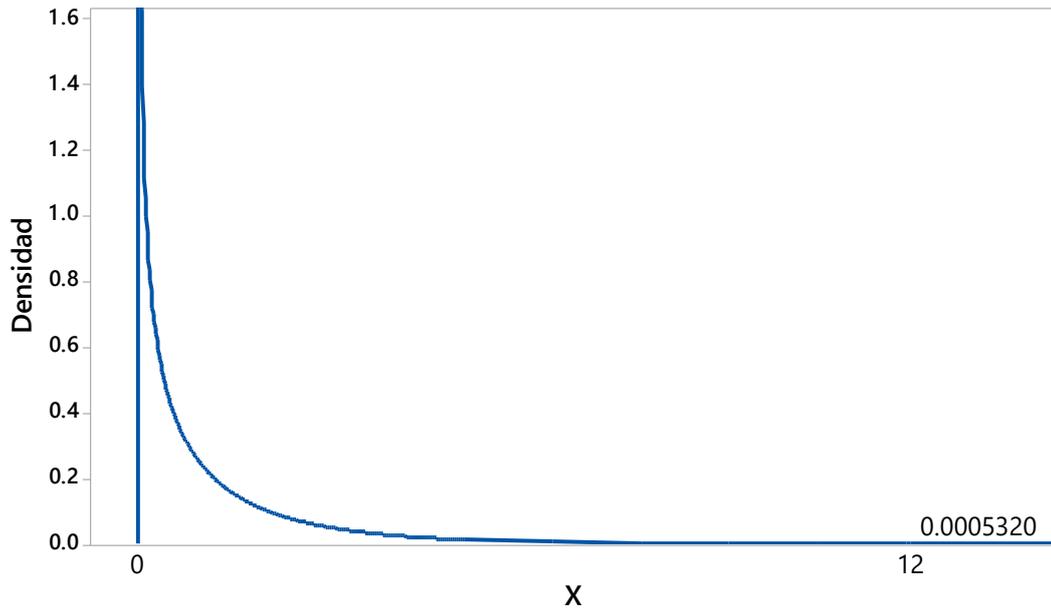


Figura 13: Distribución Chi-cuadrada de todas las sesiones con Polya, respecto a la dimensión “mirar hacia atrás”

Observamos en la distribución de Chi-cuadrada; con valor χ^2 de 12 con 1 grado de libertad, un valor de $p = 0,000$; por lo que se determinó una *diferencia significativa* entre las valoraciones de las sesiones al aplicar el método de Polya en el grupo Experimental con referencia a la dimensión "mirar hacia atrás", lo que corrobora la influencia significativa del citado método didáctico en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 de Huamachuco en la provincia de Sánchez Carrión y en el 2017.

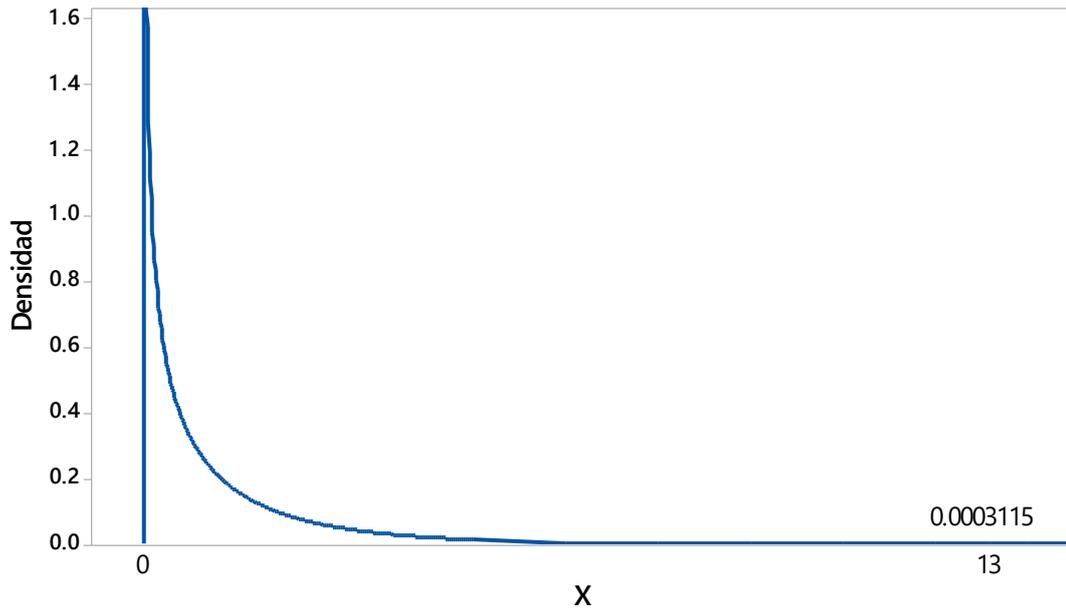


Figura 14: Distribución Chi-cuadrada Total, de las sesiones aplicando el Método de Polya

Se observa en la distribución de Chi- cuadrada Total, referida a las sesiones desarrolladas en esta investigación educativa; con valor χ^2 de 13 y con 1 grado de libertad, un valor p-valúe de 0,000; por lo que de acuerdo a la teoría estadística se determinó, la existencia de una diferencia significativa entre todas las sesiones sujetas a la aplicación del método de Polya en el grupo experimental y referidas al aprendizaje de los números racionales en estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, año 2017.

5. Discusión de Resultados

La información resultante luego de la evaluación de las Pruebas Educativas Pre Test y Post Test en el área de Matemática a los estudiantes seleccionados del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, de la aplicación del Método de Polya en el aprendizaje de los números racionales, además de los resultados secuenciales de las respectivas Fichas de Observación, permitió determinar la influencia significativa del Método de Polya en el aprendizaje de los números racionales en la muestra seleccionada y en la I.E. mencionada.

Colateralmente analizamos los resultados obtenidos:

-Con referencia al Objetivo Específico: “Evaluar el nivel de aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017” y según la Figura 1, vemos que en la Figura de la distribución t-Student; con valor t-calculado de 1,873 con 57 grados de libertad, a dos colas, un valor de “p” por cola de 0,033 (en suma $p = 0,066$); y como el valor de probabilidad $p = 0,006$ es mayor en 16 milésimas que el nivel de significancia $\alpha=0,05$, esto nos obliga a aceptar la hipótesis nula y rechazar la hipótesis alterna, lo que determina que al inicio de la investigación, los calificativos correspondientes al aprendizaje de los números racionales para el grupo control y experimental de los estudiantes de la muestra, de manera general fueron “ligeramente” los mismos.

Lo anterior se corrobora en la Tabla 1 referida a la “Prueba de t-Student para dos Muestras Independientes”, para las evaluaciones Pre Test y como $p > \alpha=0,05$ aceptamos la Hipótesis Nula y consecuentemente rechazamos la Hipótesis Alternativa; es decir, *no existe diferencia significativa entre los puntajes promedio de ambos grupos de la muestra considerada, al inicio de la investigación.*

-Respecto al Objetivo Específico: “Aplicar las estrategias del Método Polya para mejorar el nivel de aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, año 2017”, según la Tabla 2 titulada “Prueba de Muestras Emparejadas” se evidencia que para las evaluaciones relacionadas al Grupo Experimental (Pre Test y Post Test), como $p < 0,05$, rechazamos la Hipótesis Nula y aceptamos la Hipótesis Alternativa, concluyendo que *la aplicación del método de Polya influye significativamente en el grupo Experimental, en lo referente al aprendizaje de los números racionales y con una diferencia de media de 5,433 puntos*, ello debido a la influencia del Método de Polya; con referencia al grupo control también existió diferencia significativa ($p < 0,05$), siendo esta de menor impacto con *0,621 puntos*.

-Los resultados anteriores se enmarcan y corroboran la importancia e influencia significativa al aplicar en la enseñanza matemática el Método de George Polya descrito en su obra clásica “*Como plantear y resolver problemas*”, que rompe los métodos robóticos y nemotécnicos de solución de problemas en los estudiantes, lo que es valorado por varios reconocidos teóricos como Mejías (2006) que asevera: “La obra de Polya explota la inquietud que todos poseemos por descubrir y pone en juego las facultades inventivas para resolver problemas. Está basado en un estudio profundo en los métodos de solución llamado método heurístico que permite o que presenta un nuevo aspecto de las Matemáticas, como un proceso de invención como Ciencia Experimental e Inductiva, proporcionando no la solución estereotipada de los problemas, sino los procedimientos originales de cómo se llegó a los procesos de solución” (p. 17).

-Según la Tabla 3, la prueba de Friedman determinó una *diferencia significativa* ($p < 0,05$) *entre las sesiones de aplicación y evaluación del método de Polya*, para todas las dimensiones y el global, además, se observa que el rango promedio *incrementa de 1,98 a 2,92* en la dimensión “entender el problema”, *aumenta de 1,95 a 3,13* para la dimensión “configurar un plan”, sube de 1,90 a 3,10 para la dimensión “ejecutar el planteamiento” y también existe un incremento de 2,00 a 2,83 para la última dimensión del método de Polya como es “mirar hacia atrás”; con referencia al total también se incrementó de 2,02 a 2,90; este aumento significativo evidencia que existe un mayor cumplimiento e influencia del método de Polya en el aprendizaje de los números racionales en la muestra considerada.

-Otro resultado importante está evidenciado en la Tabla 4, referida a la *Prueba de Hipótesis mediante Friedman*, de la 2da y 8ava Sesión de Aprendizaje aplicando Polya, también se determinó una diferencia significativa (pues $p < 0,05$) entre las sesiones 2da y 8ava de aprendizaje y evaluación con el método de Polya, para todas las dimensiones y el global, además, se observó que el rango promedio incrementa de 1,27 a 1,73 en la dimensión "*entender el problema*", de 1,22 a 1,78 para la dimensión "*configurar un plan*", de 1,20 a 1,80 para el paso "*ejecutar el plan*" y de 1,30 a 1,70 para la última dimensión como es "*mirar hacia atrás*"; con referencia al total, el incremento relevante fue de 1,28 a 1,72; este aumento evidencia inobjetablemente que existe una mayor eficacia e influencia del método de Polya, en el aprendizaje de los números racionales y en los estudiantes de la muestra.

-Asimismo las Figuras 10,11,12 y 13 referidos a las *Distribuciones Chi-cuadradas de todas las sesiones aplicando el método de Polya*, “respecto a cada una de las cuatro dimensiones” señaladas anteriormente y con nivel de significación de 0,05 o 5% fijada por la investigadora (Córdova, 2014, p. 34), determinan una *diferencia*

significativa entre las valoraciones de las sesiones al aplicar el método de Polya en el grupo Experimental con referencia a cada dimensión, lo que corrobora la influencia significativa del citado método didáctico en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 de Huamachuco en la provincia de Sánchez Carrión y en el 2017.

-Los resultados e interpretaciones obtenidas en el presente estudio tienen validez solo para los integrantes de la muestra considerada. Además, los instrumentos de recolección de datos llámese Pruebas Educativas Pre Test - Post Test y Ficha de Observación, fueron diseñados y contextualizados y tienen Validez de contenido y Validez de criterio externo (Pino, 2010, p. 426).

-El resultado general obtenido se corrobora con los resultados del estudio investigativo del investigador Tello (2015) que en su conclusión final establece “desarrollando las estrategias del Método Polya, en nuestra realidad es que se consiguen resultados por demás positivos, en virtud a un desarrollo responsable y comprometido por parte de los docentes en trabajar estrategias vivenciales que emanen de las necesidades e intereses de los estudiantes, de sus juegos, de sus problemas, de sus inquietudes”.

-Los resultados obtenidos corroboran las conclusiones de investigadores como: Karelys Peña, Maribel Cortés, Nubia Galindo, Mónica Boscán, Karen Klever y otros, quienes plantean la existencia de una diferencia significativa entre todas las sesiones sujetas a la aplicación del método de Polya en el grupo Experimental y referidas al aprendizaje en general; es una estrategia que genera creatividad intelectual en los estudiantes, se presenta mayor interrelación entre los estudiantes e ingenio para solucionar los problemas propuestos, el método Pólya en la resolución de problemas matemáticos, si favoreció a disminuir el temor de los estudiantes en el

curso de Matemática, por la falta de metodología en la aplicación de pasos o procesos que ayudan a resolver problemas, etc.

-Para establecer *inferencialmente* si la relación entre las dos variables bajo estudio es significativa, se realizó un proceso de *Prueba de Hipótesis*. En todo proceso que implica la prueba de hipótesis hay dos hipótesis que pretenden explicar los datos: se trata de la hipótesis alternativa y de la hipótesis nula. Al analizar los datos siempre evaluamos la hipótesis nula y de manera indirecta, llegamos a una conclusión en relación con la hipótesis alternativa.

Según Kerlinger (2002): Si H_0 puede ser rechazada, entonces H_a se acepta. Si H_0 no es rechazada, entonces H_a no se acepta como ya hemos visto se ha aceptado la Hipótesis de investigación con un nivel de significancia del 5% pues el p-valúe obtenido 0,00 es menor que el nivel de significación establecido 0,05 o 5%, *comprobando con ello la Hipótesis investigativa*. En este contexto, Polya expresa: “Mi punto de vista es que la parte más importante de la forma de pensar que se desarrolla en Matemática es la correcta actitud de la manera de cometer y tratar los problemas”.

Finalmente, luego de la aplicación del método de Polya en la enseñanza en el segundo de secundaria de la I. E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, a la luz de los resultados obtenidos, habiéndose contrastado positivamente nuestra hipótesis de investigación con la influencia significativa en el aprendizaje de los números racionales y como correlato de la frase anterior del matemático húngaro George Polya, creemos que “En general, lo central en la enseñanza de la Matemática es desarrollar tácticas en la Resolución de Problemas”, máxime en los primeros grados del nivel secundario.

CONCLUSIONES

- Al inicio de la investigación y según la Tabla 1 referida a la “Prueba de t-Student para dos Muestras Independientes”, para las evaluaciones Pre Test y como $p > \alpha=0,05$ aceptamos la Hipótesis Nula y consecuentemente rechazamos la Hipótesis Alternativa; es decir, *no existe diferencia significativa entre los puntajes promedio* de ambos grupos de la muestra considerada.
- Se ha determinado que la aplicación del Método Polya influye significativamente en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017; así lo evidencia la prueba t-Student, con $p\text{-valúe} = 1,02E-16$ y como $p\text{-valúe} < 0,05$; que determina la existencia de una diferencia significativa en los calificativos correspondientes al grupo Experimental en las Pruebas educativas Pre Test y Post Test (Figura 4).
- Posteriormente a la aplicación del método de Polya, se determinó diferencias significativas ($p = 0,000$, $p < 0,05$ que constituyen “*resultados contundentes*”) entre las calificaciones promedio del grupo Control y del grupo Experimental, siendo esta de 3,794 puntos (en valor absoluto), lo que es importante y evidencia la influencia de la aplicación del método de Polya en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria del grupo Experimental de la muestra seleccionada (Tabla 1).

SUGERENCIAS

- Capacitar al personal docente en la aplicación de las Estrategias metodológicas de George Polya, para mejorar el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de los diferentes niveles educativos de la región Cajamarca, buscando siempre mejorar la calidad educativa de nuestro país, en el área de Matemática.
- Aplicar las estrategias metodológicas de George Polya en diversas temáticas el área de Matemática, para lograr mejores Aprendizajes en los estudiantes.
- Implementar el método de George Polya en los niveles educativos, con la finalidad de fortalecer la capacidad de resolución de problemas matemáticos de los estudiantes y así mejorar su rendimiento académico, en el área de Matemática.

LISTA DE REFERENCIAS

- Alfaro, C. (2006). Las ideas de Pólya en la resolución de problemas. *CUADERNOS DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, Año 1, Número 1. 3-4.
- Alcántara, L. (2015). *Método Polya y su influencia en el aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del quinto grado de la I. E. N° 10374 del Caserío de Mangalpa – Súcota- Cutervo, 2014*. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Cajamarca.
- Álvarez, E. (2001). La Educación matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*. Recuperado de: http://www.rieoej.org/de_los_lectores/203Vilanova.PDF
- Ausubel, D. (1976). *Psicología Educativa*. México: Edit. Trillas.
- Barriga, C. (2003). *Epistemología Texto Auto instructivo*. Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Borrarán, S. (2006). *Descubrir, investigar, experimentar: iniciación a las ciencias*. Ministerio de Educación: España.
- Borragán, S. (2016) *Descubrir, investigar, experimentar, iniciación a las ciencias*. España: Secretaria General de Educación.
- Bruner, J. (1961). *The Act of Discovery*. Harvard Educational Review.
- Bruner, J. (1963). *El proceso de la educación*. México: UTEHA
- Calero Pérez, M. (1994). *Hacia la excelencia de la Educación* Lima: Editorial San Marcos.

- Cardona, M. (2008) *Método Polya en el diseño de estrategias para facilitar la resolución de problemas relacionados con áreas de figuras planas* (Tesis de Maestría). Recuperada de:
http://www.upnfm.edu.hn/bibliod/images/stories/tesisantonio_cardona_marquez.pdf.
- Casimiro, W. Casimiro, C. y Guardián, R. (2010). *El arte de investigar*. Ima: GRAMAL S.A.
- Castelnuovo, E. (1995). *Didáctica de la Matemática Moderna*. México: Editorial Trillas.
- Catalina, L. et. al. (2000). *Símbolos 1*. Matemática Secundaria.
- Catalina, L. et. al. (2000). *Símbolos 2*. Matemática Secundaria.
- Córdova, M. (2014). “*Estadística Descriptiva E Inferencia*”. Edit Moshera. Reim. Perú.
- Del Castillo, A., & Montiel, G. (s.f).*MATEDU*. Recuperado el 01 de enero de 2017, de [http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/\(ADelcastillo-GMontiel2009a\)-ALME22-.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/(ADelcastillo-GMontiel2009a)-ALME22-.pdf)
- Díaz Barriga, A. (1997). *Ensayos sobre la problemática curricular*. México: Trillas.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano*. Colombia: Universidad del Valle. Grupo de Educación Matemática.
- Duval, R. (2012). *Lo esencial de los procesos cognitivos de comprensión en Matemáticas: Los registros de representación semiótica*. Font. (2003) Matemática y Cosas. Una Mirada desde la Educación Matemática.

Recuperado de Lima, Perú: VI Coloquio Internacional Enseñanza de las Matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú.

- Escalante, S. (2015). *Método Polya en la resolución de problemas Matemáticos* (tesis pregrado). Universidad Rafael Landívar, Guatemala.
- Falsetti, M. et. al. (2007). Perspectiva integrada de la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática: una mirada a la Educación Matemática *UNION Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, marzo del 2007, N° 9. Pp. 165-186.
http://www.fisem.org/web/union/revistas/7/Union_007_004. (Consultada el 4 de enero 2017).
- Fernández J. (2003). *La Enseñanza de la Matemática*. Madrid: Editorial CCS.
- Garay, J. (2011). *Estilos y estrategias de aprendizaje en el rendimiento académico de los estudiantes de la Universidad Peruana "Los Andes" de Huancayo-Perú*. Revista de Estilos de Aprendizaje. Recuperado a partir de <http://revistaestilosdeaprendizaje.com/article/view/941>.
- Godino, Juan D, et, al. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Manual para el estudiante. Proyecto Edumat-Maestros. Universidad de Granada. Edición octubre.
<http://www.ugr.es/local/jgodino/fprofesores.htm/> (consultada 15 de febrero 2019).
- Gómez A., Pérez, A. (2016). *Tres enfoques para la enseñanza de los números Racionales*. SABER. Revista Multidisciplinaria del Consejo de Investigación de la Universidad de Oriente, vol. 28, núm. 4, 2016.
<https://www.redalyc.org/jatsRepo/4277/427751143016/html/index.html>
(consultada 21 de diciembre 2020).

- Gutiérrez, S. “*Resultados del Método Polya en el desarrollo de habilidades matemáticas de alumnos del 2° ciclo del Centro Regional de Educación – Concepción*”. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Concepción. Paraguay.
Recuperado de: https://www.conacyt.gov.py/sites/default/files/Beca29-29_Tesis_Final_Sonia_Gutierrez.pdf
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. 5ta ed. México: McGrawHill.
- Kerlinger, F. (2002). *Investigación del comportamiento. Métodos de investigación en ciencias sociales*. México: Interamericana Editores.
- Lazo, M. (2017). “*Resolución de problemas de relación de recurrencia, bloque numérico y funciones, basado en el método heurístico de Polya: Guía didáctica para el tercero de Bachillerato*”. (Tesis de Maestría). Universidad de Cuenca. Ecuador. Recuperado de:
<http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/27819/1/Tesis.pdf>
- Mancera, E. (2000). *Saber Matemáticas es Saber Resolver Problemas*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Manual para docentes (s.f) *Matemática Primer Grado de Educación secundaria*. Ed. Bruño. Empresa Editora El Comercio S.A.
- Mejías, L. (2006). *El método Pólya para la resolución de problemas matemáticos de adición y sustracción*. Investigación en matemática educativa, 2.
- Ministerio de Educación. (2006). *Guía para el desarrollo de la capacidad de solución de problemas*. Perú.

- Ministerio de Educación. (2007). *Corrientes Pedagógicas y Psicológicas que influyen en la formación de Púberes y Adolescentes*. Perú.
- Ministerio de Educación. (2016). *Currículo Nacional de Educación Básica*. Perú.
- Miller, C. (2006). *Matemática: Razonamiento y Aplicaciones*. México: Pearson Educación de México, S.A. de C.V.
- MINEDU. (2015) Oficina de Mediación de la Calidad de los Aprendizajes (UMC). *Reporte-Técnico-ECE*.
- Monereo, C. et al. (2006). *Estrategias de Enseñanza y Aprendizaje*. España: Ed. Imprimeix.
- Ortiz, E. (2013). *Epistemología de la Investigación Cuantitativa y Cualitativa: Paradigmas y Objetivos*. Revista de Claseshistoria, 4. Recuperado el 25 de febrero del 2017, de <http://www.claseshistoria.com/revista/index.html>
- Paredes, P. (2008). *Una propuesta de incorporación de los estilos de aprendizaje a los modelos de usuario en sistemas de enseñanza adaptativos*. Tesis doctoral. Madrid. Recuperada de <http://arantxa.ii.uam.es/~pparedes/tesis.pdf>
- Pérez Gómez, A. (1988). *Análisis didáctico de las Teorías del Aprendizaje*. Málaga: Universidad de Málaga.
- Pino, Raúl. 2010. Metodología de la Investigación. Lima: Editorial San Marco, p. 426.
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Ed. Trillas.
- Polya, G. (2002). *Cómo plantear y resolver Problemas*. Serie de Matemáticas. México. Vigésimo sexta reimpresión. Editorial Trillas.

- Ramosd, R., Santisteban, J. & Onsihuay, E. (2012). *Matemática 3*. Lima-Perú: Ed. Norma.
- Reichardt, C., & Cook, T. (2000). “*Hacia una superación del enfrentamiento entre los métodos cualitativos y cuantitativos*”. Madrid: Morata. Resolución No 506 de 28 marzo de 2005, 5297 (Corporación Autónoma Regional 28 de marzo de 2005).
- Ruiz, C. (2013). *La Fracción como relación-parte todo y como cociente: propuesta didáctica para el Colegio: Los Alpes IED* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia.
- Rutas de Aprendizaje (2015) *¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? VI ciclo Área curricular de Matemática*. MINEDU.
- Sabino, C. (1992). *El proceso de investigación*. Caracas: Panapo.
- Sánchez J. y Fernández, J. (2005). *La Enseñanza de la Matemática*. Madrid: Ed. CCS.
- Tello, J. (2015). *Método Polya y su influencia en el aprendizaje de resolución de situaciones problemáticas en el área de Matemática de los estudiantes de 5º grado de la I.E. N° 10283, El Lirio - Cutervo, 2014*. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Cajamarca.
- Torres, B. (1997). *Orientaciones básicas de metodología de investigación científica*, edición San Marcos. Lima, Perú.
- Valderrama, S. (2016). *Pasos para elaborar Proyectos de investigación científica cuantitativa, cualitativa y mixta*. 2da ed. Perú: Ed. San Marcos.
- Valderrama, S. (2010). *Pasos Para Elaborar Proyectos de Investigación Científica*. Lima, Perú: San Marcos.

APÉNDICES/ANEXOS

APÉNDICE 1



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

ESCUELA DE POST GRADO



MAESTRÍA CON MENCIÓN EN GESTIÓN DE LA EDUCACIÓN

PRE TEST Y POS TEST

PRUEBA PARA DETERMINAR EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS

RACIONALES

Apellidos y Nombres: _____

Grado: _____ Sección: “ ___ ” Duración: 2h Calificativo: _____

INSTRUCCIONES PARA RESPONDER AL CUESTIONARIO

1. Lee atentamente los enunciados de las siguientes situaciones problemáticas, marca con una (X) la alternativa correcta.
2. Si tienes que hacer cálculos hazlo en la parte en blanco de la misma hoja. De ninguna manera hagas tus cálculos en otra hoja.
3. Resuelve la prueba en completo silencio para no interrumpir a tus compañeros (as).
4. Agradezco tu gentil cooperación e interés por responder a las preguntas.

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA 1: Un camión sale de un mercado con una carga de 6 230 Kg de manzanas. En su primera parada, se descargó una cierta cantidad de kilogramos de manzana, quedando solo 531,5 Kg de manzana en el camión.

¿cuántos kilogramos de manzana se descargó en su primera parada?

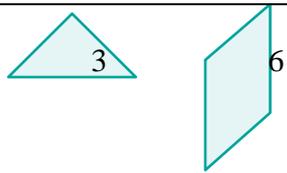
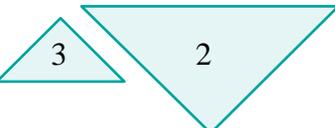
1. ¿De qué trata el problema?
 - a. De un camión que en su primera parada descarga parte de ella
 - b. De un camión que en su primera parada hizo su descarga
 - c. De la descarga de un camión en su primera parada
2. ¿Qué datos presenta el problema? ¿Qué se pide hallar en el problema?
 - a. Kg de carga del camión y Kg que queda en el camión. Kg que le faltan
 - b. Kg de carga del camión, Kg que descarga y Kg que le faltan. Kg que descarga
 - c. Kg de carga total del camión y Kg que sobran después de primera parada. Kg que se descarga en la primera parada

3. ¿Qué estrategia aplicas para resolver la situación problemática?
 - a. Aplicar la propiedad de la sustracción
 - b. Aplicar la propiedad de la adición
 - c. Aplicar la propiedad de la multiplicación
4. ¿Cuál es la respuesta a la situación problemática?
 - a. 915,0 Kg
 - b. 5698,5 Kg
 - c. 5699,5 Kg
5. ¿Qué otros procesos puedes utilizar que te permitan obtener los mismos resultados?
 - a. Plantear una ecuación lineal
 - b. Sumar Kg de carga más Kg que quedan
 - c. Multiplicar Kg de carga por Kg que quedan
6. ¿Cómo compruebas que el resultado es correcto?
 - a. Sumando los Kg de carga con los que descarga, para obtener el total de Kg de la carga
 - b. Restando de los Kg que quedan, los Kg que descarga, para obtener el total de Kg de la carga
 - c. Sumando los Kg de la primera descarga con los sobrantes, para obtener el total de Kg de la carga

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA 2: Cantidad en el Tangram

Recorta las piezas del tangram que está al final de esta prueba y resuelve la siguiente tarea.

Compara la pieza 3 con otra pieza y responde:

Piezas a comparar	Resultado de comparar el área de la pieza 3 respecto del área de las piezas 6 y 2, expresado en ...	
	Fracción	Porcentaje
		
		

1. ¿De qué trata el problema?
 - a. Comparar el área de la pieza 3 con las piezas 2 y 6.
 - b. Cálculo del área de las piezas geométricas.
 - c. Expresiones en fracciones y porcentajes de los números de las piezas.
2. ¿Qué datos presenta el problema? ¿Qué se pide hallar en el problema?
 - a. Números de las piezas. Dividir dichos números y expresarlo en porcentaje
 - b. Piezas a comparar. Expresar en fracciones y porcentajes los resultados de las comparaciones.
 - c. Formas de las figuras. Calcular sus áreas y expresarlo en porcentaje
3. ¿Qué estrategia aplicas para resolver la situación problemática?
 - a. Dividir los números dados
 - b. Sobreponer la pieza 3 en las piezas 2 y 6
 - c. Calcular las áreas de las piezas
4. ¿Cuál es la respuesta a la situación problemática?
 - a. $1/2$, 50% y $1/4$, 25%
 - b. $3/6$, 50% y $3/2$, 25%
 - c. $6/3$, 25% y $2/3$, 75%
5. ¿Qué otros procesos puedes utilizar que te permitan obtener los mismos resultados?
 - a. La fracción convertirla a fracción impropia y expresarlo como porcentaje
 - b. Dividir las piezas 2 y 6 en partes como la pieza 3
 - c. La fracción convertirla a fracción propia y expresarlo como porcentaje
6. ¿Cómo compruebas que el resultado es correcto?
 - a. Empleando la definición de Fracción Parte todo.
 - b. Graficar las fracciones obtenidas
 - c. Calcular el área de las figuras dadas y compararlas

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA 3:

Una de las características del SNP es ofrecer una pensión de jubilación por un monto máximo de S/. 857.36 y por un monto mínimo de S/. 415.00. El trabajador aporta el 13% de su remuneración mensual, debe tener como mínimo 20 años de aportes y 65 años de edad para gozar de dicho beneficio. Según esta información:

Godofredo es pensionista y negociante. Recibe el monto máximo de pensión y como producto de un negocio obtiene un ingreso adicional de S/. 342.64 mensuales. Del ingreso total, destina un $1/3$ para pagar la deuda con el banco, $1/4$ lo gasta en su

alimentación y $\frac{1}{5}$ en relajamiento y recreación. ¿Qué parte (fracción) del ingreso destina para mejorar los acabados de su casa?

1. ¿De qué trata el problema?
 - a. Las fracciones de gastos de Godofredo
 - b. Los ingresos y egresos de Godofredo
 - c. Los ingresos de Godofredo y sus gastos que realiza
2. ¿Qué datos presenta el problema? ¿Qué se pide hallar en el problema?
 - a. Monto máximo de pensión, ingreso como comerciante y gastos. Parte de su ingreso total que utiliza para mejorar su casa.
 - b. Egresos. Ingresos que destina para los acabados de su casa
 - c. Ingresos y fracciones de egresos. Soles que destina para acabados de su casa
3. ¿Qué estrategia aplicas para resolver la situación problemática?
 - a. Calcular las partes de sus gastos, sumarle sus ingresos y expresarlo en fracción
 - b. Calcular las partes de sus gastos y restar sus ingresos menos sus gastos
 - c. Fracción como operador y razón
4. ¿Cuál es la respuesta a la situación problemática?
 - a. $\frac{13}{60}$
 - b. $\frac{3}{60}$
 - c. $\frac{30}{60}$
5. ¿Qué otros procesos puedes utilizar que te permitan obtener los mismos resultados?
 - a. Sumar las fracciones de los gastos y restarlo del total de ingresos
 - b. Sumar $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{5}$, luego el resultado dividirlo entre los ingresos
 - c. Sumar $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{5}$, luego encontrar la fracción que complete la unidad.
6. ¿Cómo compruebas que el resultado es correcto?
 - a. Calculando la suma de las fracciones de los egresos
 - b. Sumando todos los gastos para para obtener el ingreso total
 - c. Calculando la fracción de los egresos para los acabados de la casa

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA 4:

José para su desayuno, desea preparar una ensalada de frutas. El ingrediente principal de su ensalada es la manzana. Veamos qué procedimiento sigue:

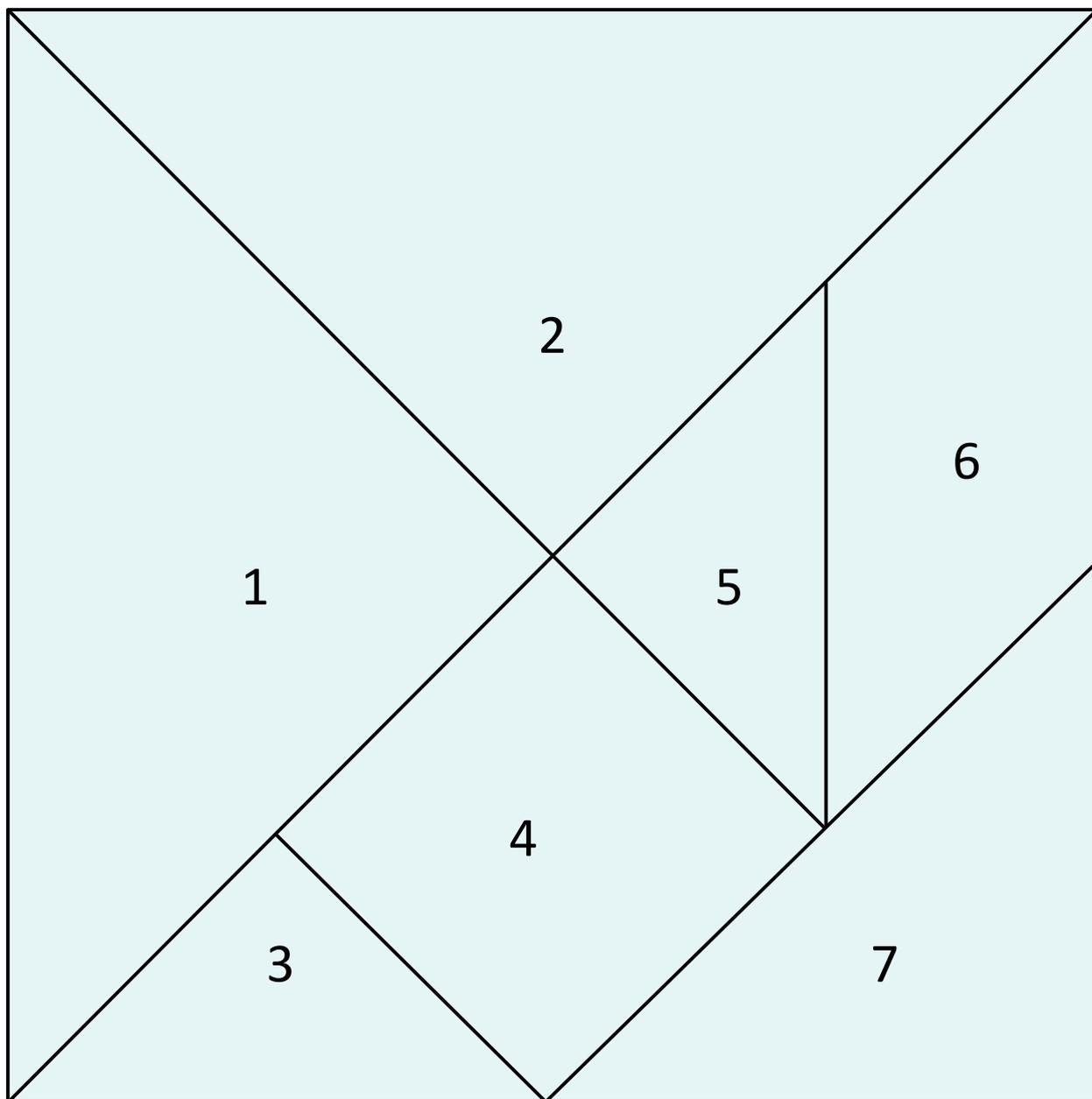
Corta la manzana por la mitad y una de las mitades la vuelve a cortar por la mitad. Divide en dos una de las porciones más pequeñas. ¿Cuál es la porción que obtiene finalmente?

1. ¿De qué trata el problema?
 - a. El desayuno de José.
 - b. Una vez la partición de una manzana
 - c. De las porciones que obtiene José al cortar una manzana.
2. ¿Qué datos presenta el problema? ¿Qué se pide hallar en el problema?
 - a. Número de ensalada de frutas, ingrediente principal. La porción de manzana
 - b. Número de cortes. La porción de manzana obtenida finalmente
 - c. 3 cortes que se hace a la manzana, partes en que se divide cada vez. Porción final que obtiene José al dar el último corte
3. ¿Qué estrategia aplicas para resolver la situación problemática?
 - a. Grafica circular
 - b. Graficar la porción de ensalada de frutas y fraccionarla en tres partes
 - c. Planteo de una ecuación
4. ¿Cuál es la respuesta a la situación problemática?
 - a. $\frac{1}{4}$
 - b. $\frac{1}{16}$
 - c. $\frac{1}{8}$
5. ¿Qué otros procesos puedes utilizar que te permitan obtener los mismos resultados?
 - a. Multiplicar $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{4}$ por $\frac{1}{2}$
 - b. Dividir cada porción de la manzana entre 2
 - c. Dividir cada porción de la manzana entre 4
6. ¿Cómo compruebas que el resultado es correcto?
 - a. Calculando la mitad de la tercera parte y la mitad de la cuarta parte
 - b. A la unidad (manzana) restamos la suma de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{8}$
 - c. Calculando la mitad de la cuarta parte y la mitad de la mitad

Para la situación problemática 2: Cantidades en el Tangram.

Tangram

Recorta las piezas y úsalas para responder la Situación Problemática 2



APÉNDICE 2

FICHA DE OBSERVACIÓN DE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE POLYA, A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. N° 80128 “LEONCIO PRADO” DE HUAMACHUCO, PROVINCIA DE SÁNCHEZ CARRIÓN, AÑO 2017

Área: Matemática

Grado: Segundo “ ” Sesión N°.....

Fecha:

N° de orden	DIMENSIONES		Entender el problema.				Configurar un plan			Ejecutar el plan.			Mirar hacia atrás.					
	INDICADORES	ESTUDIANTES	Lee comprensivamente el enunciado	Distingue con propiedad los datos y la incógnita	Interpreta con sus propias palabras lo que se le plantea	Traza gráficos y/o esquemas para comprender el planteamiento	Propone estrategias heurísticas para hallar la solución	Plantea pasos secuenciales para llegar a la solución	Usa un modelo similar más simple	lige el procedimiento	Busca y utiliza materiales que facilitan la solución	Realiza el procedimiento de solución	Utiliza un tiempo razonable para encontrar la solución	Comprueba los resultados con otros procesos	Lee nuevamente el problema y verifica tanto el requerimiento como la solución	Argumenta cada paso	Reconoce su capacidad resolutoria y aprende de sus errores, indicando claramente lo hallado	Apoya con respeto a sus compañeros
01																		
02																		
03																		
04																		
05																		
06																		
07																		
08																		
09																		
10																		
11																		
12																		

1= pésimo

2 = Deficiente

3 = Regular

4 = Bueno

5 = Sobresaliente

Lic. Rosario Janeth Monzón Acosta

APÉNDICE 3

DATA DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN AL APLICAR EL MÉTODO DE POLYA A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA, DE LA I.E N° 80128 “LEONCIO PRADO” DE HUAMACHUCO PROVINCIA SÁNCHEZ CARRIÓN, AÑO 2017, - MUESTRA PILOTO DE 10 ESTUDIANTES

N° de orden	ESTUDIANTES	DIMENSIONES				Entender el problema				Configurar un plan				Ejecutar el plan				Mirar hacia atrás			
		INDICADORES				Lee comprensivamente el enunciado	Distingue con propiedad los datos y la incógnita	Interpreta con sus propias palabras lo que se le plantea	Traza gráficos y/o esquemas para comprender el planteamiento	Propone estrategias heurísticas para hallar la solución	Plantea pasos secuenciales para llegar a la solución	Usa un modelo similar más simple	lige el procedimiento	Busca y utiliza materiales que facilitan la solución	Realiza el procedimiento de solución	Utiliza un tiempo razonable para encontrar la solución	Comprueba los resultados con otros procesos	Lee nuevamente el problema y verifica tanto el requerimiento como la solución	Argumenta cada paso	Reconoce su capacidad resolutoria y aprende de sus errores, indicando claramente lo hallado	Apoya con respeto a sus compañeros
1		5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4			
2		4	4	3	3	4	4	3	3	3	3	4	4	3	4	4	4	4			
3		3	4	4	4	4	4	3	3	3	3	4	4	4	3	2	4	4			
4		4	4	4	4	3	3	4	4	3	3	3	4	3	4	3	3	3			
5		4	3	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3	4	3	3	3	3			
6		4	4	2	2	3	3	2	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3			
7		4	3	3	3	4	4	2	2	4	3	3	3	3	3	2	2	2			
8		3	4	3	4	4	2	3	4	3	4	3	4	4	2	3	4	4			
9		5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	3	3	3			
10		3	4	3	4	3	3	4	3	4	2	3	4	4	3	3	3	3			



**VALIDEZ DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN: I PRUEBA EDUCATIVA
(PRE TEST)**



(JUICIO DE EXPERTO)

TÍTULO TESIS: *Aplicación del método Polya y Aprendizaje de números racionales en los estudiantes del 2do grado de primaria de la I.E.W. S.O.128 "San Isidro" de Huamachuco, Provincia de San José, años 2017.*

AUTOR DE LA TESIS: *Ricardo Javier Moya Acosta*

Luego de analizar y cotejar el instrumento de investigación con la matriz de consistencia respectiva, se ha procedido a realizar la validación del instrumento, teniendo en cuenta la siguiente escala.

1. Muy poco 2. Poco 3. Regular 4. Aceptable 5. Muy aceptable

CRITERIO DE VALIDEZ	PUNTUACIÓN					OBSERVACIONES Y/O SUGERENCIAS
	1	2	3	4	5	
Validez de contenido				X		
Validez de Criterio Metodológico					X	
Validez de intención y objetividad de medición y observación				X		
Presentación y formalidad de instrumento					X	
Total parcial:				20	10	
TOTAL:					18	

PUNTUACIÓN:

- De 4 a 11: No válido, reformular
- De 12 a 14: No válido, modificar
- De 15 a 17: Válido, mejorar
- De 18 a 20: Válido, aplicar

Apellidos y Nombres del Evaluador	<i>Alfonso Espinoza Córrea Enrique</i>
Grado académico	<i>Doctor en Ciencias</i>
Mención	<i>Educativa</i>

Fecha *02/23/08/17*

FIRMA
DNI: *17871526*
CODIGO: *UNC 0005632*

**VALIDEZ DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN: I PRUEBA EDUCATIVA
(PRE TEST)**

(JUICIO DE EXPERTO)

TÍTULO TESIS: Aplicación del método Polya y aprendizaje de números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 "Leónidas Prado" de Huanachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2014.

AUTOR DE LA TESIS: Rosario Janeth Monzón Acosta

Luego de analizar y cotejar el instrumento de investigación con la matriz de consistencia respectiva, se ha procedido a realizar la validación del instrumento, teniendo en cuenta la siguiente escala.

1. Muy poco	2. Poco	3. Regular	4. Aceptable	5. Muy aceptable
-------------	---------	------------	--------------	------------------

CRITERIO DE VALIDEZ	PUNTUACIÓN					OBSERVACIONES Y/O SUGERENCIAS
	1	2	3	4	5	
Validez de contenido					X	
Validez de Criterio Metodológico				X		
Validez de intención y objetividad de medición y observación				X		
Presentación y formalidad de instrumento					X	
Total parcial:				8	10	
TOTAL:				8	10	

PUNTUACIÓN:

De 4 a 11: No válido, reformular

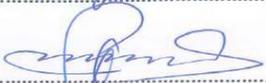
De 12 a 14: No válido, modificar

De 15 a 17: Válido, mejorar

De 18 a 20: Válido, aplicar

Apellidos y Nombres del Evaluador	<u>Huanacha Aguilar, Rogelio A.</u>
Grado académico	<u>Magister en Ciencias</u>
Mención	<u>Educación Superior</u>

Fecha Cajamarca, 22 de agosto de 2014



FIRMA

DNI: 26696843

CODIGO:



VALIDEZ DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN: FICHA DE OBSERVACIÓN

(JUICIO DE EXPERTO)

TÍTULO TESIS: *Aplicación del método Polya y Aprendizaje de problemas razonados en los estudiantes del 2do grado de secundaria de la I.F.N.º 80128 "Jemis Prado" de Munusuco, Pucallpa, Perú, año 2014.*

AUTOR DE LA TESIS: *Rosario Tareta Mayra Acosta*

Luego de analizar y cotejar el instrumento de investigación con la matriz de consistencia respectiva, se ha procedido a realizar la validación del instrumento, teniendo en cuenta la siguiente escala.

6. Muy poco	7. Poco	8. Regular	9. Aceptable	10. Muy aceptable
-------------	---------	------------	--------------	-------------------

CRITERIO DE VALIDEZ	PUNTUACIÓN					OBSERVACIONES Y/O SUGERENCIAS
	1	2	3	4	5	
Validez de contenido				X		
Validez de Criterio Metodológico					X	
Validez de intención y objetividad de medición y observación				X		
Presentación y formalidad de instrumento					X	
Total parcial:				8	10	
TOTAL:					18	

PUNTUACIÓN:

- De 4 a 11: No válido, reformular
- De 12 a 14: No válido, modificar
- De 15 a 17: Válido, mejorar
- De 18 a 20: Válido, aplicar

Apellidos y Nombres del Evaluador	<i>Alvarez Ipanaque, César Enrique</i>
Grado académico	<i>Doctor en Ciencias</i>
Mención	<i>Educación</i>

Fecha *01/23/08/17*

FIRMA
DNI: *1787524*
CODIGO: *UNC 000 5632*

VALIDEZ DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN: FICHA DE OBSERVACIÓN

(JUICIO DE EXPERTO)

TÍTULO TESIS: Aplicación del método Polya y aprendizaje de números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 "Leoncio Prado" de Uramachuco provincia de Sánchez Carrión, año 2017.

AUTOR DE LA TESIS: Rosario Janeth Monzón Acosta

Luego de analizar y cotejar el instrumento de investigación con la matriz de consistencia respectiva, se ha procedido a realizar la validación del instrumento, teniendo en cuenta la siguiente escala.

6. Muy poco	7. Poco	8. Regular	9. Aceptable	10. Muy aceptable
-------------	---------	------------	--------------	-------------------

CRITERIO DE VALIDEZ	PUNTUACIÓN					OBSERVACIONES Y/O SUGERENCIAS
	1	2	3	4	5	
Validez de contenido					X	
Validez de Criterio Metodológico					X	
Validez de intención y objetividad de medición y observación				X		
Presentación y formalidad de instrumento				X		
Total parcial:						
TOTAL:				8	10	

PUNTUACIÓN:

De 4 a 11: No válido, reformular

De 12 a 14: No válido, modificar

De 15 a 17: Válido, mejorar

De 18 a 20: Válido, aplicar

Apellidos y Nombres del Evaluador	<u>Huaccha Aguilar, Rozelis A.</u>
Grado académico	<u>Maestría en Ciencias</u>
Mención	<u>Educación Superior</u>

Fecha Cajamarca, 22 de agosto de 2017



FIRMA
DNI: 26676843
CODIGO:

PRUEBA DE CONFIABILIDAD DEL INSTRUMENTO "PRUEBA PARA DETERMINAR EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS RACIONALES"
 (PRUEBA PILOTO, EN UNA MUESTRA PILOTO DE 12 ESTUDIANTES)

ESTUDIANTES	S.P.1							S.P.2							S.P.3							S.P.4							SUMA
	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4	ITEM 5	ITEM 6	ITEM 7	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4	ITEM 5	ITEM 6	ITEM 7	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4	ITEM 5	ITEM 6	ITEM 7	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4	ITEM 5	ITEM 6	ITEM 7	
1	3	3	2	3	2	3	2	3	1	3	2	3	3	3	2	2	2	3	2	3	2	2	2	2	3	1	2	2	66
2	1	3	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	3	1	1	1	2	3	2	1	1	3	2	3	2	1	45
3	2	3	2	3	2	3	3	3	2	3	3	2	3	2	3	1	3	3	2	3	2	1	3	3	2	1	3	3	69
4	3	1	1	2	3	1	1	3	1	2	3	2	3	2	3	2	1	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	2	61
5	1	3	2	1	3	1	3	1	2	3	3	1	2	2	1	1	3	2	2	3	2	2	3	3	2	1	1	2	56
6	2	1	1	1	2	2	2	1	1	1	1	2	3	3	3	1	2	3	2	2	2	1	2	1	2	1	3	2	50
7	1	2	1	2	3	1	3	3	2	3	3	3	3	2	2	3	2	3	2	2	2	3	2	3	3	3	1	2	65
8	1	2	2	1	3	2	3	2	1	3	2	2	2	3	1	3	1	1	3	1	2	1	2	2	1	2	2	2	53
9	2	3	3	3	1	3	2	3	3	2	2	1	3	1	3	2	3	2	2	3	2	3	1	3	2	2	3	2	65
10	3	1	2	1	1	3	1	3	2	3	1	3	3	3	3	1	1	1	3	1	1	1	3	2	2	1	2	2	53
11	2	3	3	3	1	3	1	3	1	1	1	1	3	1	3	1	3	1	1	3	1	3	2	1	2	1	2	2	53
12	3	2	2	2	3	1	3	2	2	3	3	2	2	3	2	3	3	2	2	3	1	3	2	2	1	2	3	2	64
	0,7273	0,75	0,515	0,811	0,811	0,811	0,811	0,788	0,424	0,788	0,811	0,545	0,447	0,697	0,629	0,75	0,811	0,811	0,265	0,636	0,205	0,909	0,447	0,75	0,364	0,75	0,515	0,182	58,06061

K: 28
 SUM. VAR: 17,76
 VT: 58,06
 SECCIÓN 1: 1,037
 SECCIÓN 2: 0,694
 ALFA DE CRONBACH = 0,72

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum_{k=1}^n \sigma_k^2}{\sigma_X^2} \right)$$

PRUEBA DE CONFIABILIDAD DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN AL APLICAR EL MÉTODO DE POLYA A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA, I.E. N° 80128, HUAMACHUCO PROVINCIA SÁNCHEZ CARRIÓN, AÑO 2017

MUESTRA PILOTO-MÉTODO DEL ALFHA DE CRONBACH

ESTUDIANTES	Entender el problema				Configurar un plan.				Ejecutar el plan.				Mirar hacia atrás				SUMA
	1 E	2 E	3 E	4 E	5 C	6 C	7 C	8 C	9 E	10 E	11 E	12 E	13	14 M	15 M	16 M	
1	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	64
2	4	4	3	3	4	4	3	3	3	3	4	4	3	4	4	4	57
3	3	4	4	4	4	4	3	3	3	3	4	4	4	3	2	4	56
4	4	4	4	4	3	3	4	4	3	3	3	4	3	4	3	3	56
5	4	3	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3	4	3	3	3	52
6	4	4	2	2	3	3	2	3	3	3	2	3	3	2	3	3	45
7	4	3	3	3	4	4	2	2	4	3	3	3	3	3	2	2	48
8	3	4	3	4	4	2	3	4	3	4	3	4	4	2	3	4	54
9	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	3	3	61
10	3	4	3	4	3	3	4	3	4	2	3	4	4	3	3	3	53

0.544 0.178 0.456 0.5 0.233 0.489 0.622 0.456 0.267 0.456 0.4 0.278 0.27 0.622 0.444 0.456

K: 16

SUM. VAR: 6.667

VT: 31.6

SECCIÓN 1: 1.067

SECCIÓN 2: 0.789

ALFA DE RONBACH 0 0.842

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum V_i}{V_t} \right)$$

ESCALA VALORATIVA:		
1	=	Pésimo
2	=	Deficiente
3	=	Regular
4	=	Bueno
5	=	Excelente

DATA DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN N° 2, AL APLICAR EL MÉTODO DE POLYA A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO "A" DE SECUNDARIA, HUAMACHUCO PROVINCIA SÁNCHEZ CARRIÓN, AÑO 2017.

SESIÓN N° 2

N° de orden del estudiante	DIMENSIONES															
	Entender el problema				Configurar un plan				Ejecutar el plan				Mirar hacia atrás			
	Lee comprensivamente el enunciado	Distingue con propiedad los datos y la incógnita	Interpreta con sus propias palabras lo que se le plantea	Traza gráficos y/o esquemas para comprender el planteamiento	Propone estrategias heurísticas para hallar la solución	Plantea pasos secuenciales para llegar a la solución	Usa un modelo similar más simple	Elige el procedimiento	Busca y utiliza materiales que facilitan la solución	Realiza el procedimiento de solución	Utiliza un tiempo razonable para encontrar la solución	Comprueba los resultados con otros procesos	Lee nuevamente el problema y verifica tanto el requerimiento como la solución	Argumenta cada paso	Reconoce su capacidad resolutoria y aprende de sus errores, indicando claramente lo hallado	Apoya con respeto a sus compañeros
1	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3
2	3	4	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3
3	4	3	3	4	3	3	4	4	3	4	3	3	3	3	3	4
4	3	2	3	3	2	2	3	3	3	2	3	2	3	3	2	2
5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
6	4	3	3	3	3	3	4	3	2	3	3	3	3	3	2	3
7	3	4	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3
8	4	3	3	3	3	3	3	4	3	3	4	3	3	4	3	3
9	4	4	3	3	3	3	4	4	3	4	4	3	3	4	3	4
10	4	4	4	3	4	4	3	4	4	4	3	3	3	4	4	4
11	2	3	4	4	4	3	2	4	3	3	3	3	2	3	4	3
12	4	4	4	2	3	3	4	4	4	3	3	3	3	4	3	3
13	4	3	3	3	3	3	4	3	3	2	2	4	3	3	3	2

14	3	3	4	3	3	2	3	3	3	3	3	2	4	3	2	2
15	4	4	3	3	3	4	3	4	4	3	2	4	4	3	4	2
16	3	3	3	3	3	2	3	3	4	4	2	2	3	3	2	3
17	3	3	4	4	3	4	3	4	3	3	4	3	4	2	3	4
18	2	3	3	1	1	3	2	3	2	2	2	2	3	1	2	2
19	3	3	3	2	3	3	2	3	1	4	3	3	2	2	3	3
20	3	3	4	4	3	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3
21	2	2	2	3	2	2	2	2	3	2	2	2	2	1	3	2
22	3	3	2	4	3	3	3	3	2	4	3	3	2	2	4	3
23	3	3	4	4	3	4	3	4	3	3	3	4	4	4	3	3
24	4	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	2	3	2	3	3
25	4	4	4	3	3	4	4	4	3	4	3	4	3	3	4	4
26	3	3	2	2	3	2	3	2	2	2	2	2	3	1	2	2
27	3	2	3	2	3	2	2	2	3	3	2	2	2	2	2	3
28	3	3	4	4	3	4	3	4	4	4	3	3	3	3	3	4
29	3	4	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	2	4	3	3
30	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	4	3	3	2

ESCALA VALORATIVA	
1	Pésimo
2	Deficiente
3	Regular
4	Bueno
5	Sobresaliente

DATA DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN N° 4, AL APLICAR EL MÉTODO DE POLYA A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO "A" DE SECUNDARIA, HUAMACHUCO PROVINCIA SÁNCHEZ CARRIÓN, AÑO 2017.

SESIÓN N° 4

N° de orden del estudiante	DIMENSIONES															
	Entender el problema				Configurar un plan				Ejecutar el plan				Mirar hacia atrás			
	Lee comprensivamente el enunciado	Distingue con propiedad los datos y la incógnita	Interpreta con sus propias palabras lo que se le plantea	Traza gráficos y/o esquemas para comprender el planteamiento	Propone estrategias heurísticas para hallar la solución	Plantea pasos secuenciales para llegar a la solución	Usa un modelo similar más simple	Elige el procedimiento	Busca y utiliza materiales que facilitan la solución	Realiza el procedimiento de solución	Utiliza un tiempo razonable para encontrar la solución	Comprueba los resultados con otros procesos	Lee nuevamente el problema y verifica tanto el requerimiento como la solución	Argumenta cada paso	Reconoce su capacidad resolutoria y aprende de sus errores, indicando claramente lo hallado	Apoya con respeto a sus compañeros
1	4	3	3	4	3	3	4	4	3	3	3	4	3	4	3	3
2	4	3	3	3	4	3	2	4	4	4	2	2	3	3	3	3
3	4	4	3	3	3	3	3	4	3	4	4	3	3	4	3	3
4	3	2	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	2	3	2
5	3	3	4	4	4	4	2	2	3	4	3	4	4	4	2	2
6	4	4	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	4	2	4
7	4	4	4	3	4	4	3	3	4	4	4	3	4	4	3	3
8	3	3	4	4	4	4	3	3	4	4	4	2	3	4	4	4
9	3	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3
10	4	4	4	3	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4
11	4	3	2	4	2	3	4	3	4	3	3	3	4	4	3	3
12	3	3	4	4	3	3	4	4	4	4	4	4	3	3	4	3
13	3	4	3	4	4	3	3	3	2	3	4	4	3	4	3	3
14	3	3	2	4	3	2	2	4	3	2	3	3	2	2	4	3
15	4	4	4	4	3	3	4	4	3	3	3	4	3	4	3	3

16	3	4	4	4	3	3	4	4	3	4	3	4	4	3	3	3
17	3	4	3	4	3	4	3	4	3	3	4	3	4	2	3	4
18	3	3	3	2	3	3	2	2	3	3	2	2	2	2	3	3
19	4	4	2	2	3	3	3	3	2	3	4	3	2	4	3	3
20	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4
21	2	3	3	1	2	2	2	3	2	2	3	3	2	2	2	2
22	4	3	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3	4	3	3	3
23	4	4	3	3	3	4	4	4	4	4	3	3	3	3	4	4
24	4	4	4	3	4	3	2	4	4	4	3	3	4	4	3	3
25	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4
26	3	3	2	2	2	3	3	1	3	2	2	2	1	3	2	3
27	4	4	2	2	3	3	2	3	3	3	2	3	3	2	3	3
28	3	4	4	4	3	4	3	4	4	3	3	3	4	4	3	3
29	4	4	4	3	3	3	4	3	4	4	3	4	4	3	2	4
30	3	3	4	4	3	3	4	3	3	4	3	4	3	3	4	3

ESCALA VALORATIVA	
1	Pésimo
2	Deficiente
3	Regular
4	Bueno
5	Sobresaliente

DATA DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN N° 6, AL APLICAR EL MÉTODO DE POLYA A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO "A" DE SECUNDARIA, HUAMACHUCO PROVINCIA SÁNCHEZ CARRIÓN, AÑO 2017.

SESIÓN N° 6

N° de orden del estudiante	DIMENSIONES															
	Entender el problema				Configurar un plan				Ejecutar el plan				Mirar hacia atrás			
	Lee comprensivamente el enunciado	Distingue con propiedad los datos y la incógnita	Interpreta con sus propias palabras lo que se le plantea	Traza gráficos y/o esquemas para comprender el planteamiento	Propone estrategias heurísticas para hallar la solución	Plantea pasos secuenciales para llegar a la solución	Usa un modelo similar más simple	Elige el procedimiento	Busca y utiliza materiales que facilitan la solución	Realiza el procedimiento de solución	Utiliza un tiempo razonable para encontrar la solución	Comprueba los resultados con otros procesos	Lee nuevamente el problema y verifica tanto el requerimiento como la solución	Argumenta cada paso	Reconoce su capacidad resolutoria y aprende de sus errores, indicando claramente lo hallado	Apoya con respeto a sus compañeros
1	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4
2	4	4	3	4	4	4	3	3	3	4	4	4	3	3	3	4
3	4	4	4	3	4	3	4	4	4	4	3	4	4	4	3	3
4	4	4	2	2	3	2	3	3	2	2	4	3	3	3	2	3
5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3
6	4	3	3	3	2	4	3	3	4	3	2	4	2	4	3	3
7	3	4	4	4	3	3	4	4	4	4	3	3	3	4	3	4
8	4	4	3	3	4	4	3	3	3	3	4	4	4	3	2	4
9	4	4	4	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	4	3	4
10	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3
11	3	3	4	4	4	4	3	3	3	4	3	4	4	4	3	3
12	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	3	3
13	3	3	4	4	3	3	4	4	4	2	3	4	3	3	4	4
14	4	3	3	3	4	3	3	3	4	3	2	4	3	3	3	4

15	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4
16	3	4	3	4	3	3	4	3	4	2	3	4	4	3	3	3
17	4	4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	4	3	4	4	4
18	3	3	2	2	3	3	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2
19	4	3	3	3	4	4	2	2	4	3	3	3	3	3	2	2
20	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3
21	3	3	2	2	3	3	2	2	3	3	2	2	2	2	2	3
22	4	4	4	3	4	4	3	3	4	4	3	3	4	4	3	3
23	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
24	3	4	3	4	2	3	4	4	4	2	3	4	3	4	3	4
25	4	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4
26	3	3	2	2	3	3	2	2	2	2	3	3	2	3	3	1
27	4	4	2	2	2	2	4	3	2	3	4	3	2	2	3	3
28	3	4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	4	4	4	3	3
29	3	4	3	4	3	4	4	4	4	4	3	3	3	1	4	4
30	3	4	4	4	3	4	3	4	3	4	3	4	4	4	4	3

ESCALA VALORATIVA	
1	Pésimo
2	Deficiente
3	Regular
4	Bueno
5	Sobresaliente

DATA DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN N° 8, AL APLICAR EL MÉTODO DE POLYA A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO "A" DE SECUNDARIA, HUAMACHUCO PROVINCIA SÁNCHEZ CARRIÓN, AÑO 2017.

SESIÓN N° 8

N° de orden del estudiante	DIMENSIONES															
	Entender el problema				Configurar un plan				Ejecutar el plan				Mirar hacia atrás			
	Lee comprensivamente el enunciado	Distingue con propiedad los datos y la incógnita	Interpreta con sus propias palabras lo que se le plantea	Traza gráficos y/o esquemas para comprender el planteamiento	Propone estrategias heurísticas para hallar la solución	Plantea pasos secuenciales para llegar a la solución	Usa un modelo similar más simple	Elige el procedimiento	Busca y utiliza materiales que facilitan la solución	Realiza el procedimiento de solución	Utiliza un tiempo razonable para encontrar la solución	Comprueba los resultados con otros procesos	Lee nuevamente el problema y verifica tanto el requerimiento como la solución	Argumenta cada paso	Reconoce su capacidad resolutoria y aprende de sus errores, indicando claramente lo hallado	Apoya con respeto a sus compañeros
1	5	5	4	4	5	5	4	4	5	4	5	4	5	4	4	4
2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4
3	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	3
4	3	4	3	4	4	4	2	2	3	3	3	3	3	1	3	4
5	4	4	4	3	4	2	3	4	3	4	4	4	4	3	3	3
6	4	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	4
7	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4
8	4	4	4	3	4	4	3	3	4	4	4	3	4	4	3	3
9	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4
10	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4
11	3	3	4	4	3	4	3	4	4	3	3	3	4	3	3	3
12	3	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	3
13	3	4	3	4	3	4	4	4	3	4	4	4	3	3	4	4

14	3	4	3	4	3	4	3	4	4	2	3	4	4	2	3	4
15	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4
16	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	3
17	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	4	3
18	3	3	2	2	3	3	2	3	2	2	3	3	2	2	3	3
19	4	3	4	4	4	4	3	4	3	4	3	4	3	4	2	4
20	5	5	4	4	5	5	4	4	5	4	4	4	5	4	4	4
21	2	2	4	3	3	3	2	3	4	4	2	2	3	3	2	3
22	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	4	4
23	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
24	3	4	3	4	4	4	4	3	3	3	4	4	3	3	4	4
25	5	4	5	4	5	5	4	4	5	5	4	4	5	4	4	4
26	3	3	2	2	3	3	2	2	3	3	2	2	2	3	3	1
27	2	2	4	3	3	3	2	3	2	2	4	3	3	3	2	2
28	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4
29	3	4	3	4	4	3	3	3	4	4	3	3	4	4	3	3
30	4	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	4	3	4	4	4

ESCALA VALORATIVA	
1	Pésimo
2	Deficiente
3	Regular
4	Bueno
5	Sobresaliente

CALIFICATIVOS DEL POST TEST DE LA SECCIÓN 2° "A", SOBRE NÚMEROS RACIONALES, I.E. N° 80128

N°	APELLIDOS Y NOMBRES	FASE 1	FASE 2	FASE 3	FASE 4	PUNTOS	CALIFICATIVO	CALIF
1		8	6	8	6	28	17,5	18
2		6	6	6	6	24	15	15
3		6	8	6	8	28	17,5	18
4		5	4	4	4	17	10,625	11
5		6	6	5	6	23	14,375	14
6		5	6	5	4	20	12,5	13
7		7	6	7	6	26	16,25	16
8		6	6	5	6	23	14,375	14
9		6	8	6	4	24	15	15
10		5	8	7	4	24	15	15
11		6	6	5	6	23	14,375	14
12		7	6	7	4	24	15	15
13		5	6	6	6	23	14,375	14
14		5	4	5	6	20	12,5	13
15		7	6	5	6	24	15	15
16		7	4	5	6	22	13,75	14
17		6	8	5	6	25	15,625	16
18		5	4	5	2	16	10	10
19		4	6	4	6	20	12,5	13
20		8	6	8	6	28	17,5	18
21		5	4	5	2	16	10	10
22		5	6	5	6	22	13,75	14
23		7	8	4	6	25	15,625	16
24		5	6	5	6	22	13,75	14
25		8	6	7	6	27	16,875	17
26		5	4	5	2	16	10	10
27		5	4	5	4	18	11,25	11
28		6	8	6	4	24	15	15
29		7	6	7	4	24	15	15
30		7	6	7	4	24	15	15

CALIFICATIVOS DEL PRET TEST - SECCIÓN 2º "B", SOBRE NÚMEROS RACIONALES. I.E. N° 80128

N°	APELLIDOS Y NOMBRES	FASE 1	FASE 2	FASE 3	FASE 4	PUNTOS	CALIF	CALIF
1		4	0	3	4	11	6,875	7
2		3	0	4	4	11	6,875	7
3		3	2	5	2	12	7,5	8
4		3	4	5	4	16	10	10
5		7	6	4	2	19	11,875	12
6		4	6	5	6	21	13,125	13
7		4	6	4	4	18	11,25	11
8		4	4	4	4	16	10	10
9		5	6	5	4	20	12,5	13
10		2	4	4	2	12	7,5	8
11		5	4	3	6	18	11,25	11
12		4	2	4	2	12	7,5	8
13		4	4	5	4	17	10,625	11
14		3	4	5	4	16	10	10
15		3	4	3	2	12	7,5	8
16		3	6	5	2	16	10	10
17		6	6	5	2	19	11,875	12
18		4	6	4	4	18	11,25	11
19		4	2	6	4	16	10	10
20		5	6	6	4	21	13,125	13
21		3	8	4	2	17	10,625	11
22		3	6	2	6	17	10,625	11
23		4	6	5	4	19	11,875	12
24		4	4	5	2	15	9,375	9
25		3	6	4	2	15	9,375	9
26		2	0	0	2	4	2,5	3
27		3	4	3	2	12	7,5	8
28		7	6	3	2	18	11,25	11
29		2	4	4	6	16	10	10

**CALIFICATIVOS DEL POS TEST DE LA SECCIÓN 2° "B", SOBRE NÚMEROS RACIONALES.
I.E. N° 80128**

N°	APELLIDOS Y NOMBRES	FASE 1	FASE 2	FASE 3	FASE 4	PUNTOS	CALIF	CALIF
1		4	2	3	4	13	8,125	8
2		3	2	4	4	13	8,125	8
3		3	4	5	4	16	10	10
4		3	4	5	4	16	10	10
5		3	6	3	4	16	10	11
6		5	4	5	4	18	11,25	10
7		4	4	4	4	16	10	12
8		3	6	4	6	19	11,875	12
9		5	6	5	4	20	12,5	13
10		3	4	3	2	12	7,5	8
11		3	6	4	6	19	11,875	12
12		4	6	2	4	16	10	10
13		5	4	4	4	17	10,625	11
14		5	4	4	4	17	10,625	11
15		4	4	3	4	15	9,375	9
16		4	6	4	6	20	12,5	13
17		5	6	4	6	21	13,125	13
18		4	4	3	6	17	10,625	11
19		4	4	4	4	16	10	10
20		4	6	5	6	21	13,125	13
21		4	6	5	6	21	13,125	13
22		4	4	4	2	14	8,75	9
23		5	6	4	6	21	13,125	13
24		4	4	3	4	15	9,375	9
25		4	4	3	2	13	8,125	8
26		2	2	2	2	8	5	5
27		2	6	3	2	13	8,125	8
28		6	6	3	6	21	13,125	13
29		3	6	4	6	19	11,875	12



PROGRAMA DE SESIONES APLICANDO EL MÉTODO POLYA

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 1

TÍTULO DE LA SESIÓN: Descubrimos cómo resolver un problema

I. DATOS INFORMATIVOS

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : N° 80128 “Leoncio Prado Gutiérrez”
 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
 1.3. GRADO : Segundo
 1.4. SECCIÓN : “A”
 1.5. DURACIÓN : 90 min
 1.6. FECHA : 16/07/17
 1.7. DOCENTE RESPONSABLE : Rosario Janeth Monzón Acosta

II. PROPÓSITO DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	▪ Comprueba si la expresión numérica (modelo) planteada representó las condiciones del problema: datos, acciones y condiciones.
	Comunica su comprensión sobre el número y las operaciones.	▪ Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión e interpretación de un problema según su contexto. Usa este entendimiento para asociar o secuenciar operaciones.
	Usa estrategias y Procedimientos de estimación y cálculo.	▪ Selecciona y emplea estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con números naturales y simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	▪ Justifica que las fases del Método Polya favorecen estratégicamente la resolución de problemas.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

- La docente da la bienvenida a los estudiantes y comenta a los estudiantes que se ha utilizado la palabra problema sin haberse preocupado en definirla en el sentido en el que se quiere utilizarla en la presente sesión de aprendizaje. Este vocablo se ha empleado, de manera indiscriminada, para referirnos, muchas veces, a sencillos ejercicios de



repetición. La definición de problema ha pasado por diversas discusiones y ha ido evolucionando hacia otros conceptos que implican aspectos psicológicos y sociales.

- Luego, la docente pregunta a los estudiantes: ¿Qué entiendes por problema? ¿Qué es un ejercicio matemático?
- La docente explora el grado de conocimiento que tienen los estudiantes sobre las definiciones de problemas y ejercicios, cómo los abordan cada uno de ellos.
- A continuación, la docente, presenta un cartel.

Toma 9 cartulinas cuadrangulares y numéralas del 1 al 9. Ahora, distribúyelas en forma de una cuadrícula de 3 por 3, de tal modo que la suma de los 3 números de cada fila, columna o diagonal

- Plantea las siguientes preguntas:
 - Lo descrito en el cartel, ¿lo resolverías como problema (resolución no rutinaria) o como ejercicio (resolución rutinaria)?
 - ¿Qué estrategia emplearías en su resolución?
- La docente plantea que el propósito de la sesión es:
Aplicar el método de Jorge Pólya en la Resolución de Problemas.
- La docente comunica a los estudiantes que serán evaluados con una Guía de Observación para evaluar sus actitudes, manejada por la docente (Anexo 06) y una Ficha de Coevaluación para evaluar los desempeños de los integrantes de su grupo (Anexo 07), cuyos criterios a evaluar son:
 1. Emplea la lectura analítica como estrategia para resolver problemas sobre operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales. Diferencia un problema de un ejercicio.
 2. Indica cómo resolver un problema con las cuatro fases que propone Jorge Polya
 3. Reconoce en qué consiste cada fase de resolución de problemas de Polya
 4. Aplica el Método Polya en la resolución de problemas.
 5. Reconoce la utilidad del Método Polya en la Resolución de Problemas.Además, la docente aplica una Rúbrica de Resolución de Problemas para el logro del propósito (Anexo 08).

- Se organizan en equipos de 3 o 4 integrantes para realizar las actividades.
- Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad, garantizando un trabajo efectivo.
- Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes y se fomentan los espacios de diálogo y reflexión.

Desarrollo: (55 minutos)

- La docente presenta un video sobre la Biografía de Jorge Pólya, quien propuso las cuatro fases en la Resolución de Problemas.
- La docente entrega a cada grupo de estudiantes una hoja impresa donde se describe las cuatro fases propuestos por Pólya en la Resolución de Problemas. (Anexo 01)
- Los estudiantes dan lectura al impreso, comparten sus opiniones en parejas, y luego al interior del equipo.
- La docente explica el concepto de problema y ejercicio. Establecer una diferencia entre



ambos conceptos de modo que se establezca una definición clara de que para la solución de un problema hay que elegir una combinación de reglas previamente estudiadas.

- La docente inicia el desarrollo de la Actividad 1 (Anexo 02) titulada: “Antiguo acertijo numérico” con el aporte de los estudiantes. Para ello, utiliza las fases en la Resolución de Problemas de Pólya, presentadas en el Anexo 01:
 - **Entender el problema**
 - **Configurar un plan**
 - **Ejecutar el plan**
 - **Mirar hacia atrás**
- A continuación, los estudiantes desarrollan la Actividad 2 (Anexo 03).
- Al terminar de desarrollar la Actividad 2, los estudiantes socializan en plenaria sus respuestas contando con la coordinación de la docente.
- La docente precisa el siguiente concepto:

Problema es una situación que plantea una cuestión matemática, cuyo método de solución no es inmediatamente accesible al sujeto que intenta responderla, porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o los datos y la conclusión, por tanto, debe buscar, investigar, establecer relaciones, implicar sus efectos, etc., para hacer frente a la situación nueva.

Cierre: (20 minutos)

- La docente plantea las siguientes preguntas a los estudiantes (Anexo 05)
 - ¿Qué aprendí hoy?
 - ¿Qué sabía yo antes al respecto?
 - ¿En qué situaciones tuve dificultades?
 - ¿Cómo superé las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podré aplicar el Método Polya

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

Como actividad para su casa, la docente presenta una situación problemática donde se utilice en su resolución las cuatro fases de Pólya. Actividad 3 (Anexo 04).

Matemática futbolística

Un grupo de amigos participaron en campeonatos escolares. Roberto metió 6 goles durante el campeonato interescolar de fútbol del 2008 y 6 goles en el del 2011. En los años 2009 y 2010 no le fue tan bien, de modo que, durante los 4 años, que van del 2008 al 2011, hizo un total de 15 goles. Daniel hizo 14 goles el 2009 y la mitad el 2011. Su total, para los 4 años, fue de 21 goles. Julio metió tantos goles el 2010 como Daniel en los 4 años, pero, en las otras temporadas, no le fue mejor que a Daniel en el 2008. Entre los tres, el 2010 metieron 22 goles.

¿Cuántos goles hicieron el 2009 entre los tres?



V. EVALUACIÓN

CRITERIOS	EVIDENCIAS	INSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none">▪ Comprueba si la expresión numérica (modelo) planteada representó las condiciones del problema: datos, acciones y condiciones.	<p>- Resolución de situación problemática donde se utilice las cuatro fases de Polya.</p>	Ficha de Metacognición (Anexo 05)
<ul style="list-style-type: none">▪ Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión e interpretación de un problema según su contexto. Usa este entendimiento para asociar o secuenciar operaciones.		Guía de Observación (Anexo 06)
<ul style="list-style-type: none">▪ Selecciona y emplea estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con números naturales y simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada.		Ficha de Coevaluación (Anexo 07)
<ul style="list-style-type: none">▪ Justifica que las fases del Método Polya favorecen estratégicamente la resolución de problemas.		Rúbrica de resolución de problemas (Anexo 08)

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Fichas de Actividades.
- Cartel.
- Módulo de Resolución de Problemas “Resolvamos 1”, editorial El Comercio S.A. – Lima 2012
- Módulo de Resolución de Problemas “Resolvamos 2”, editorial El Comercio S.A. – Lima 2012
- Plumones para pizarra, lapiceros, hojas, cartulinas, papelotes, etc.

Huamachuco, julio 2017

DOCENTE RESPONSABLE



Anexo 01

¿Cómo resolver un problema?

Todos los días resuelves problemas en tu casa, en el colegio, en tus juegos, ...; pero muchas veces lo haces tanteando o por intuición. En esos casos, no usas una estrategia que te permita decidir, justificar o explicar el porqué de tu decisión.

La Matemática es mucho más que números, operaciones y fórmulas: Es un método que te ayuda a razonar mejor, a resolver problemas y a tomar decisiones en muchas actividades de tu vida diaria. Esta ciencia te brinda un conjunto de valiosas herramientas que puedes usar, no solo en la solución de problemas matemáticos escolares, sino también en situaciones que enfrentas a diario.

Ahora conocerás métodos para entender y enfrentar con éxito los problemas y te ejercitarás en la búsqueda de un método propio para resolverlos.

En la solución de problemas, existen varios esquemas que nos presentan el orden más adecuado para empezar a enfrentarse con situaciones novedosas. A continuación, citaremos el esquema de George Pólya, 1945.

1. Entender el problema
2. Configurar un plan
3. Ejecutar el plan
4. Mirar hacia atrás

- 1. Entender el problema:** En esta fase se debe identificar la incógnita, conocer los datos, identificar las condiciones, si son suficientes, si son necesarios o si son complementarios. Para ello, debe leer atentamente el problema. Si es posible, debe ser capaz de expresarlo con sus propias palabras, así no sea tan riguroso su lenguaje. Una buena estrategia es hacer que debe explicarse a otro lo que se está solicitando en el problema.

Estrategias para entender el problema:

- Lectura analítica
- Parafraseo
- Ejemplificación

- 2. Configurar un plan:** En la segunda fase se comienza a explorar la situación, se experimenta, se particulariza. Se empieza por lo fácil, hace fácil lo difícil. El plan es un conjunto de estrategias heurísticas que se seleccionan con la esperanza de que el problema llegue a ser resuelto.

Esta es una de las fases más importantes del proceso de solución, pues depende tanto de la base de conocimientos como de la calidad del pensamiento.

Diseñamos el plan haciendo preguntas. También es posible que identifiquemos la información relevante subrayando en el texto lo importante o preguntando: “¿Este dato a qué conclusión me puede hacer llegar?”. Luego podemos enumerar todas sus posibles respuestas a esta interrogante de las cuales elegiremos aquella o aquellas que nos sean útiles para la solución.

Estrategias para la acción:

- Busca una meta menor
- Particulariza
- Generaliza
- Tantea (ensayo y error)
- Trata de encontrar un patrón
- Razona hacia atrás
- Elige una notación adecuada
- Supón el problema resuelto
- Supón que no se puede resolver
- Modifica el problema
- Busca analogías con otros problemas
- Haz un diagrama
- Plantea una ecuación
- Haz una simulación
- Construye un modelo físico de la situación
- Descompón el problema en partes
- Haz una tabla
- Construye una lista sistemática



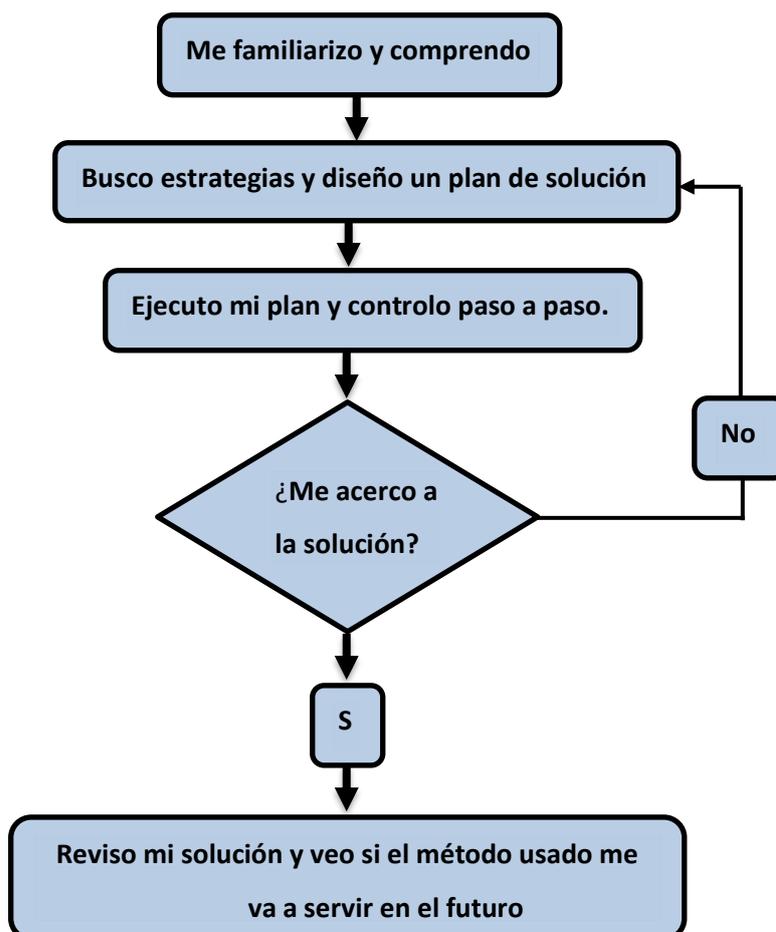
3. Ejecuta el plan: Cuando se decide qué estrategias utilizar, viene la fase de la ejecución del plan, que debe realizarse siempre en forma controlada, evaluando cada paso de su realización a fin de saber si el plan lo está acercando a la respuesta o lo está conduciendo a una situación compleja. Si lo lleva a la solución, pasará a la siguiente fase; de lo contrario, deberá repetir la fase dos. La actitud juega aquí un rol protagónico, conviene no desanimarse.

Es importante no abandonar una estrategia antes de revisar los diversos aspectos de ésta, sin perder de vista que existen otras que eventualmente podríamos utilizar.

4. Mirar hacia atrás: Cuando se ha obtenido una solución (no una respuesta, podría ver varias o ninguna), se ingresa a la cuarta fase, donde se efectúa una reflexión acerca del proceso ejecutado. Asimismo, se realiza una verificación de la solución, pudiendo modificarse el problema o generalizar los resultados.

Estrategias para la Reflexión:

- Controlar paso a paso lo que se hace
- Verificar y comparar la solución
- Ubicar los puntos difíciles
- Modificar las condiciones o los datos del problema y resolver uno nuevo
- Reflexionar sobre la naturaleza del problema general.





Actividad 1 - Anexo 02

Antiguo acertijo numérico

Toma nueve cartulinas cuadrangulares y numéralas del uno al nueve. Ahora, distribúyelas en forma de una cuadrícula de tres por tres, de tal modo que la suma de los tres números de cada fila, columna o diagonal sea 15. La figura 1 muestra un arreglo, en el cual la suma de cada fila y de cada columna es idéntica; pero las diagonales del cuadrado no cumplen con esta condición.

5	7	3
1	6	8
9	2	4

Fig. 1

1. Entender el problema

- 1) ¿Cuál es la incógnita?
- 2) ¿Cuál es la condición?

2. Configurar un plan

- 1) Observamos la cuadrícula, nos percatamos de que el número central debe ser utilizado, al menos, en cuatro grupos de números que sumen quince.
- 2) Una forma de resolver el problema puede ser elaborar una lista sistemática de tríos de números cuya suma es quince; luego, buscar el número que se utiliza en cuatro tríos, este número deberá ir al centro. Después buscaremos los números que se utilizan en dos tríos, y que deberán ir en una celda lateral. Iniciemos el desarrollo de nuestro plan.

3. Ejecutar el plan

- 1) Hagamos una lista de todas las ternas de números que suman 15:
- 2) Apreciamos que el número cinco aparece en cuatro ternas, por lo que debe estar en el centro del cuadrado.
Los dígitos 1, 3, 7 y 9 aparecen solo en dos ternas; entonces, no deben ocupar una esquina, sino una celda lateral cada uno.
Obviando las rotaciones o reflexiones, podemos rellenar el cuadrado como se muestra en la figura 2.



	1	
7	5	3
	9	

Fig. 2

- 3) Ahora, las celdas restantes son fácilmente llenadas. Por ejemplo, en la primera fila, los números de las esquinas deben sumar 14. Entre 2, 4, 6 y 8, los que cumplan con esta condición son 6 y 8; pero el 8 no puede ir sobre el 7, pues sumarían 15 en esta columna. Colocando este par de números, el resto se completa fácilmente. Tenemos entonces, el cuadro mágico de tres por tres (Fig. 3).

	1	
7	5	3
	9	

4. Mirar hacia atrás

- 1) Con el método utilizado, podemos afirmar que:

.....
.....
.....
.....

- 2) ¿Qué pasa si a cada número le sumamos la cantidad constante 4?

.....
.....
.....

- 3) ¿Y qué ocurre si multiplicamos a cada dígito por tres?

.....
.....
.....

- 4) ¿Este problema nos permite hacer diversas preguntas?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Actividad 2 – Anexo 03 La granja de Manuel

En el patio de su casa, Manuel cría gallinas y cuyes. Actualmente, tiene doce animales, si en total se encuentran 34 patas, ¿Cuántos cuyes hay en el corral?



1. Entender el problema

- 1) ¿Cuántos animales hay?
- 2) ¿Cuántas patas tienen las gallinas?
- 3) ¿Cuántas patas tienen los cuyes?
- 4) ¿Pueden ser gallinas todos los animales?

2. Configurar un plan

- 1) ¿Puedes hacer un dibujo que represente la situación?

3. Ejecutar el plan

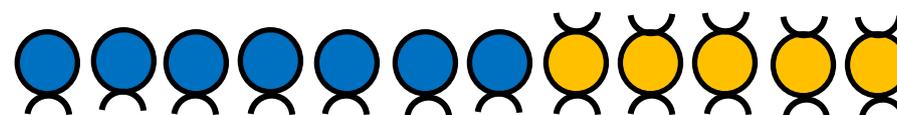
- 1) Cada círculo representa un animal. Entonces, los doce se representa así:



- 2) Imagina que todos son gallinas. Dibuja dos patas en cada círculo:



- 3) ¿Cuántas patas observas?
- 4) ¿Cuántas patas se cuentan en el patio de Manuel?
- 5) ¿Cuántas faltan?
- 6) ¿De cuántos cuyes serán estas patas?



- 7) ¿Cuántos cuyes y cuántas gallinas tienen Manuel?



4. Mirar hacia atrás

- 1) Comprueba tu respuesta, hay 12 animales y 34 patas:

.....
.....

- 2) ¿El gráfico te ayudó a resolver el problema?

.....
.....

- 3) ¿Hubieses hallado la respuesta si supones inicialmente que todos son cuyes? ¿Cómo?

.....
.....

- 4) ¿Con esta misma estrategia puedes resolver el siguiente problema?

En el estacionamiento de la escuela hay 30 vehículos, entre bicicletas y triciclos. En total se pueden contar 78 ruedas. ¿Cuántas bicicletas y cuántos triciclos hay?

.....
.....

¿Por qué?

.....
.....
.....
.....
.....
.....



Actividad 3 - Anexo 04

Matemática futbolística

Un grupo de amigos participaron en campeonatos escolares. Roberto metió 6 goles durante el campeonato interescolar de futbol del 2008 y 6 goles en el del 2011. En los años 2009 y 2010 no le fue tan bien, de modo que, durante los 4 años, que van del 2008 al 2011, hizo un total de 15 goles. Daniel hizo 14 goles el 2009 y la mitad el 2011. Su total, para los 4 años, fue de 21 goles. Julio metió tantos goles el 2010 como Daniel en los 4 años, pero, en las otras temporadas, no le fue mejor que a Daniel en el 2008. Entre los tres, el 2010 metieron 22 goles. ¿Cuántos goles hicieron el 2009 entre los tres?



1. Entender el problema

1) ¿Acerca de cuántos estudiantes te da información el texto? Nómbralos

.....
.....
.....
.....
.....

2) ¿Qué es lo que ellos hacen?

.....
.....
.....
.....

3) ¿Desde qué año te da información sobre los goles? ¿Y hasta qué año?

.....
.....
.....
.....

4) ¿Qué es lo que debes encontrar?

.....
.....
.....

2. Configurar un plan

1) El texto te da información de los goles hechos en cada temporada. Toma como ejemplo un año e indica los goles realizados por los amigos

.....
.....
.....

2) Cómo consideras que se debería organizar la información de los amigos en todos los años?

- a. En un diagrama de Venn
 - b. En una tabla de doble entrada
 - c. Elaborando una lista por año o por amigo
- ¿Por qué?

.....
.....
.....



3. Ejecutar el plan

1) Organiza la información en la tabla y contesta las preguntas:

Año					
Amigos					
Roberto					
Daniel					
Julio					
TOTAL					

a. ¿De quienes se sabe, exactamente, cuántos goles anotaron y en qué año?

.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....

b. ¿De qué año o de quienes tienes el total de goles?

.....
.....
.....

e. ¿Cuántos goles metieron, entre los tres, el 2009?

.....
.....

c. ¿Hay ceros en la tabla?

.....
.....
.....

2) ¿A qué se refiere la historia cuando dice: “Julio metió tantos goles como Daniel en los cuatro años”?

.....
.....
.....

d. ¿Hay alguna información que relacione a dos jugadores?
¿Qué dice?

.....

3) ¿A qué nos referimos cuando se dice: “pero, en las otras temporadas, no le fue mejor que a Daniel en el 2008”?

.....
.....

4. Mirar hacia atrás

1) ¿Crees que una tabla es la mejor forma de organizar la información?
..... ¿Por qué?

.....

2) ¿Cuáles son las pistas más fáciles de entender? ¿Por qué?

.....
.....

3) ¿En qué otros problemas puedes utilizar una tabla de doble entrada?

.....
.....
.....



FICHA DE METACOGNICIÓN - Anexo 05

ÁREA:

Tema:

.....

.....

¿Qué aprendí hoy?

Alumno(a):

.....

Grado y sección:

Fecha.....

¿Qué sabía yo antes al respecto?

YO

¿En qué situaciones tuviste dificultades?

¿Cómo superaste las dificultades presentadas?

¿En qué otras situaciones podré aplicar el
Método de Polya?



GUÍA DE OBSERVACIÓN – Anexo 06

Área:

Tema:

Ciclo:

Grado:

Fecha:

ACTITUDES	N° DE ORDEN																									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
- Participa activamente																										
- Se adapta a los acuerdos de trabajo																										
- Participa en los trabajos colectivos																										
- Es perseverante en su aprendizaje																										
COMENTARIO:																										
.....																										
.....																										

ACTITUDES	N° DE ORDEN				
	2	27	28	29	30
- Participa activamente					
- Se adapta a los acuerdos de trabajo					
- Participa en los trabajos colectivos					
- Es perseverante en su aprendizaje					
COMENTARIO:					
.....					
.....					
.....					
.....					



COEVALUACIÓN – Anexo 07

Grupo evaluado:

Área: Grado:

Fecha: Calificativo del grupo:

Estudiante evaluador:

CRITERIOS

1. Diferencia un problema de un ejercicio.
2. Indica cómo resolver un problema con las cuatro fases que propone Jorge Polya
3. Reconoce en qué consiste cada fase de resolución de problemas de Polya
4. Aplica el Método Polya en la resolución de problemas.
5. Reconoce la utilidad del Método Polya en la Resolución de Problemas.

INTEGRANTES DE GRUPO	CRITERIOS					PUNTAJE
	1	2	3	4	5	

ESCALA DE EVALUACIÓN

LOGRADO = A (4) PTOS.

EN PROCESO = B (3) PTOS.

EN INICIO = C (2) PTOS.



RÚBRICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS - Anexo 08

Criterios	En inicio (2 puntos)	En proceso (3 puntos)	Logro esperado (4 puntos)	Logro destacado (5 puntos)
Entender el problema	No comprende la situación. Por ejemplo, lee el problema, pero no logra explicar la situación. Solo identifican datos o información que está explícita en el texto. Por ejemplo, la pregunta.	Alcanza una comprensión parcial de la situación. Por ejemplo, comprende algunas de las situaciones o condiciones, pero no lo que se pide hallar. Sólo representa algunos datos o condiciones del problema.	Explica el problema con sus propias palabras, explica lo que pide el problema.	Además de lo anterior, usa una adecuada representación de las condiciones o incógnitas.
Configurar un plan	No selecciona la estrategia adecuada para resolver un problema.	Selecciona una estrategia que atiende parcialmente a la situación por lo que podría no llegar a la respuesta correcta.	Selecciona una estrategia adecuada para resolver la situación.	Seleccionada una o más estrategias que le permite resolver la situación y puede argumentar por qué.
Ejecutar el plan	No aplica ninguna estrategia o ésta presenta errores conceptuales o errores de cálculo graves. Por ejemplo, confunde potencia con multiplicación.	Aplica la estrategia de resolución, pero presenta algunos errores en su ejecución.	Aplica la estrategia, desarrolla la situación, llega a la respuesta, puede explicar por qué.	Aplica la estrategia eficientemente. Verifica cada paso que da en su proceso de ejecución. Puede sustentar paso a paso.
Mirar hacia atrás	No reflexiona sobre su proceso de solución.	Se evidencia una reflexión parcial.	Reflexiona sobre sus procesos de solución y lo justifica.	Además de lo anterior, busca otras situaciones en las que podría usar dicha estrategia o noción aprendida.



GRADO Y SECCIÓN: **DOCENTE RESPONSABLE:**

EQUIPO:

CRITERIOS ESTUDIANTES	ENTENDER EL PROBLEMA				CONFIGURAR UN PLAN				EJECUTAR EL PLAN				MIRAR HACIA ATRÁS				TOTAL
	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	



PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 2

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Los proyectos mejoran nuestra comunidad”

I. DATOS INFORMATIVOS

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : N° 80128 “Leoncio Prado Gutiérrez”
 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
 1.3. GRADO : Segundo
 1.4. SECCIÓN : “A”
 1.5. DURACIÓN : 90 min
 1.6. FECHA : 22/07/17
 1.7. DOCENTE RESPONSABLE : Rosario Janeth Monzón Acosta

II. PROPÓSITO DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Traduce cantidades a expresiones numéricas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Establece relaciones entre datos, transforma expresiones numéricas que influyen a expresiones fraccionarias o decimales.
	Comunica su comprensión sobre los números y sus operaciones	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las expresiones fraccionarias.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y decimales.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (10 minutos)

- La docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo.
- La docente plantea las siguientes rutas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos de convivencia y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Inciden en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de dialogo y de reflexión.
- La docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
Establecer relaciones entre datos y expresarlas a expresiones numéricas que incluyen expresiones fraccionarias, expresando su comprensión sobre las propiedades y empleando estrategias de cálculo y procedimientos.
- La docente comunica a los estudiantes que serán evaluados con una Lista de Cotejo



(Anexo 04), manejada por la docente. Señalando los criterios dónde se priorizará para el logro del propósito:

- ✓ Identifica el todo y sus partes
- ✓ Representa mediante fracciones una parte de un todo y lo gráfica.
- ✓ Halla e interpreta la parte o fracción de un todo.
- ✓ Utiliza las fases de resolución de problemas de Polya.

Además, la docente aplica una Rúbrica de Resolución de Problemas para el logro del propósito (Anexo 05).

Desarrollo: (70 minutos)

APRENDEMOS

- La docente explica cómo está estructurada la primera sección de la Ficha de Trabajo (Anexo 01).
 - Se presenta una situación problemática relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de Resolución de problemas de Pólya: **Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan y Mirar hacia atrás.**
- La docente presenta a los estudiantes el título de la sección Aprendemos.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación **problemática**; luego, la de dos o tres estudiantes que escriban con sus propias palabras lo que han entendido.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de Resolución de problemas de Polya, la docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación de la docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Entender el problema**:
 - ¿Qué nos dice la situación planteada?
 - ¿Qué te pide resolver?
 - ¿Con qué datos cuentas para resolver el problema?
 - ¿Cómo se interpreta las partes o la fracción de un todo? (Puedes usar ejemplos numéricos)
 2. Con la mediación de la docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Configurar el plan**.
 - ¿Qué estrategia te sirven para resolver el problema? Explica tu respuesta.
 3. Con la mediación de la docente, los estudiantes desarrollarán las estrategias de la fase **Ejecutar el plan**:
 - Inicia el plan elegido, responde: ¿Cuánto es el total de la inversión que la municipalidad Libertena mencionada ha destinado para sus proyectos?
 - ¿Qué representaría este valor?
 - Si el total representa el todo, ¿Cómo representamos la parte del dinero que se destinó cada uno de los proyectos mencionados?
 - Para saber cuánto más se utiliza en el Proyecto Cuidando la Salud que en el Proyecto Construcción de Losa Deportiva, aplica la operación apropiada.



4. Con la mediación de la docente, responderán las preguntas de la fase **Mirar hacia atrás**.

- ¿Cómo podrías resolver la situación sin necesidad de emplear operaciones con fracciones?
 - Describe la estrategia que seleccionaste para resolver la situación.
- Durante el desarrollo de esta situación propuesta la docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para responder las preguntas y dar solución a la situación problemática, la docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación problemática y se pregunta ¿De qué trata el problema y qué pide resolver?
- La docente indica que se trata de los presupuestos que destina la municipalidad para la implementación de proyectos y solicita determinar la fracción de dinero destinado a cada uno de ellos.
- Como estrategia se ha previsto identificar el todo y sus partes. Para ello, suma la inversión de todos los proyectos con la finalidad de saber el gasto total.
$$S/ 12\ 000 + S/ 16\ 000 + S/ 20\ 000 + S/ 12\ 000 + S/ 15\ 000 + S/ 25\ 000 = S/ 100\ 000$$
- Para saber la fracción de dinero que se utilizó en cada uno de los proyectos, se representa de la siguiente manera.
Proyecto áreas verdes: $12\ 000/100\ 000 = 3/25$
Proyecto cuidando la salud: $16\ 000/100\ 000 = 4/25$
- La docente o un estudiante voluntario calcula las demás fracciones en la pizarra. Además, para saber qué fracción de más se utiliza en el Proyecto Cuidando la Salud con relación al Proyecto Construcción de la Losa Deportiva, se aplicará la diferencia: $4/25 - 3/25 = 1/25$.

ANALIZAMOS

- La docente indica que la sección Analizamos de la Ficha de Trabajo será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- La docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada.
 - ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?
 - Describe el procedimiento realizado en la solución del problema.
 - ¿Habrá otra forma de resolver la situación propuesta? Explícala
- Durante el análisis de la situación propuesta, la docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual y absuelve las preguntas de los estudiantes; si el caso amerita, procede a realizar la retroalimentación.



PRACTICAMOS

- La docente indica que las situaciones planteadas en la sección Practicamos (Anexo 02) se organizan por colores (verde, amarillo y azul) Estas serán resueltas por cada estudiante.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Número de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde	1, 2		2	1
Amarillo	3, 4		4	3
Azul	5, 6	5, 6		

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo al equipo que les corresponda, se reitera que deben utilizar las fases de resolución de problemas de Pólya propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- La docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes

Cierre: (10 minutos)

- La docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas (Anexo 03):
 - ¿Qué aprendí hoy?
 - ¿Qué sabía yo antes al respecto?
 - ¿En qué situaciones tuve dificultades?
 - ¿Cómo superé las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podré aplicar las estrategias de la presente sesión?

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- La docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección Practicamos de la siguiente manera:

Color de preguntas	Número de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde	1, 2	1		2
Amarillo	3, 4	3		4
Azul	5, 6		5, 6	



V. EVALUACIÓN:

CRITERIOS	EVIDENCIAS	INSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Establece relaciones entre datos, transforma expresiones numéricas que influyen a expresiones fraccionarias o decimales. 	- Análisis del procedimiento y resolución de la situación B.	Ficha de Metacognición (Anexo 03)
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las expresiones fraccionarias. 	- Situaciones propuestas en la sección Practicamos	Lista de cotejo (Anexo 04)
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y decimales. 		Rúbrica de Resolución de Problemas (Anexo 05)

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Ministerio de educación 2017 Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática secundaria 2. Lima: Autor
- MINEDU, Ministerio de Educación. Fascículo Rutas del Aprendizaje de Matemática ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII, (2015) Lima: Corporación Gráfica Navarrete.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, plumones de pizarra, Ficha de trabajo de Matemática, etc.

Huamachuco, julio 2017


 DOCENTE RESPONSABLE



Ficha de trabajo – Anexo 01

APRENDEMOS

LOS PROYECTOS MEJORAN NUESTRA COMUNIDAD

Las municipalidades distritales reciben partidas de dinero para financiar proyectos en bien de la Comunidad. La municipalidad de un Distrito Liberteano ha destinado esta partida para la implementación de los siguientes proyectos:

Proyecto Áreas verdes: S/ 12 000

Proyecto Cuidando la Salud: S/ 16 000

Proyecto Mejoro mi barrio: S/ 20 000

Proyecto Construcción de Loza Deportiva: S/ 12 000

Proyecto Leo para aprender: S/ 15 000

Otros proyectos: S/ 25 000

Responde:

1. ¿Qué fracción del dinero se ha destinado a cada uno de los proyectos mencionados?
2. ¿Qué parte o fracción del dinero se va a utilizar en el Proyecto Cuidando la Salud más que en el Proyecto Construcción de Loza Deportiva?

Entender el problema

1. ¿Qué nos dice la situación planteada?
2. ¿Qué te pide resolver?
3. ¿Con qué datos cuentas para resolver el problema?
4. ¿Cómo se interpreta las partes o la fracción de un todo? (Puedes usar ejemplos numéricos)

Configurar un plan.

1. ¿Qué estrategia te sirven para resolver el problema? Explica tu respuesta.
 - a) El ensayo error
 - b) Identificar el todo y sus partes
 - c) Plantear una ecuación



Ejecutar el plan:

1. Inicia el plan elegido, responde:
¿Cuánto es el total de la inversión que la municipalidad Libertense mencionada ha destinado para sus proyectos?
2. ¿Qué representaría este valor?
3. Si el total representa el todo, ¿Cómo representamos la parte del dinero que se destinó cada uno de los proyectos mencionados?
4. Para saber cuánto más se utiliza en el proyecto cuidando la salud que en el proyecto construcción de loza deportiva, aplica la operación apropiada.

Mirar hacia atrás.

1. ¿Cómo podrías resolver la situación sin necesidad de emplear operaciones con fracciones?
2. Describe la estrategia que seleccionaste para resolver la situación.

ANALIZAMOS

Situación A

Tres amigos se asocian para montar un negocio de comida. Alberto aporta $\frac{1}{6}$ del capital; Bertha, $\frac{2}{5}$ del mismo capital; y César, el resto del capital. ¿qué fracción del capital aportó César más que Bertha?

Resolución

Representamos los datos mediante gráficos:

Aporte de Alberto:

$\frac{1}{6}$ del total



Aporte de Bertha:

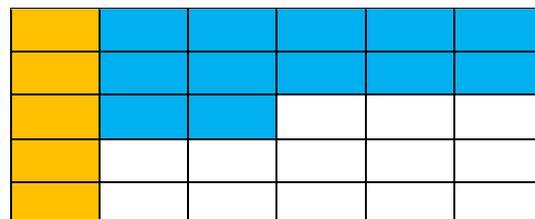
$\frac{2}{5}$ del total



Luego, si juntamos los gráficos, se tiene

que ambos han aportado: $\frac{1}{6} + \frac{2}{5} = \frac{5+12}{30} =$

$\frac{17}{30}$



Entonces César aportó lo que faltaría

para completar la unidad, es decir, $\frac{13}{30}$.



El aporte de Bertha es $\frac{2}{5}$, lo que equivale

a $\frac{12}{30}$

Finalmente, la diferencia entre el aporte

de César y Bertha es $\frac{13}{30} - \frac{12}{30} = \frac{1}{30}$

Respuesta: César aportó $\frac{1}{30}$ del capital

más que Bertha.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución del problema.

3. ¿Habrá otra forma de resolver la situación propuesta? Explícala

Situación B

Un bus interprovincial demora tres horas para ir de Lima a Barranca. Si en la primera hora recorre $\frac{1}{3}$ del camino y en la segunda hora recorre $\frac{3}{10}$, ¿Qué parte del camino deberá recorrer en la tercera hora para llegar en el tiempo establecido?

Resolución:

Se interpreta que en cada hora recorre un tramo.

El primer tramo recorrió $\frac{1}{3}$

El segundo tramo recorrió $\frac{3}{10}$

El tercer tramo le falta X

Planteamos una ecuación:

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{10} + X = 1 \Rightarrow \frac{10+9}{30} + X = 1$$

$$\frac{19}{30} + X = 1 \Rightarrow X = 1 - \frac{19}{30} \Rightarrow X = \frac{30}{30} - \frac{19}{30} = \frac{11}{30}$$

Respuesta: la tercera hora deberá recorrer $\frac{11}{30}$

1. ¿Por qué la sumatoria de los tres tramos se iguala a 1? Justifica tu respuesta.

2. ¿Cómo llegarías a comprobar si la respuesta es correcta?



PRACTICAMOS – Anexo 02

Abel gana mensualmente S/ 2 400. Sus gastos y el de su familia se da de la siguiente manera: En alimentación, S/ 760; pago de servicios, S/ 300; teléfono celular, S/ 120; pago de estudios, S/ 900; recreación de la familia, S/ 120, y el resto lo ahorra.

1. ¿Qué parte de su sueldo lo destina para alimentación?

- a) $\frac{3}{24}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{4}$

2. ¿Qué fracción de su sueldo ahorra?

- a) $\frac{2}{20}$ b) $\frac{3}{24}$ c) $\frac{1}{20}$ d) $\frac{6}{24}$

Ángel y Daniel aportaron dinero para amontar un negocio. Ángel aportó S/ 17 564.30 y Daniel aportó el resto del dinero. Si Ángel dio S/ 4 874.50, más que Daniel.

3. ¿Cuánto dinero reunieron para hacer el negocio?

- a) S/ 22 438.80 b) S/ 30 254.10 c) S/ 35 128.60 d) S/ 12 789.80

4. Expresa los procesos para saber el aporte de Daniel

5. Laura compró $2\frac{3}{4}$ Kg de arroz y los colocó en bolsas de $\frac{1}{4}$ Kg. ¿cuántas bolsas obtuvo con esa cantidad de arroz?

- a) $2\frac{1}{2}$ bolsas b) 3 bolsas c) 4 bolsas d) 11 bolsas

6. Un agricultor planta $\frac{1}{4}$ de su terreno con zahorias, $\frac{2}{5}$ lo cultiva con lechugas y el resto, con tomates ¿En qué parte del terreno plantó tomates?

- a) $\frac{7}{20}$ b) $\frac{3}{9}$ c) $\frac{6}{9}$ d) $\frac{13}{20}$



FICHA DE METACOGNICIÓN - Anexo 03

ÁREA:

Tema:

.....

¿Qué aprendí hoy?

Alumno(a):

.....

Grado y sección:

Fecha:

¿Qué sabía yo antes al respecto?

YO

¿En qué situaciones tuviste dificultades?

¿Cómo superaste las dificultades presentadas?

¿En qué otras situaciones podré aplicar las estrategias de la presente sesión?



LISTA DE COTEJO – Anexo 04

GRADO Y SECCIÓN: SEGUNDO - “A”

DOCENTE RESPONSABLE: Rosario J. Monzón Acosta

N° ESTUDIANTES	Identifica el todo y sus partes		Representa mediante fracciones una parte de un todo y lo gráfica.		Halla e interpreta la parte o fracción de un todo.		Utiliza las fases de resolución de problemas de Polya.	
	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
01								
02								
03								
04								
05								
06								
07								
08								
09								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								



RÚBRICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS - Anexo 05

Criterios	En inicio (2 puntos)	En proceso (3 puntos)	Logro esperado (4 puntos)	Logro destacado (5 puntos)
Entender el problema	No comprende la situación. Por ejemplo, lee el problema, pero no logra explicar la situación. Solo identifican datos o información que está explícita en el texto. Por ejemplo, la pregunta.	Alcanza una comprensión parcial de la situación. Por ejemplo, comprende algunas de las situaciones o condiciones, pero no lo que se pide hallar. Sólo representa algunos datos o condiciones del problema.	Explica el problema con sus propias palabras, explica lo que pide el problema.	Además de lo anterior, usa una adecuada representación de las condiciones o incógnitas.
Configurar un plan	No selecciona la estrategia adecuada para resolver un problema.	Selecciona una estrategia que atiende parcialmente a la situación por lo que podría no llegar a la respuesta correcta.	Selecciona una estrategia adecuada para resolver la situación.	Seleccionada una o más estrategias que le permite resolver la situación y puede argumentar por qué.
Ejecutar el plan	No aplica ninguna estrategia o ésta presenta errores conceptuales o errores de cálculo graves. Por ejemplo, confunde potencia con multiplicación.	Aplica la estrategia de resolución, pero presenta algunos errores en su ejecución.	Aplica la estrategia, desarrolla la situación, llega a la respuesta, puede explicar por qué.	Aplica la estrategia eficientemente. Verifica cada paso que da en su proceso de ejecución. Puede sustentar paso a paso.
Mirar hacia atrás	No reflexiona sobre su proceso de solución.	Se evidencia una reflexión parcial.	Reflexiona sobre sus procesos de solución y lo justifica.	Además de lo anterior, busca otras situaciones en las que podría usar dicha estrategia o noción aprendida.



GRADO Y SECCIÓN: **DOCENTE RESPONSABLE:**
EQUIPO:

CRITERIOS ESTUDIANTES	ENTENDER EL PROBLEMA				CONFIGURAR UN PLAN				EJECUTAR EL PLAN				MIRAR HACIA ATRÁS				TOTAL	
	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5		



PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 3

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Vayamos por partes”

I. DATOS INFORMATIVOS

1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA	: N° 80128 “Leoncio Prado Gutiérrez”
1.2. ÁREA	: MATEMÁTICA
1.3. GRADO	: Segundo
1.4. SECCIÓN	: “A”
1.5. DURACIÓN	: 90 min
1.6. FECHA	: 23/07/17
1.7. DOCENTE RESPONSABLE	: Rosario Janeth Monzón Acosta

II. PROPÓSITO DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de ganar, perder, comparar e igualar cantidades. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones de adición, sustracción, multiplicación con expresiones fraccionarias. Expresa los datos en unidades monetarias.
	Comunica su comprensión sobre el número y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión de la fracción como razón, operador, parte-todo para interpretar un problema según su contexto y estableciendo relaciones entre representaciones.
	Usa estrategias y Procedimientos de estimación y cálculo.	<p>Selecciona, emplea y combina estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias y porcentuales, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada.</p> <p>Emplea estrategias heurísticas y procedimientos al operar o simplificar fracciones.</p>

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (10 minutos)

- La docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo.
- La docente plantea las siguientes rutas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos de convivencia y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.



- Inciden en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de dialogo y de reflexión.
- La docente comunica el propósito de la sesión:
Relacionar datos, transformarlo a expresiones numéricas y representarlos en fracciones como razón, operador, parte-todo para interpretar y resolver problemas de operaciones con números, fracciones y porcentajes.
- La docente comunica a los estudiantes que serán evaluados con una Ficha de Autoevaluación y Coevaluación, manejada por la docente. (Anexo 04)
Además, la docente aplica una Rúbrica de Resolución de Problemas para el logro del propósito (Anexo 05).

III. Desarrollo: (70 minutos)

APRENDEMOS

- La docente explica cómo está estructurada la primera sección de la Ficha de Trabajo (Anexo 01).
 - Se presenta una situación problemática relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de Resolución de problemas de Polya: **Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan y Mirar hacia atrás.**
- La docente presenta a los estudiantes el título de la sección Aprendemos.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación problemática; luego la de dos o tres estudiantes que escriban con sus propias palabras lo que han entendido.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de Resolución de problemas de Polya, la docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
- 1. Con la mediación de la docente los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Entender el problema:**
 - ¿Qué ha hecho el señor Cárdenas con su sueldo?
 - ¿Qué es lo que varía en el tiempo?
 - ¿Qué es lo que te piden?
 - ¿Todos los datos numéricos sirven para resolver este problema?
- 2. Con la mediación de la docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Configurar un plan:**
 - ¿Con qué tipo de diagrama puedes representar los repartos del Sr. Cárdenas?
- 3. Con la mediación de la docente, los estudiantes desarrollarán las estrategias de la fase **Ejecutar el plan:**

Al desarrollar la tarea se pone énfasis en la identificación del proceso de cambio de una magnitud. Tal identificación lleva la representación de los cambios sufridos por esta cantidad mediante un diagrama de tiras.

Se propone hacer un diagrama de tiras que represente el sueldo de Arturo.

 - Si esta tira representa el sueldo del Sr. Cárdenas, sombre lo que él le dio a su esposa.
 - Dibuja una tira debajo de lo que falta por repetir. ¿Qué parte dedicó Cárdenas a los libros de relatos? Sombrea esa parte.
 - La parte no sombreada corresponde a la cantidad que le quedó al Sr. Cárdenas. ¿Cuántos nuevos soles representa la parte no sombreada?



- Completa el diagrama con los números adecuados.
 - ¿Cuánto es el sueldo mensual del Sr. Cárdenas?
4. Con la mediación de la docente, responderán las preguntas de la fase Mirar hacia atrás:
- ¿Cómo puedes comprobar que tu resultado es correcto?
 - Aquí se ha utilizado un diagrama de tiras, con el cual se representaron los dos estados del problema: primero el reparto a la esposa, y luego, el gasto en los libros. Este método es muy útil para resolver problemas aritméticos. A continuación, completa la solución de un problema similar al estudiado.
 - Durante el desarrollo de esta sección la docente acompaña a los equipos de trabajo respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.

ANALIZAMOS

- La docente indica que la sección Analizamos de la Ficha de Trabajo será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- La docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.Se aclara que los problemas refieren fracciones expresadas de distintas maneras:
Fracción como parte todo
En donde el todo es la unidad que se ha dividido en partes iguales.
Fracción como razón
Es una comparación entre dos cantidades de diferentes magnitudes. Estas comparaciones pueden ser parte- parte o parte- todo.
Fracción como operador
La fracción a/b empleada como operador es el número que modifica un valor particular “n” multiplicándolo por “a” y dividiéndolo por “b”.
- Durante el análisis de la situación propuesta, la docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, la docente realiza la retroalimentación.

PRACTICAMOS

- La docente indica que las situaciones planteadas en la sección Practicamos (Anexo 02), serán resueltas por cada equipo de trabajo. Se reitera que deben utilizar las fases de Polya, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- La docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

IV Cierre: (10 minutos)

- La docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas (Anexo 03):
 - ¿Qué aprendí hoy?
 - ¿Qué sabía yo antes al respecto?
 - ¿En qué situaciones tuve dificultades?
 - ¿Cómo superé las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podré aplicar las estrategias de la presente sesión?

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- La docente solicita a los estudiantes de cada equipo a desarrollar la situación B.



V. EVALUACIÓN:

CRITERIOS	EVIDENCIAS	INSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Establece relaciones entre datos y acciones de ganar, perder, comparar e igualar cantidades. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones de adición, sustracción, multiplicación con expresiones fraccionarias. Expresa los datos en unidades monetarias. 	<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de la situación B. - Situaciones propuestas en la sección Practicamos. 	Ficha de Metacognición (Anexo 03)
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión de la fracción como razón, operador, parte-todo para interpretar un problema según su contexto y estableciendo relaciones entre representaciones. 		Ficha de Autoevaluación y Coevaluación (Anexo 04)
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selecciona, emplea y combina estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias y porcentuales, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada. ▪ Emplea estrategias heurísticas y procedimientos al operar o simplificar fracciones. 		Rúbrica de Resolución de Problemas (Anexo 05)

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Ministerio de educación 2012. Módulo de Resolución de Problemas - Resolvamos 1. Manual para el docente. 2do Grado de Educación Secundaria.
- Ministerio de Educación 2016. Cuaderno de Reforzamiento Pedagógico – JEC. Matemática Secundaria 1. Lima.
- MINEDU, Ministerio de Educación. Fascículo Rutas del Aprendizaje de Matemática ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII, (2015) Lima: Corporación Gráfica Navarrete.
- Plumones de colores, cartulinas, papelotes, cinta masking tape, pizarra, plumones de pizarra, Ficha de trabajo de Matemática, etc.

Huamachuco, julio 2017

 DOCENTE RESPONSABLE



Ficha de trabajo (Anexo 01)

APRENDEMOS

VAYAMOS POR PARTES

El Sr. Arturo Cárdenas trabaja para una empresa agrícola. Después de cobrar su sueldo mensual, fue a su casa y le dio $\frac{2}{5}$ de su sueldo a su esposa; luego salió en la tarde y gastó la mitad del resto en ocho libros de relatos para sus hijos. Ahora le quedan S/ 300.

¿Cuánto es el sueldo mensual del Sr. Cárdenas?



Entender el problema

¿Qué ha hecho el señor Cárdenas con su sueldo? -----

¿Qué es lo que varía en el tiempo? -----

¿Qué es lo que te piden? -----

¿To Todos los datos numéricos sirven para resolver este problema? -----

Configurar un plan.

¿Con qué tipo de diagrama puedes representar los repartos del Sr. Cárdenas?

- a) Diagrama de Venn b) Diagrama de tiras c) Tabla de doble entrada

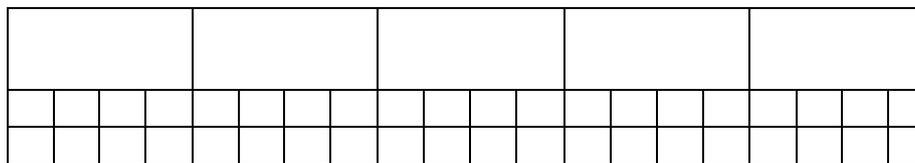


Ejecutar el plan:

Si esta tira representa el sueldo del Sr. Cárdenas, sobre lo que él le dio a su esposa.

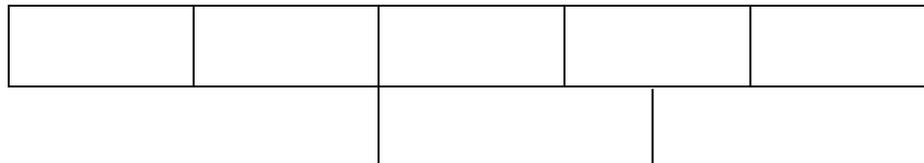


Dibuja una tira debajo de lo que falta por repetir. ¿Qué parte dedicó Cárdenas a los libros de relatos? Sombrea es parte.



La parte no sombreada corresponde a la cantidad que le quedó al Sr. Cárdenas. ¿Cuántos nuevos soles representa la parte no sombreada?

Completa el diagrama con los números adecuados.



¿Cuánto es el sueldo mensual del Sr. Cárdenas?

Mirar hacia atrás.

¿Cómo puedes comprobar que tu resultado es correcto?

Aquí se ha utilizado un diagrama de tiras, con el cual se representaron los dos estados del problema: primero el reparto a la esposa, y luego, el gasto en los libros. Este método es muy útil para resolver problemas aritméticos. A continuación, completa la solución de un problema similar al estudiado.



Problema: La Srta. Micaela Huamán ingresó a un restaurante, gastó la mitad de lo que tenía y dejó S/ 3 de propina. Luego visitó una heladería, allí gastó la mitad de lo que le quedaba y dejó S/ 2 de propina. Al salir, contó lo que le sobraba: S/ 20. ¿cuánto dinero tenía inicialmente?

Solución:

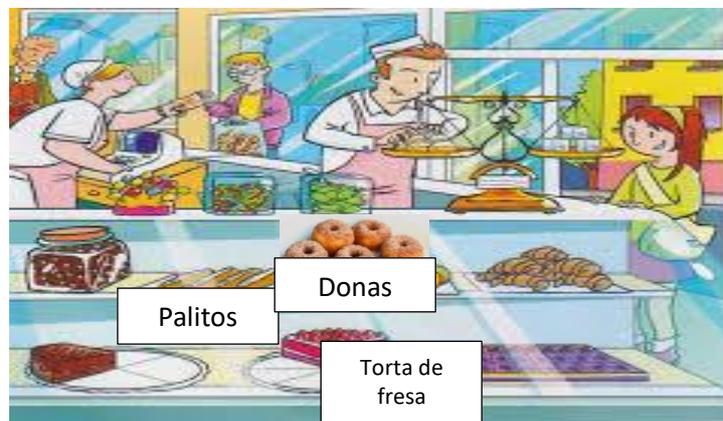
	3	
--	---	--

	2	
--	---	--

ANALIZAMOS

Situación A:

LA PANADERIA “EL AMANECER”



A partir de la imagen mostrada responde las siguientes preguntas:

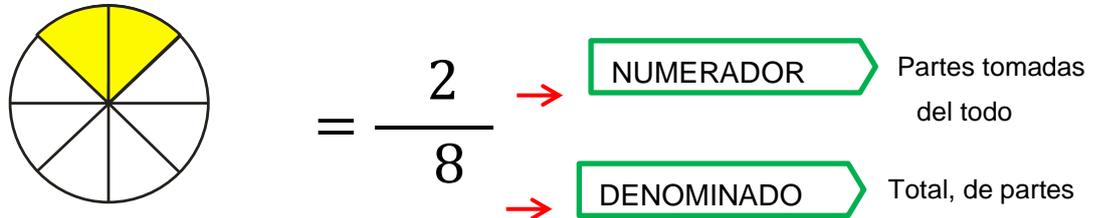
1. ¿Qué productos observamos?
Torta de fresa, donas, panes, dulces, etc.
2. ¿Cómo representarías las porciones de torta de fresa que queda en el mostrador?



Resolución:

• **FRACCIÓN COMO PARTE-TODO**

En donde el todo es la unidad que se ha dividido en partes iguales.



Respuesta: 2 porciones de 8 o también 2/8.

3. ¿Cuál es la relación entre la cantidad de palitos y la cantidad de donas?

Resolución:

• **FRACCIÓN COMO RAZÓN**

Es una comparación entre dos cantidades de diferentes magnitudes. Estas comparaciones pueden ser parte- parte o parte- todo.

$$\frac{\text{Cantidad de palito}}{\text{Cantidad de donas}} = \frac{4}{11} \text{ o también lo podemos expresar: relación de 4 a 11.}$$

Respuesta: Hay 4 palitos y 7 donas entonces la relación es 4 de 7 o 4/7

4. Esta pastelería elabora 450 panes diarios, 2/3 de los cuales son panes franceses. ¿Cómo podemos determinar cuánto pan francés se produce diariamente?

Resolución:

• **FRACCIÓN COMO OPERADOR**

La fracción a/b empleada como operador es el número que modifica un valor particular “n” multiplicándolo por “a” y dividiéndolo por “b”.

La panadería elabora 450 panes de los cuales 2/3 son panes franceses.

$$\frac{2}{3} \text{ de } 450 = \frac{2 \times 450}{3} = 300$$

Respuesta

De los 450 panes, 300 son panes franceses.

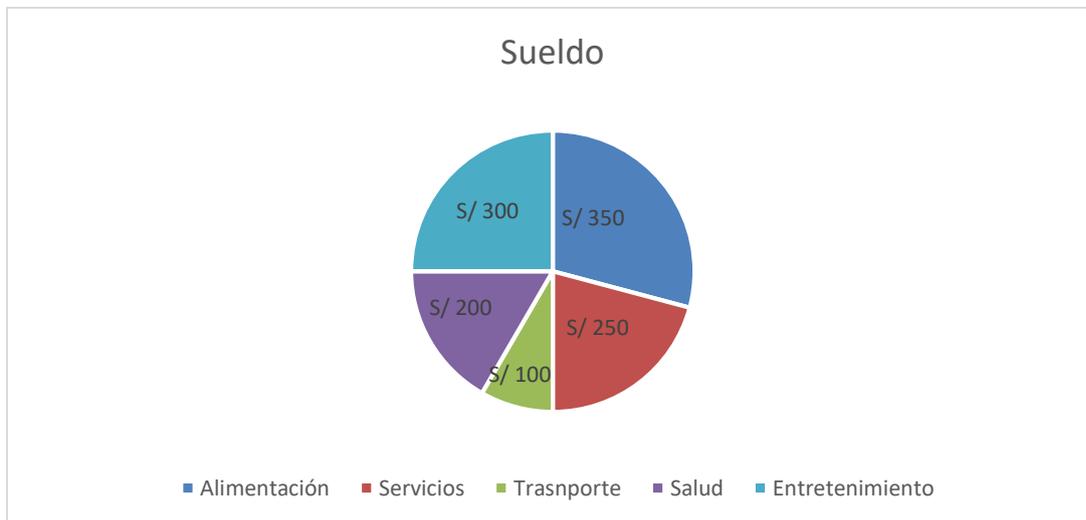


1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?
2. ¿Podrías haber resuelto el “4” de otra manera? Explica cómo
3. ¿Cómo se ha llegado a la solución?

Situación B:

ORGANIZANDO EL PRESUPUESTO

Fernando lleva las cuentas de manera muy organizada, por ello gusta de usar tablas y gráficos matemáticos para poder tomar decisiones claras y con fundamento. Él ha dividido su sueldo en 5 rubros y ha elaborado el diagrama circular que se muestra a continuación:



1. ¿Cuánto gasta en entretenimiento? -----
2. ¿Cuánto gasta en alimentación? -----
3. ¿Cuánto gasta en total? -----
4. ¿Cuánto, más que en transporte, gasta en servicios? -----
5. ¿Qué fracción de su sueldo gasta en alimentación? -----



6. Con respecto a esta fracción, completa el siguiente cuadro:

Gasto en alimentación	Presupuesto	Fracción
350	1200	350/1200
35		35/120

7. Por cada S/ 100 de sueldo, ¿cuánto gasta en salud? -----

8. ¿Qué porcentaje de su sueldo gasta en salud? -----

9. Si Fernando desea gastar las $\frac{3}{8}$ partes de su sueldo en salud, ¿cuánto deberá gastar en ello? -----

10. ¿Qué fracción de su sueldo gasta entre servicios y alimentación? -----

11. ¿Qué fracción gasta en otros rubros? -----

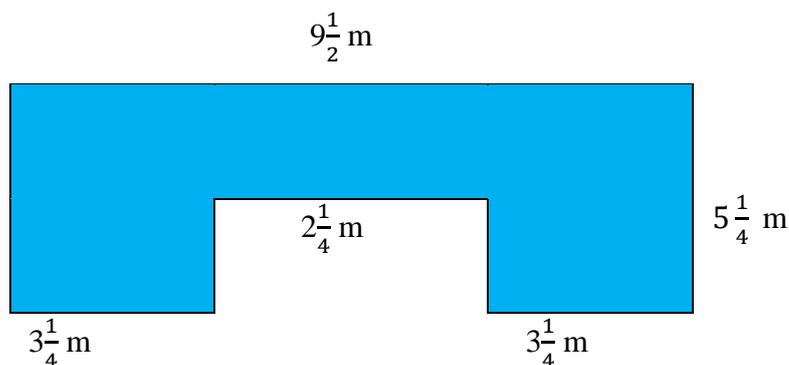
12. Reflexiona y explica, ¿qué relación hay entre las regiones del gráfico y su representación como fracción?

13. Fernando ha recibido un aumento de S/ 300. Él quiere dedicar las $\frac{2}{5}$ partes de su aumento a entretenimiento y el resto a servicios. ¿Qué fracción de su sueldo será ahora dedicada a cada uno de estos rubros?



PRÁCTICAMOS – Anexo 02

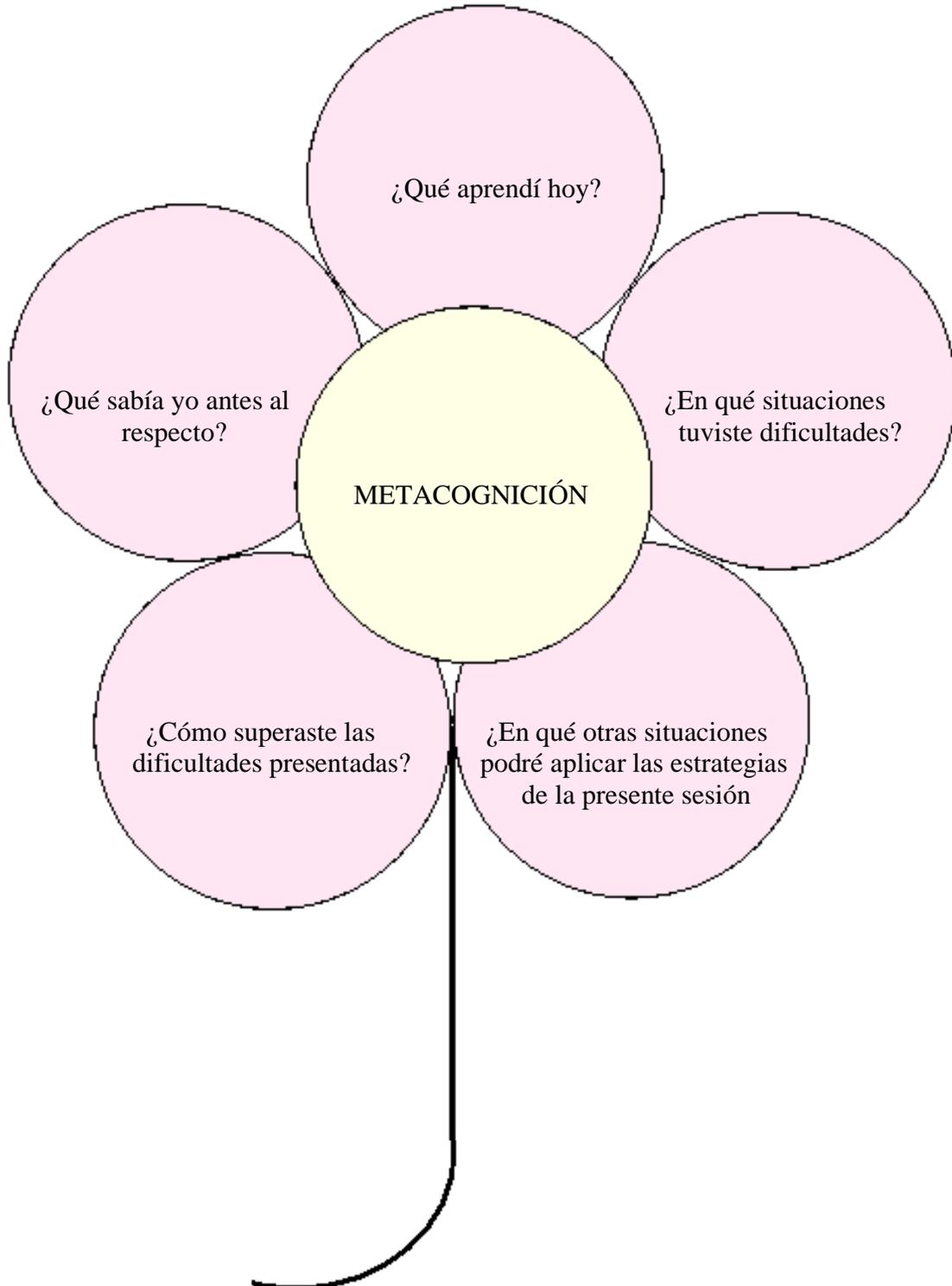
1. Marisol, para su desayuno, compra 3 panes de S/ 0.15 cada uno y $\frac{1}{4}$ de jamonada de S/ 10 el Kilogramo. ¿Cuánto gastó Marisol?
a) S/ 1.50 b) S/ 2.50 c) S/ 3.00 d) S/ 3.50
2. El monumento de Sánchez Carrión, ubicado en la Plaza de Armas de Huamachuco está formado por una estatua y una base. Si la base mide 14.98 m de alto y es de 7.22 m más bajo que la estatua, ¿Cuál es la altura de dicha estatua?
a) 20.30 m b) 22.20 m c) 40.40 m d) 32.20 m
3. Mariela llena 2 cubetas de hielo para hacer cubos, una azul y otra rosa. Se da cuenta de que cada una puede recibir la misma cantidad de agua, pero tiene distintos números de cubos. La cubeta azul posee 8 espacios de igual tamaño; la cubeta rosa, 16. Si Mariela pone 5 cubos de hielo de la cubeta azul en una jarra de limonada, ¿Qué cantidad de hielo de la cubeta rosa necesita para igualar exactamente ese número?
a) 3 b) 4 c) 14 d) 10
4. Pedro y Luis trabajan. Pedro obtiene S/ 22.50 a diario. Asimismo, Luis gana diariamente S/ 4.20 menos que Pedro. ¿Cuánto gana Luis al día?
a) S/ 26.20 b) S/ 26.70 c) S/ 18.70 d) S/ 18.30
5. Rogelio decide cambiar el cerco de su terreno. Para saber cuántos metros de alambre necesita comprar, diseña un dibujo del terreno que va a cercar tomando algunas medidas.



- ¿Cuántos metros de alambre tiene que comprar Rogelio?
- a) 30 m b) $32\frac{1}{2}$ m c) 34 m d) $36\frac{1}{4}$ m
- En la tienda, le informan a Rogelio que el alambre para cerco lo venden en rollos de 12m y 15 m a S/ 18 y S/ 19, respectivamente. ¿Qué rollo y cuántos metros le conviene comprar?

ANEXO N° 03

METACOGNICIÓN





ANEXO N° 04

FICHA DE AUTOEVALUACIÓN Y COEVALUACIÓN

APELLIDOS Y NOMBRES:

GRADO:

SECCIÓN:

FECHA:

INSTRUCCIÓN: Marca con una “x” en el casillero correspondiente a tu apreciación personal con respecto a tu aprendizaje y a los trabajos realizados en el grupo y aula. Luego anota los nombres de los demás integrantes de tu grupo, evalúalos a cada uno de ellos anotando la letra respectiva en el casillero. A: Lo logré B: Lo estoy logrando C: Debo esforzarme				INTEGRANTES DEL GRUPO				
CRITERIOS	APRECIACIÓN							
	A	B	C					
Represento(a) repartos en diagramas de tiras								
Represento(a) fracciones como parte todo, razón y operador.								
Determino(a) fracciones equivalentes por simplificación.								
Utilizo(a) las fases de resolución de problemas de Polya								
Participo(a) dando ideas al trabajo grupal y/o individual en la resolución de problemas de operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias y porcentuales.								
La interpretación de los datos disponibles en el problema me (le) ayudan a resolverlos con facilidad.								
Contribuyo(e) al aprendizaje del grupo en la resolución de problemas referentes a operaciones de adición, sustracción, multiplicación con expresiones fraccionarias.								



RÚBRICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS - Anexo 05

Criterios	En inicio (2 puntos)	En proceso (3 puntos)	Logro esperado (4 puntos)	Logro destacado (5 puntos)
Entender el problema	No comprende la situación. Por ejemplo, lee el problema, pero no logra explicar la situación. Solo identifican datos o información que está explícita en el texto. Por ejemplo, la pregunta.	Alcanza una comprensión parcial de la situación. Por ejemplo, comprende algunas de las situaciones o condiciones, pero no lo que se pide hallar. Sólo representa algunos datos o condiciones del problema.	Explica el problema con sus propias palabras, explica lo que pide el problema.	Además de lo anterior, usa una adecuada representación de las condiciones o incógnitas.
Configurar un plan	No selecciona la estrategia adecuada para resolver un problema.	Selecciona una estrategia que atiende parcialmente a la situación por lo que podría no llegar a la respuesta correcta.	Selecciona una estrategia adecuada para resolver la situación.	Seleccionada una o más estrategias que le permite resolver la situación y puede argumentar por qué.
Ejecutar el plan	No aplica ninguna estrategia o ésta presenta errores conceptuales o errores de cálculo graves. Por ejemplo, confunde potencia con multiplicación.	Aplica la estrategia de resolución, pero presenta algunos errores en su ejecución.	Aplica la estrategia, desarrolla la situación, llega a la respuesta, puede explicar por qué.	Aplica la estrategia eficientemente. Verifica cada paso que da en su proceso de ejecución. Puede sustentar paso a paso.
Mirar hacia atrás	No reflexiona sobre su proceso de solución.	Se evidencia una reflexión parcial.	Reflexiona sobre sus procesos de solución y lo justifica.	Además de lo anterior, busca otras situaciones en las que podría usar dicha estrategia o noción aprendida.



GRADO Y SECCIÓN:..... **DOCENTE RESPONSABLE:**

EQUIPO:

CRITERIOS ESTUDIANTES	ENTENDER EL PROBLEMA				CONFIGURAR UN PLAN				EJECUTAR EL PLAN				MIRAR HACIA ATRÁS				TOTAL
	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	



PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 4

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Pastel geométrico”

I. DATOS INFORMATIVOS

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA: N° 80128 “Leoncio Prado Gutiérrez”
 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
 1.3. GRADO : Segundo
 1.4. SECCIÓN : “A”
 1.5. DURACIÓN : 90 min
 1.6. FECHA : 29/07/17
 1.7. DOCENTE RESPONSABLE : Rosario Janeth Monzón Acosta

II. PROPÓSITO DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Comunica su comprensión sobre el número y las operaciones.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa con representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre la equivalencia de fracciones y el significado de fracción irreductible para interpretar el problema en el contexto.
	Usa estrategias y Procedimientos de estimación y cálculo.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Emplea procedimientos de simplificación de fracciones para identificar fracciones equivalentes al resolver problemas.
	Argumente afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Justifica que al dividir el numerador y denominador de una fracción por un mismo número, siempre se obtiene una fracción equivalente.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (10 minutos)

- La docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo.
- La docente plantea las siguientes rutas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos de convivencia y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Inciden en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de dialogo y de reflexión.
- La docente comunica el propósito de la sesión:
- Representar e identificar fracciones equivalentes mediante el proceso de simplificación.
- La docente comunica a los estudiantes que serán evaluados con una Ficha de Autoevaluación y Coevaluación, manejada por la docente. (Anexo 04)
- Además, la docente aplica una Rúbrica de Resolución de Problemas para el logro del propósito (Anexo 05).



Desarrollo: (70 minutos)

APRENDEMOS

- La docente explica cómo está estructurada la primera sección de la Ficha de Trabajo (Anexo 01).
 - Se presenta una situación problemática relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de Resolución de problemas de Polya: **Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan y Mirar hacia atrás.**
- La docente presenta a los estudiantes el título de la sección Aprendemos.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación **problemática**; luego, la de dos o tres estudiantes que escriban con sus propias palabras lo que han entendido.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de Resolución de problemas de Polya, la docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación de la docente los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Entender el problema**:
 - ¿En cuántas partes se cortó el pastel?
 - ¿Cuántas partes se repartieron a los asistentes?
 - ¿Qué figuras conforman el pastel? Dibújalas por separado sin repetir las.
 2. Con la mediación de la docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Configurar un plan**.
 - Recorta el Tangram que se te proporciona; manipúlalo para diseñar la estrategia.
 - Emplea las fichas del Tangram; responde y gráfica.
 - a. El cuadrado rojo, ¿a qué figuras del Tangram equivale?
 - b. El paralelogramo, ¿a qué figuras del Tangram equivale?
 - c. El triángulo verde, ¿a qué figuras del Tangram equivale?
 - d. El triángulo azul, ¿a qué figuras del Tangram equivale? ¿Cuántas equivalencias encontraste?
 - e. Si el pastel representado por el Tangram se corta en triángulos como los del color morado o naranja, ¿a cuántos pedazos de estos equivale el pastel? Representa numéricamente tres partes.
 3. Con la mediación de la docente, los estudiantes desarrollarán las estrategias de la fase **Ejecutar el plan**.
 - Presenta actividades de equivalencia.
 - Tomando en cuenta la información anterior completa la siguiente tabla.

Partes del Tangram	Partes que representa en relación a	
	Triángulos pequeños	Tangram
Cuadrado rojo		
Triángulo verde		
Triángulo azul		Un cuarto
Paralelogramo		



- Escribe la fracción simplificada que representa los siguientes casos, en relación con el Tangram.
 - Dos triángulos pequeños
 - El cuadrado y el triángulo verde juntos
 - El paralelogramo y el cuadrado juntos
 - Triángulos grandes, los pequeños y el mediano juntos.
 - Analiza qué partes del pastel quedaron luego de repartirlo
4. Con la mediación de la docente, responderán las preguntas de la fase **Mirar hacia atr**
- ¿Qué te gusta más del Tangram?
 - Descubre la estrategia que seleccionaste para resolver la situación.
- Durante el desarrollo de esta sección la docente acompaña a los equipos de trabajo respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.

ANALIZAMOS

- La docente indica que la sección Analizamos de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- La docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
- Durante el análisis de la situación propuesta, la docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, la docente retroalimenta.

PRACTICAMOS

- La docente indica que las situaciones planteadas en la sección Practicamos (Anexo 02), serán resueltas por cada equipo de trabajo. Se reitera que deben utilizar las fases de Polya, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- La docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Cierre: (10 minutos)

- La docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas (Anexo 03):
 - ¿Qué aprendí hoy?
 - ¿Qué sabía yo antes al respecto?
 - ¿En qué situaciones tuve dificultades?
 - ¿Cómo superé las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podré aplicar las estrategias de la presente sesión?

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA:

- La docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección Practicamos.



V. EVALUACIÓN: TAREA A TRABAJAR EN CASA

CRITERIOS	EVIDENCIAS	INSTRUMENTOS
Expresa con representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre la equivalencia de fracciones y el significado de fracción irreducible para interpretar el problema en el contexto.	- Resolución de la situación B. - Situaciones propuestas en la sección	Ficha de Metacognición (Anexo 03)
Emplea procedimientos de simplificación de fracciones para identificar fracciones equivalentes al resolver problemas.	Practicamos.	Ficha de Autoevaluación y Coevaluación (Anexo 04)
Justifica que al dividir el numerador y denominador de una fracción por un mismo número, siempre se obtiene una fracción equivalente.		Rúbrica de Resolución de Problemas (Anexo 05).

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Ministerio de Educación 2016. Matemática 2 Secundaria. Manual para el docente. Lima.
- Ministerio de Educación 2016. Matemática 2 Secundaria. Texto Escolar. Lima.
- MINEDU, Ministerio de Educación. Fascículo Rutas del Aprendizaje de Matemática ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII, (2015) Lima: Corporación Gráfica Navarrete.
- Plumones de colores, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, plumones de pizarra, Ficha de trabajo de Matemática, etc.

Huamachuco, julio 2017

DOCENTE RESPONSABLE



Ficha de Trabajo - Anexo 01

APRENDEMOS

PASTEL GEOMÉTRICO

Lorena preparó un pastel cuadrangular y lo partió como se muestra en la figura. ¿Qué parte del pastel representa cada pieza formada? Si repartió a los asistentes $\frac{8}{16}$ del pastel, ¿Qué partes sobraron?

Representalo mediante una fracción



Entender el problema

1. ¿En cuántas partes se cortó el pastel?
2. ¿Cuántas partes se repartieron a los asistentes?
3. ¿Qué figuras conforman el pastel?
Dibújalas por separado sin repetir las.

Configurar un plan.

1. Recorta el Tangram que se te proporciona; manipúlalo para diseñar la estrategia.
2. Emplea las fichas del Tangram; responde y gráfica.
 - a. El cuadrado rojo, ¿a qué figuras del Tangram equivale?
 - b. El paralelogramo, ¿a qué figuras del Tangram equivale?
 - c. El triángulo verde, ¿a qué figuras del Tangram equivale?
 - d. El triángulo azul, ¿a qué figuras del Tangram equivale? ¿Cuántas equivalencias encontraste?
 - e. Si el pastel representado por el Tangram se corta en triángulos como los del color morado o naranja, ¿a cuántos pedazos de estos equivale el pastel? Representa numéricamente tres partes.



Ejecutar el plan:

1. Presenta actividades de equivalencia.
2. Tomando en cuenta la información anterior completa la siguiente tabla.

Partes del Tangram	Partes que representa en relación a	
	Triángulos pequeños	Tangram
Cuadrado rojo		
Triángulo verde		
Triángulo azul		Un cuarto
Paralelogramo		

3. Escribe la fracción simplificada que representa los siguientes casos, en relación con el Tangram.
 - Dos triángulos pequeños
 - El cuadrado y el triángulo verde juntos
 - El paralelogramo y el cuadrado juntos
 - Triángulos grandes, los pequeños y el mediano juntos
4. Analiza qué partes del pastel quedaron luego de repartirlo

Mirar hacia atrás.

1. ¿Qué te gusta más del Tangram?
2. Describe la estrategia que seleccionaste para resolver la situación

ANALIZAMOS

Situación A

Recetas deliciosas

El concurso dulce “Perú sur” se realizó en una plaza de la ciudad sur andina de Cuzco, al cual asistieron varios participantes. En este concurso se impuso la categoría “Amas de casa”, y la ganadora fue aquella que preparó unos deliciosos picarones. El certamen, en el que compitieron

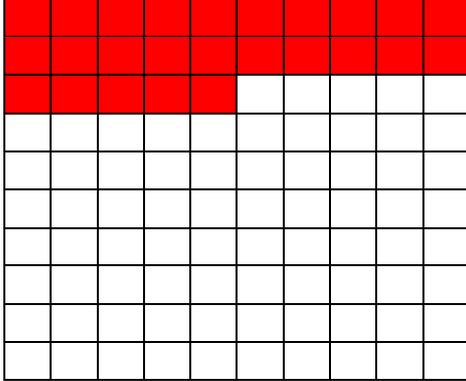


100 participantes de varias regiones del Perú, tuvo gran acogida tanto por parte del público cuzqueño como de los turistas. Si en la categoría “Amas de casa” participaron 25 personas, ¿Qué fracción del concurso representaban? ¿Qué fracción de su categoría representa la persona que ganó?



Resolución

- Representa gráficamente la fracción que corresponde a la categoría “Amas de casa” con respecto a todos los participantes.



- Escribe la fracción reducida $25/100$, simplificando $1/4$
- Escribe la fracción que corresponde a la ganadora con respecto a su categoría.
 $1/25$

Respuesta

La categoría “Amas de casa” corresponde a $\frac{1}{4}$ del total, y la persona que ganó representa a $\frac{1}{25}$ de su categoría.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?
2. ¿Es posible expresar en porcentaje el número de participantes de la Categoría “Amas de casa”? ¿Por qué?

Situación B

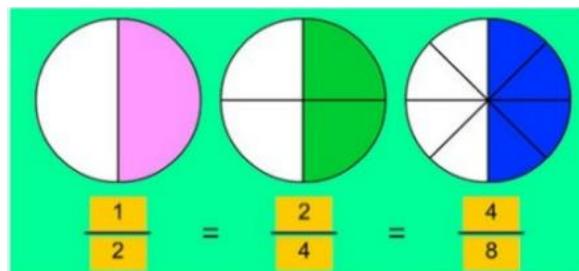
Juan y yo compramos una pizza. El vendedor lo dividió en 8 pedazos.

Cuando llegamos a la casa ofrecí a Juan elegir entre $\frac{4}{8}$ de la pizza, $\frac{2}{4}$ y la mitad.

¿Qué opción debe elegir Juanito para obtener una mayor cantidad de la pizza?

Resolución

Las 3 opciones son iguales, ya que las fracciones son equivalentes. Observamos su representación gráfica





Respuesta:

Cualquiera de las tres opciones por ser fracciones equivalentes.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema
2. ¿Cuál es el mayor divisor en común que tiene 4 y 8?

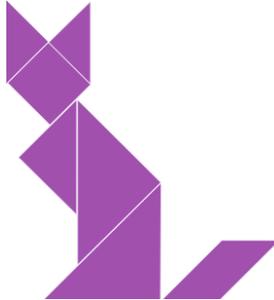
Representa las fracciones que se te indica tomando en cuenta el Tangram:

3. Al comparar el área del triángulo morado o anaranjado, respecto del área del paralelogramo amarillo, expresado en fracción es:
4. Al comparar el área del triángulo morado o anaranjado, respecto del área del triángulo azul, expresado en fracción es:
5. Al comparar el área del cuadrado rojo, respecto del área total del Tangram, expresado en fracción es:
6. Al comparar el área del triángulo celeste, respecto del área total del Tangram, expresado en fracción es:
7. Expresa dos fracciones equivalentes que resultan de las piezas del Tangram.



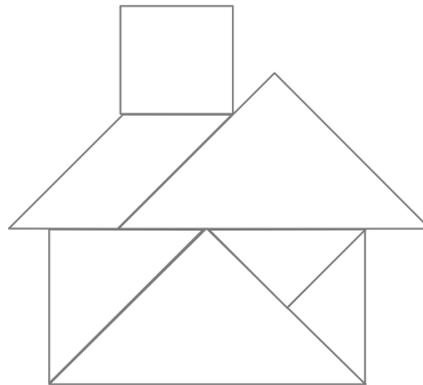
PRACTICAMOS - Anexo 02

1. Forma la siguiente figura con tu Tangram y escribe la fracción que corresponde a cada parte



- a. Las orejas y la cola
- b. La cola
- c. El cuerpo
- d. Una oreja y la cola
- e. La mitad de la cola y una oreja

2. Dibuja el Tangram en una hoja de papel milimetrado, calcula el área en mm^2 de cada una de las figuras del Tangram y escribe en cada una de las figuras del Tangram una fracción. En el numerador escribe el área calculada, en el denominador el área total del Tangram y simplifica.
3. Forman con tu Tangram la siguiente figura y colorea únicamente las figuras que representen cinco octavos del total.



4. Felipe y Marcela tienen hojas de diferente tamaño. Cada uno dobla su hoja en cuatro partes iguales y recorta una de ellas. ¿Podemos decir que los dos recortaron la misma cantidad de papel porque ambas corresponden a un cuarto de sus hojas?
-
5. En el aula de segundo de secundaria, los estudiantes utilizan cartulinas para recortar los sectores.
- Nicolás utilizará $\frac{1}{2}$ pliego de la cartulina, Rosa $\frac{2}{4}$ y Paty $\frac{3}{6}$. Nicolás señala que los 3 usarán la misma cantidad de cartulina; Rosa y Paty opinan lo contrario. ¿Con quién estás de acuerdo?

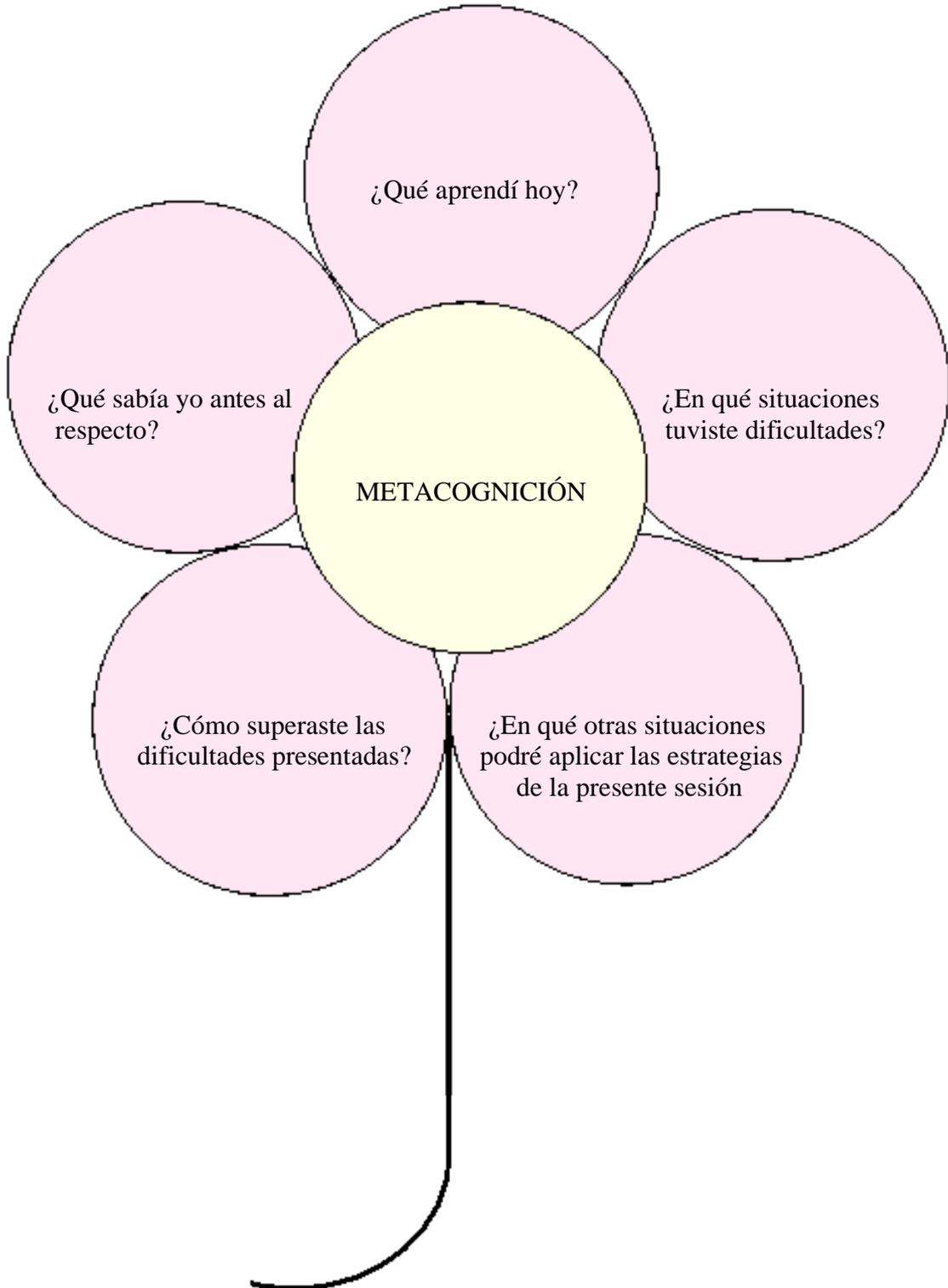
----- es equivalente a -----, que es equivalente a ----- .

Estoy de acuerdo con..... Porque



ANEXO N° 03

METACOGNICIÓN





ANEXO N° 04

FICHA DE AUTOEVALUACIÓN Y COEVALUACIÓN

APELLIDOS Y NOMBRES:

GRADO: SECCIÓN: FECHA:

INSTRUCCIÓN: Marca con una “x” en el casillero correspondiente a tu apreciación personal con respecto a tu aprendizaje y a los trabajos realizados en el grupo y aula. Luego anota los nombres de los demás integrantes de tu grupo, evalúalos a cada uno de ellos anotando la letra respectiva en el casillero. A: Lo logré B: Lo estoy logrando C: Debo esforzarme				INTEGRANTES DEL GRUPO				
CRITERIOS	APRECIACIÓN							
	A	B	C					
Represento(a) fracciones equivalentes, mediante el proceso de simplificación.								
Identifico(a) fracciones equivalentes, mediante el proceso de simplificación.								
Utilizo(a) la representación gráfica y el Tamgram para mostrar la equivalencia de fracciones.								
Utilizo(a) las fases de resolución de problemas de Polya								
Participo(a) dando ideas al trabajo grupal y/o individual en la resolución de problemas empleando procedimientos de simplificación de fracciones.								
La interpretación de los datos disponibles en el problema me (le) ayudan a resolverlos con facilidad.								
Contribuyo(e) al aprendizaje del grupo en la resolución de problemas sobre equivalencia de fracciones.								



RÚBRICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS - Anexo 05

Criterios	En inicio (2 puntos)	En proceso (3 puntos)	Logro esperado (4 puntos)	Logro destacado (5 puntos)
Entender el problema	No comprende la situación. Por ejemplo, lee el problema, pero no logra explicar la situación. Solo identifican datos o información que está explícita en el texto. Por ejemplo la pregunta.	Alcanza una comprensión parcial de la situación. Por ejemplo, comprende algunas de las situaciones o condiciones, pero no lo que se pide hallar. Sólo representa algunos datos o condiciones del problema.	Explica el problema con sus propias palabras, explica lo que pide el problema.	Además de lo anterior, usa una adecuada representación de las condiciones o incógnitas.
Configurar un plan	No selecciona la estrategia adecuada para resolver un problema.	Selecciona una estrategia que atiende parcialmente a la situación por lo que podría no llegar a la respuesta correcta.	Selecciona una estrategia adecuada para resolver la situación.	Seleccionada una o más estrategias que le permite resolver la situación y puede argumentar por qué.
Ejecutar el plan	No aplica ninguna estrategia o ésta presenta errores conceptuales o errores de cálculo graves. Por ejemplo confunde potencia con multiplicación.	Aplica la estrategia de resolución, pero presenta algunos errores en su ejecución.	Aplica la estrategia, desarrolla la situación, llega a la respuesta, puede explicar por qué.	Aplica la estrategia eficientemente. Verifica cada paso que da en su proceso de ejecución. Puede sustentar paso a paso.
Mirar hacia atrás	No reflexiona sobre su proceso de solución.	Se evidencia una reflexión parcial.	Reflexiona sobre sus procesos de solución y lo justifica.	Además de lo anterior, busca otras situaciones en las que podría usar dicha estrategia o noción aprendida.



GRADO Y SECCIÓN: **DOCENTE RESPONSABLE:**

EQUIPO:

CRITERIOS ESTUDIANTES	ENTENDER EL PROBLEMA				CONFIGURAR UN PLAN				EJECUTAR EL PLAN				MIRAR HACIA ATRÁS				TOTAL
	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	



PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 5

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Comparamos fracciones con el empleo de brocas”

I. DATOS INFORMATIVOS

1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA	: N° 80128 “Leoncio Prado Gutiérrez”
1.2. ÁREA	: MATEMÁTICA
1.3. GRADO	: Segundo
1.4. SECCIÓN	: “A”
1.5. DURACIÓN	: 90 min
1.6. FECHA	: 30/07/17
1.7. DOCENTE RESPONSABLE	: Rosario Janeth Monzón Acosta

II. PROPÓSITO DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUEVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades o una combinación de acciones. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias o decimales y porcentuales.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las expresiones racionales y fraccionarias.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selecciona, emplea y combina estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales usando propiedades de los números, de acuerdo a las condiciones de la situación planteada.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Plantea afirmaciones sobre las relaciones de orden entre dos números racionales y sus equivalencias. Reconoce errores o vacíos en sus justificaciones o las de otros y los corrige.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (10 minutos)

- La docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo.
- La docente plantea las siguientes rutas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos de convivencia y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.



- Inciden en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de dialogo y de reflexión.
- La docente comunica el propósito de la sesión:
Establecer relaciones entre datos y acciones de comparar cantidades, transformar esas relaciones a expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias, empleando estrategias de cálculo, procedimientos diversos y planteando afirmaciones.
- La docente comunica a los estudiantes que serán evaluados con una Lista de Cotejo, manejada por la docente. Señalando los criterios dónde se priorizará para el logro del propósito (Anexo 04):
 - ✓ Representa gráficamente las fracciones en la Recta numérica.
 - ✓ Utiliza las fases de resolución de problemas de Polya.
 - ✓ Compara y ordena fracciones.
 - ✓ Comprende y explica los procedimientos y la solución de las situaciones problemáticas con operaciones de números.
- Además, la docente aplica una Rúbrica de Resolución de Problemas para el logro del propósito (Anexo 05).

Desarrollo: (70 minutos)

APRENDEMOS

- La docente explica cómo está estructurada la primera sección de la Ficha de Trabajo (Anexo 01)
 - Se presenta una situación problemática relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de Resolución de problemas de Pólya: **Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan y Mirar hacia atrás.**
- La docente presenta a los estudiantes el título de la sección Aprendemos.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación problemática; luego, la de dos o tres estudiantes que escriban con sus propias palabras lo que han entendido.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de Resolución de problemas de Polya, la docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación de la docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Entender el problema:**
 - ¿Qué se muestra en la figura?
 - ¿Cómo están numeradas las brocas de acero?
 - ¿En qué unidades están dadas las dimensiones de las brocas?
 - ¿Qué tienes que hacer? ¿Qué te solicita el problema?
 2. Con la mediación de la docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Configurar un plan.**
 - ¿Las fracciones que representan la medida de las brocas son homogéneas o heterogéneas?
 - ¿Qué gráfica podemos utilizar para ordenar las fracciones de menor a mayor? Justifica tu respuesta.



3. Con la mediación de la docente, los estudiantes desarrollarán las estrategias de la fase **Ejecutar el plan**:

- Multiplica por un factor al numerador y denominador, de manera que todos tengan el mismo denominador igual a 16
- Grafica una recta numérica cuya unidad tenga 16 divisiones y ubica las fracciones
- Ubica en la misma recta todas las fracciones que representan a las brocas.
- Ubica en la siguiente tabla las brocas de la 2 a la 11.

N.º	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Broca										

4. Con la mediación de la docente, responderán las preguntas de la fase **Mirar hacia atrás**:

- ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?
- ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?
- Calcula la medida de la broca 2 en milímetros (1 pulgada = 25.4 mm)

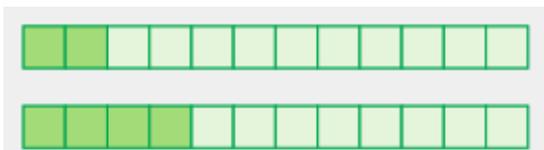
-Durante el desarrollo de esta sección la docente acompaña a los equipos de trabajo respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.

ANALIZAMOS

-La docente indica que la sección Analizamos de la Ficha de Trabajo será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de la situación planteada.

-La docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:

- Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada.
- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
- ¿Por qué es necesario escribir la fracción $\frac{3}{18}$ en su forma equivalente $\frac{1}{6}$?
- ¿Por qué es necesario transformar las fracciones heterogéneas en homogéneas?
- Comprueba la afirmación “entre fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene mayor numerador”; pintando la fracción.



-Durante el análisis de la situación propuesta, la docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, la docente realiza la retroalimentación.

-La docente o un estudiante voluntario puede hacer uso de la pizarra con la finalidad de explicar el procedimiento y favorecer así la comprensión.



PRACTICAMOS

- La docente indica que las situaciones planteadas en la sección Practicamos (Anexo 02) se organizan por colores (verde, amarillo y azul) Estas serán resueltas por cada estudiante.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Número de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde	1, 2		2	1
Amarillo	3, 4		4	3
Azul	5, 6	5, 6		

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo al equipo que les corresponda, se reitera que deben utilizar las fases de Polya, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- La docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Cierre: (10 minutos)

- La docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas (Anexo 03):
 - ¿Qué aprendí hoy?
 - ¿Qué sabía yo antes al respecto?
 - ¿En qué situaciones tuve dificultades?
 - ¿Cómo superé las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podré aplicar las estrategias de la presente sesión?

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- La docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección Practicamos de la siguiente manera:

Color de preguntas	Número de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde	1, 2	1		2
Amarillo	3, 4	3		4
Azul	5, 6		5, 6	



V. EVALUACIÓN:

CRITERIOS	EVIDENCIAS	INSTRUMENTOS
Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades o una combinación de acciones. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias o decimales y porcentuales.	- Análisis del procedimiento y resolución de la situación B. - Situaciones propuestas en la sección	Ficha de Metacognición (Anexo 03) Lista de cotejo (Anexo 04)
Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las expresiones racionales y fraccionarias.	Practicamos	Rúbrica de Resolución de Problemas (Anexo 05)
Selecciona, emplea y combina estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales usando propiedades de los números, de acuerdo a las condiciones de la situación planteada.		
Plantea afirmaciones sobre las relaciones de orden entre dos números racionales y sus equivalencias. Reconoce errores o vacíos en sus justificaciones o las de otros y los corrige.		

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Ministerio de educación 2017 Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática secundaria 2. Lima: Autor
- MINEDU, Ministerio de Educación. Fascículo Rutas del Aprendizaje de Matemática ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII, (2015) Lima: Corporación Gráfica Navarrete.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, plumones de pizarra, Ficha de trabajo de Matemática, etc.

Huamachuco, julio 2017



DOCENTE RESPONSABLE



Ficha de trabajo – Anexo 01

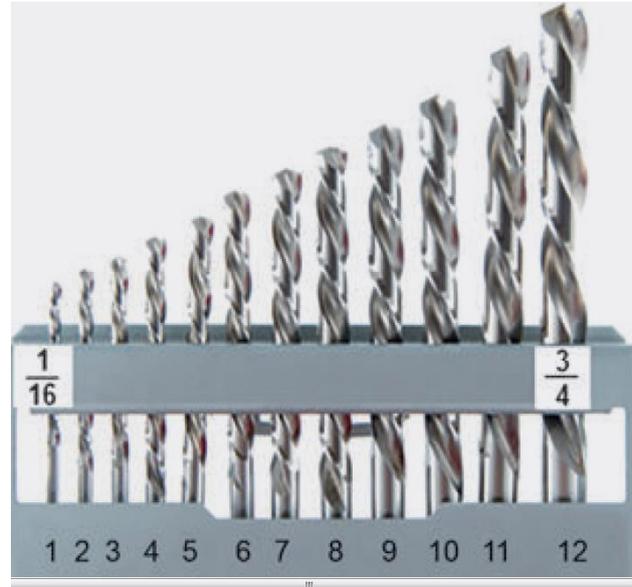
APRENDEMOS

COMPARAMOS FRACCIONES CON EL EMPLEO DE LAS BROCAS

En la figura adjunta se muestra un estuche de brocas de acero que sirven para perforar paredes de cemento. Las brocas están numeradas de menor a mayor tamaño y las dimensiones están dadas en pulgadas.

En la figura, por falta de espacio, se dan solo las dimensiones de las brocas 1 y 12. Se sabe que las demás brocas son de $\frac{9}{16}$ de pulgadas, $\frac{3}{16}$ de pulgada, $\frac{7}{16}$ de pulgada, $\frac{5}{16}$ de pulgada, $\frac{11}{16}$ de pulgada, $\frac{1}{4}$ de pulgada, $\frac{3}{8}$ de pulgada, $\frac{1}{2}$ pulgada, $\frac{5}{8}$ de pulgada y $\frac{1}{8}$ de pulgada.

Identifica la medida de las brocas 2 a la 11 en pulgadas y ordénalas de menor a mayor en tamaño.



Entender el problema

1. ¿Qué se muestra en la figura?
2. ¿Cómo están numeradas las brocas de acero?
3. ¿En qué unidades están dadas las unidades de las brocas?
4. ¿qué tienes que hacer? ¿Qué te solicita el problema?

Configurar un plan.

1. ¿Las fracciones que representan las medidas de las brocas son homogéneas o heterogéneas?



2. ¿Qué gráfica podemos utilizar para ordenar las fracciones de menor a mayor?
Justifica tu respuesta.
- Gráfica cartesiana
 - Recta numérica
 - Diagrama tabular

Ejecutar el plan:

- Multiplica por un factor al numerador y denominador, de manera que todos tengan el mismo denominador igual a 16.
- Grafica una recta numérica cuya unidad tenga 16 divisiones y ubica las fracciones.
- Ubica en la misma recta todas las fracciones que representan a las brocas.
- Ubica en la siguiente tabla las brocas de la 2 a la 11.

N.º	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Broca										

Mirar hacia atrás.

- ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?
- ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?
- Calcula la medida de la broca 2 en milímetros (1 pulgada = 2.4 mm)



ANALIZAMOS

Situación A

Una I.E. cuenta con una delegación de estudiantes para participar en los juegos interescolares de secundaria que se desarrollarán en setiembre. De esta delegación que participará en diferentes disciplinas, $\frac{1}{6}$, pertenece al primer grado, $\frac{1}{4}$, a segundo grado, $\frac{3}{18}$, a tercer grado, $\frac{1}{3}$, a cuarto grado, y $\frac{1}{12}$, a quinto grado.

¿A qué grado pertenece la mayor parte de los estudiantes de esta delegación?
¿Cómo lo sabes?

Resolución:

a) Para determinar a qué grado pertenece la mayor parte de estudiantes, ordeno las fracciones. Para ello, escribimos las partes de la delegación en forma de fracciones homogéneas con denominador 12.

Grado	Parte de la delegación	Fracción homogénea
Primero	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{12}$
Segundo	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{12}$
Tercero	$\frac{3}{18} - \frac{1}{6}$	$\frac{2}{12}$
Cuarto	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{12}$
Quinto	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

b) Entre las fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor el que tiene mayor numerador.

$$\frac{4}{12} > \frac{3}{12} > \frac{2}{12} > \frac{1}{12}$$

Respuesta: La mayor parte de los estudiantes pertenecen al cuarto grado.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?

2. ¿Por qué es necesario escribir la fracción $\frac{3}{18}$ en forma equivalente a $\frac{1}{6}$?

3. ¿Por qué es necesario transformar las fracciones heterogéneas en homogéneas?

4. Comprueba la afirmación “Entre fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor el que tiene mayor numerador”, pintando la fracción.

$$\frac{2}{12} \quad \boxed{} \boxed{}$$

$$\frac{4}{12} \quad \boxed{} \boxed{}$$

$$\frac{4}{12} > \frac{2}{12}$$

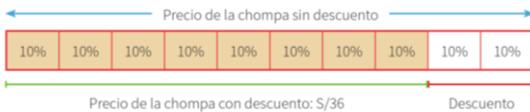


Situación B

Marcela compró una chompa con el 20% de descuento. Si ella pagó 36 soles ¿Cuál será el precio de etiqueta del producto?

Resolución

a) Si a Marcela le descuentan el 20%, paga por la chompa el 80% de costo. Represento esta afirmación en un diagrama de tiras:



b) Cada recuadro representa la octava parte del precio de compra:



c) El precio de la chompa sin descuento será diez veces del equivalente en fracciones del recuadro:

$$10 \cdot \frac{36}{8} = 45$$

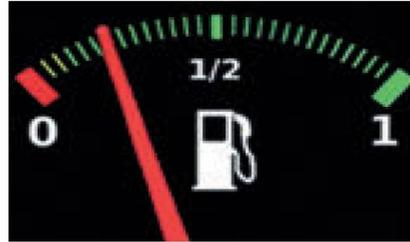
Respuesta: El precio de la chompa sin descuento es s/. 45.

- ¿Qué estrategia se aplicó en la resolución del problema?
 - Diagrama tabular
 - Diagrama de tiras
 - Diagrama analógico
- ¿Por qué se asume que paga por la chompa el 80% del costo?
- ¿Por qué cada recuadro es igual a 10% del total?
- Si el 100% del costo es s/. 45 ¿Qué porcentaje del total representa s/. 36?



PRACTICAMOS – Anexo 2

1. Jaime viajó con su familia de Lima a Huaráz. Para comenzar el viaje, llenaron totalmente el tanque de gasolina. En un tramo del viaje, la gasolina que aún quedaba en el tanque estaba representada en la escala del panel de control del auto como se observa en la imagen.



- ¿Qué parte del tanque todavía tiene gasolina?
- a) $\frac{4}{7}$ b) $\frac{3}{14}$ c) $\frac{7}{14}$ d) $\frac{5}{14}$
2. Con la información del problema anterior y sabiendo que el tanque tiene una capacidad de 63 litros.
¿Cuántos litros de gasolina faltan para llenar completamente el tanque?
- a) 27.5 b) 15.5 c) 49.5 d) 36.5
3. En dos balanzas defectuosas se pesa una bolsa con cebollas. En una de ellas se registra $1\frac{1}{4}$ Kg; mientras que en la otra, 1,120 Kg. Si el peso real de la bolsa con cebollas se encuentra entre estos valores, ¿cuál de las siguientes medidas podría corresponder al peso real?
- a) 1.15 Kg b) 1.12 Kg c) 1.10 Kg d) 1.00 Kg
4. Juan y Esperanza plantean la siguiente propuesta a Luis para obtener un préstamo de dinero a plazos.
Juan propone pagar el 19% de interés. Esperanza propone pagar como interés $\frac{1}{5}$ de la cantidad prestada.
Si Luis quiere obtener la mayor utilidad por el dinero prestado, ¿A cuál de los dos amigos debe otorgarle el préstamo? Justifica tu respuesta.
5. Sobre una plancha de metal se han perforado dos orificios cuyas medidas de diámetro son: $\frac{3}{4}$ de pulgada y 1 pulgada respectivamente. Si el orificio menor es muy estrecho, y el mayor muy holgado, la pregunta es ¿Qué medida podría tener el diámetro del orificio que se ajusta mejor a los requerimientos?
- a) $\frac{5}{8}$ de pulgada b) $\frac{11}{16}$ de pulgada c) $\frac{7}{8}$ de pulgada d) $\frac{9}{8}$ de pulgada
6. En la ferretería venden tres tamaños de llaves de boca, como se muestra en la imagen.



Para desarmar una máquina se probó con una llave de $1\frac{1}{4}$ de pulgada, pero resultó muy grande, cuando se probó con una de $\frac{3}{4}$ de pulgada, esta resultó muy pequeña, entonces, ¿De qué medida debe ser la llave de boca que se necesita?

- a) 2 pulgadas b) 1 pulgada c) $1\frac{1}{16}$ pulgadas d) $\frac{1}{2}$ pulgada



FICHA DE METACOGNICIÓN - Anexo 03

ÁREA:

Tema:

.....

.....

¿Qué aprendí hoy?

Alumno(a):

.....

Grado y sección:.....

Fecha.....

¿Qué sabía yo antes al respecto?

YO

¿En qué situaciones tuviste dificultades?

¿Cómo superaste las dificultades presentadas?

¿En qué otras situaciones podré aplicar las estrategias de la presente sesión?



LISTA DE COTEJO – Anexo 04
GRADO Y SECCIÓN: SEGUNDO - “A”
DOCENTE RESPONSABLE: Rosario J. Monzón Acosta

N°	ESTUDIANTES	Representa gráficamente las fracciones en la Recta numérica		Utiliza las fases de resolución de problemas de Polya,		Compara y ordena fracciones.		Comprende y explica los procedimientos y la solución de las situaciones problemáticas con operaciones con números.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
01									
02									
03									
04									
05									
06									
07									
08									
09									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									
27									
28									
29									
30									



RÚBRICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS - Anexo 05

Criterios	En inicio (2 puntos)	En proceso (3 puntos)	Logro esperado (4 puntos)	Logro destacado (5 puntos)
Entender el problema	No comprende la situación. Por ejemplo, lee el problema, pero no logra explicar la situación. Solo identifican datos o información que está explícita en el texto. Por ejemplo, la pregunta.	Alcanza una comprensión parcial de la situación. Por ejemplo, comprende algunas de las situaciones o condiciones, pero no lo que se pide hallar. Sólo representa algunos datos o condiciones del problema.	Explica el problema con sus propias palabras, explica lo que pide el problema.	Además de lo anterior, usa una adecuada representación de las condiciones o incógnitas.
Configurar un plan	No selecciona la estrategia adecuada para resolver un problema.	Selecciona una estrategia que atiende parcialmente a la situación por lo que podría no llegar a la respuesta correcta.	Selecciona una estrategia adecuada para resolver la situación.	Seleccionada una o más estrategias que le permite resolver la situación y puede argumentar por qué.
Ejecutar el plan	No aplica ninguna estrategia o ésta presenta errores conceptuales o errores de cálculo graves. Por ejemplo, confunde potencia con multiplicación.	Aplica la estrategia de resolución, pero presenta algunos errores en su ejecución.	Aplica la estrategia, desarrolla la situación, llega a la respuesta, puede explicar por qué.	Aplica la estrategia eficientemente. Verifica cada paso que da en su proceso de ejecución. Puede sustentar paso a paso.
Mirar hacia atrás	No reflexiona sobre su proceso de solución.	Se evidencia una reflexión parcial.	Reflexiona sobre sus procesos de solución y lo justifica.	Además de lo anterior, busca otras situaciones en las que podría usar dicha estrategia o noción aprendida.



GRADO Y SECCIÓN: **DOCENTE RESPONSABLE:**

EQUIPO:

CRITERIOS ESTUDIANTES	ENTENDER EL PROBLEMA				CONFIGURAR UN PLAN				EJECUTAR EL PLAN				MIRAR HACIA ATRÁS				TOTAL
	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	



PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 6

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Las frutas que nos alimentan”

I. DATOS INFORMATIVOS

1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA	: N° 80128 “Leoncio Prado Gutiérrez”
1.2. ÁREA	: MATEMÁTICA
1.3. GRADO	: Segundo
1.4. SECCIÓN	: “A”
1.5. DURACIÓN	: 90 min
1.6. FECHA	: 05/08/17
1.7. DOCENTE RESPONSABLE	: Rosario Janeth Monzón Acosta

II. PROPÓSITO DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Traduce cantidades a expresiones numéricas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Reconoce relaciones no explícitas en problemas aditivos de comparación e igualación con decimales, fracciones y porcentajes y los expresa en un modelo.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa que siempre es posible encontrar un número decimal o fraccionario entre otros dos.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Emplea estrategias de cálculo y procedimientos diversos para determinar equivalencias entre expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Propone conjeturas referidas a la noción de densidad, propiedades y relaciones de orden en Q. ▪ Justifica cuando un número racional en su expresión fraccionaria es mayor que otro.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (10 minutos)

- La docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo.
- La docente plantea las siguientes rutas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos de convivencia y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Inciden en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de dialogo y de reflexión.
- La docente comunica el propósito de la sesión:
Reconocer la propiedad de Densidad y determinar equivalencias entre



expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales.

- La docente comunica a los estudiantes que serán evaluados con una Ficha de Autoevaluación y Coevaluación, manejada por la docente. (Anexo 04).
- Además, la docente aplica una Rúbrica de Resolución de Problemas para el logro del propósito (Anexo 05).

Desarrollo: (70 minutos)

APRENDEMOS

- La docente explica cómo está estructurada la primera sección de la Ficha de Trabajo. (Anexo 01)
- Se presenta una situación problemática relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
- Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de Resolución de problemas de Pólya:

Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan y Mirar hacia atrás.

- La docente presenta a los estudiantes el título de la sección Aprendemos.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación problemática; luego, la de dos o tres estudiantes que escriban con sus propias palabras lo que han entendido.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de Resolución de problemas de Pólya, la docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.

1. Con la mediación de la docente los estudiantes responderán las preguntas de la fase

Entender el problema:

- ¿De qué trata el problema?
- ¿Qué datos presenta el problema?
- ¿Qué se pide hallar en el problema?

2. Con la mediación de la docente, los estudiantes responderán la pregunta de la fase

Configurar un plan

- ¿Qué estrategia vas a desarrollar? Explica cómo.

3. Con la mediación de la docente, los estudiantes desarrollarán las estrategias de la fase

Ejecutar el plan:

- Desarrolla la estrategia elegida
- Responde la pregunta de la situación
- Completa la siguiente tabla

Tamaño de porción de la manzana	Partes de la manzana (en fracción)	Partes de la manzana (en decimal)	Partes de la manzana (en porcentaje)
Grande			
Mediano			
Pequeño			

- Ordena de menor a mayor las fracciones obtenidas en la recta numérica con la ayuda de una hoja milimetrada.
- Escribe las operaciones matemáticas que hiciste para repartir en partes iguales los dos trozos de manzana.
- ¿Cómo hallarías una fracción que se encuentra entre dos fracciones?



4. Con la mediación de la docente, responderán las preguntas de la fase **Mirar hacia atrás**.

- ¿Qué dificultades se presentaron?
 - ¿Te facilitó utilizar papel milimetrado para representar las fracciones en la recta numérica?
 - ¿En qué situaciones has utilizado gráficos para resolver problemas?
- Durante el desarrollo de esta sección la docente acompaña a los equipos de trabajo respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.

ANALIZAMOS

- La docente indica que la sección Analizamos de la Ficha de trabajo será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- La docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo: Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
- Durante el análisis de la situación propuesta, la docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, la docente retroalimenta en forma particular y si lo amerita en forma general.

PRACTICAMOS

- La docente indica que las situaciones planteadas en la sección Practicamos (Anexo 02), serán resueltas por cada equipo de trabajo. Se reitera que deben utilizar las fases de Pólya, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- La docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Cierre: (10 minutos)

- La docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas (Anexo 03):
- ¿Qué aprendí hoy?
 - ¿Qué sabía yo antes al respecto?
 - ¿En qué situaciones tuve dificultades?
 - ¿Cómo superé las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podré aplicar las estrategias de la presente sesión?

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- La docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección Practicamos.
- La docente solicita a los estudiantes que desarrollen la situación propuesta.
- En la recta numérica, entre $2/4$ y $4/6$ se encuentra la fracción $3/5$. ¿Existirá alguna fracción entre $2/4$ y $3/5$?



V. EVALUACIÓN

CRITERIOS	EVIDENCIAS	INSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Reconoce relaciones no explícitas en problemas aditivos de comparación e igualación con decimales, fracciones y porcentajes y los expresa en un modelo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de la situación B. - Situaciones propuestas en la sección Practicamos. 	Ficha de Metacognición (Anexo 03)
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa que siempre es posible encontrar un número decimal o fraccionario entre otros dos. 		Ficha de Autoevaluación y Coevaluación (Anexo 04)
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Emplea estrategias de cálculo y procedimientos diversos para determinar equivalencias entre expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales. 		Rúbrica de Resolución de Problemas (Anexo 05)
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Propone conjeturas referidas a la noción de densidad, propiedades y relaciones de orden en Q. ▪ Justifica cuando un número racional en su expresión fraccionaria es mayor que otro. 		

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Ministerio de Educación 2016. Matemática 2 Secundaria. Manual para el docente. Lima.
- Ministerio de Educación 2016. Matemática 2 Secundaria. Texto Escolar. Lima.
- MINEDU, Ministerio de Educación. Fascículo Rutas del Aprendizaje de Matemática ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VI, (2015) Lima: Corporación Gráfica Navarrete.
- Plumones de colores, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, plumones de pizarra, Ficha de trabajo de Matemática, etc.

Huamachuco, agosto 2017

 DOCENTE RESPONSABLE



Ficha de trabajo – Anexo 01

APRENDEMOS

LAS FRUTAS QUE NOS ALIMOSNTAN

En distintos establecimientos donde ofrecen jugos, es común encontrar, dentro de la carta, una bebida refrescante y nutritiva llamada surtido. José para su desayuno, desea preparar una ensalada de frutas. El ingrediente principal de su ensalada es la manzana. Veamos qué procedimiento sigue:



- Corta la manzana por la mitad y una de las mitades la vuelve a cortar por la mitad.
- Divide en dos una de las porciones más pequeñas.

Responde:

¿Cuál es la porción final que obtiene José?

Entender el problema

1. ¿De qué trata el problema?
2. ¿Qué datos presenta el problema?
3. ¿Qué se pide hallar en el problema?

Configurar un plan.

1. ¿Qué estrategia vas a desarrollar? Explica cómo.

Ejecutar el plan:

1. Desarrolla la estrategia elegida
2. Responde la pregunta de la situación



3. Completa la siguiente tabla

Tamaño de porción de la manzana	Partes de la manzana (en fracción)	Partes de la manzana (en decimal)	Partes de la manzana (en porcentaje)
Grande			
Mediano			
Pequeño			

4. Ordena de menor a mayor las fracciones obtenidas, en la recta numérica con la ayuda de una hoja milimetrada.

5. Escribe las operaciones matemáticas que hiciste para repartir en partes iguales los dos trozos de manzana.

6. ¿Cómo hallarías una fracción que se encuentra entre dos fracciones?

Mirar hacia atrás.

1. ¿Qué dificultades se presentaron?

3. ¿En qué situaciones has utilizado gráficos para resolver problemas?

2. ¿Te facilitó utilizar papel milimetrado para representar las fracciones en la recta numérica?

ANALIZAMOS

Situación A

Para su cumpleaños, María invita a cuatro amigos. Ella prepara una torta de forma rectangular. Si quiere compartir la torta con sus amigos en partes iguales, ¿De qué forma realizará los cortes?

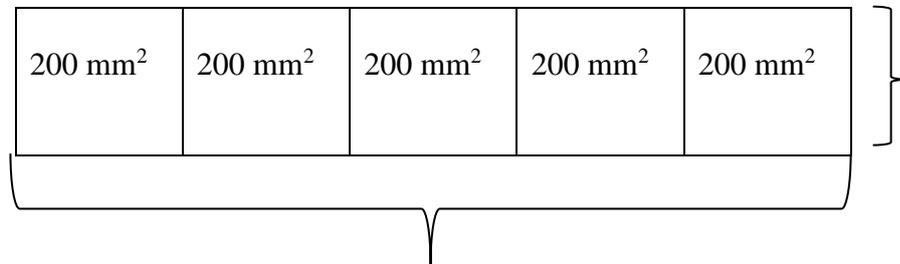
Ayuda a realizar una partición de la torta, para lo cual haz uso de una hoja milimetrada. Traza un rectángulo de 5 cm por 2 cm y divídelo en 5 partes iguales. Determina el número de milímetros cuadrados de las varias partes del rectángulo y represéntalo como fracción decimal, porcentaje y fracción.



Resolución

- Pegamos aquí el rectángulo

2 cm (20 mm)

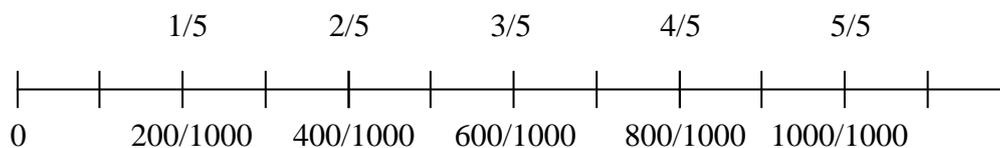


5 cm (50 mm)

Representamos como fracción decimal, decimal y porcentaje en la siguiente tabla.

Número de porciones	Número de cuadrados	Fracción decimal	Decimal	Porcentaje
1	200	200/1000	0.2	20%
2	400	400/1000	0.4	40%
3	600	600/1000	0.6	60%
4	800	800/1000	0.8	80%
5	1000	1000/1000	1.0	100%

Ordena las fracciones decimales en la recta numérica.



Respuesta

Los cortes se realizaron de forma rectangular de 1 cm (10 mm) por 2 cm (20 mm), teniendo cada porción 2 cm^2 (200 mm^2).

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?
2. ¿Podrías haber resuelto el problema de otra manera? Explica cómo
3. ¿Cómo se ha llegado a la solución?

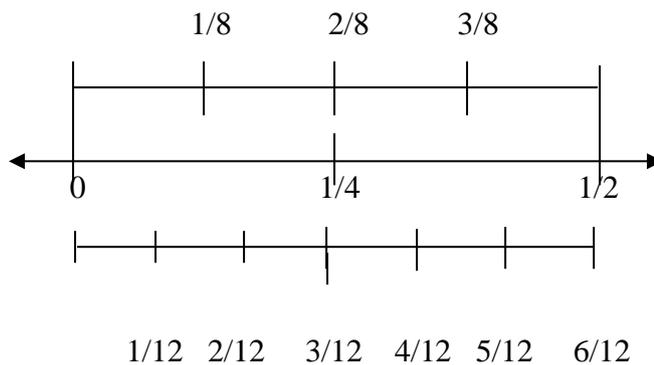


SITUACIÓN B

Lorena ha pagado $\frac{1}{2}$ de su deuda del banco, Javier ha pagado $\frac{3}{12}$ de su deuda y Rafael ha pagado menos que Lorena, pero más que Javier. ¿Cuánto pudo haber pagado Rafael?

Resolución

Ubicamos las fracciones en la recta numérica



Respuesta:

Como los racionales son densos, no se pueden afirmar la cantidad exacta que pagó Rafael, pero pudo haber pagado $\frac{4}{12}$, $\frac{3}{8}$ o $\frac{5}{12}$ de la deuda, por ejemplo.

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema

2. ¿Podrías haber resuelto el problema de otra manera? Explica cómo:



PRACTICAMOS – Anexo 02

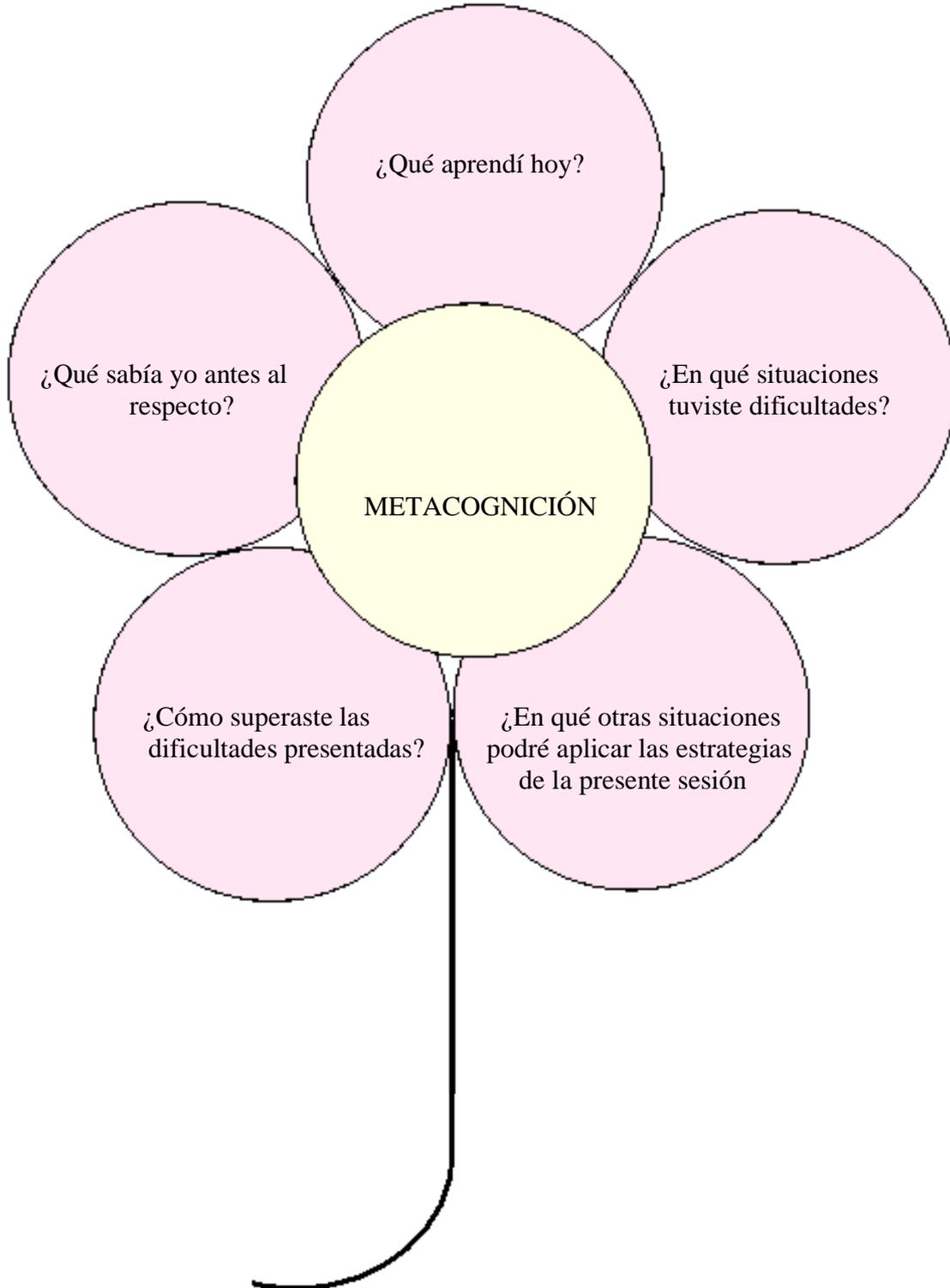
- ¿Cuántos números habrá entre $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{2}$?

- Podemos concluir que entre dos números racionales hay _____ números racionales. A este principio se le denomina densidad de los números racionales.
- En dos balanzas defectuosas se pesa una bolsa con cebollas. En una de ellas se registra $1\frac{1}{4}$ kg; mientras que en la otra, 1,120 kg. Si el peso real de la bolsa con cebollas se encuentra entre estos valores, **¿cuál de las siguientes medidas podría corresponder al peso real?**
 - 1,17 kg
 - 1,12 kg
 - 1,10 kg
 - 1,00 kg
- Se vierte leche en un recipiente graduado, de modo que la marca que alcanza la leche queda comprendida entre las marcas correspondientes a 1,2 y 1,3 litros. **¿De cuántos valores se podría tomar la medida real de la leche?**
 - Solo 1,25 litros.
 - Infinitos valores.
 - Solo 9 valores .
 - Solo 1,2 o 1,3.
- Sobre una plancha de metal se perforan dos orificios cuyas medidas del diámetro son $\frac{3}{4}$ " y 1", respectivamente. Si el orificio menor es muy estrecho y el mayor es muy holgado, **¿qué medida podría tener el diámetro del orificio que se ajusta mejor a los requerimientos?**
 - $\frac{5}{8}$,"
 - $\frac{1}{2}$ "
 - $\frac{9}{8}$,"
 - $\frac{11}{16}$,"
- Representa las fracciones como decimales y porcentajes:

Fracciones	1/2	1/3	1/4	1/5	1/8	1/10	1/20	1/25	1/50	1/100
Decimales										
Porcentajes										

ANEXO N° 03

METACOGNICIÓN





ANEXO N° 04

FICHA DE AUTOEVALUACIÓN Y COEVALUACIÓN

APELLIDOS Y NOMBRES:

GRADO: SECCIÓN: FECHA:

INSTRUCCIÓN: Marca con una “x” en el casillero correspondiente a tu apreciación personal con respecto a tu aprendizaje y a los trabajos realizados en el grupo y aula. Luego anota los nombres de los demás integrantes de tu grupo, evalúalos a cada uno de ellos anotando la letra respectiva en el casillero. A: Lo logré esforzarme B: Lo estoy logrando C: Debo				INTEGRANTES DEL GRUPO						
				CRITERIOS			APRECIACIÓN			
			A	B	C					
Reconozco(ce) la Propiedad de Densidad y encuentro(a) una fracción entre otras dos.										
Represento(a) fracciones en la recta numérica.										
Determino(a) equivalencias entre expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales.										
Utilizo(a) las fases de resolución de problemas de Polya.										
Participo(a) dando ideas al trabajo grupal y/o individual en la resolución de problemas sobre equivalencias entre expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales.										
La interpretación de los datos disponibles en el problema me (le) ayudan a resolverlos con facilidad.										
Contribuyo(e) al aprendizaje del grupo en la resolución de problemas sobre comparación e igualación con decimales, fracciones y porcentajes.										



RÚBRICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS - Anexo 05

Criterios	En inicio (2 puntos)	En proceso (3 puntos)	Logro esperado (4 puntos)	Logro destacado (5 puntos)
Entender el problema	No comprende la situación. Por ejemplo, lee el problema, pero no logra explicar la situación. Solo identifican datos o información que está explícita en el texto. Por ejemplo la pregunta.	Alcanza una comprensión parcial de la situación. Por ejemplo, comprende algunas de las situaciones o condiciones, pero no lo que se pide hallar. Sólo representa algunos datos o condiciones del problema.	Explica el problema con sus propias palabras, explica lo que pide el problema.	Además de lo anterior, usa una adecuada representación de las condiciones o incógnitas.
Configurar un plan	No selecciona la estrategia adecuada para resolver un problema.	Selecciona una estrategia que atiende parcialmente a la situación por lo que podría no llegar a la respuesta correcta.	Selecciona una estrategia adecuada para resolver la situación.	Seleccionada una o más estrategias que le permite resolver la situación y puede argumentar por qué.
Ejecutar el plan	No aplica ninguna estrategia o ésta presenta errores conceptuales o errores de cálculo graves. Por ejemplo confunde potencia con multiplicación.	Aplica la estrategia de resolución, pero presenta algunos errores en su ejecución.	Aplica la estrategia, desarrolla la situación, llega a la respuesta, puede explicar por qué.	Aplica la estrategia eficientemente. Verifica cada paso que da en su proceso de ejecución. Puede sustentar paso a paso.
Mirar hacia atrás	No reflexiona sobre su proceso de solución.	Se evidencia una reflexión parcial.	Reflexiona sobre sus procesos de solución y lo justifica.	Además de lo anterior, busca otras situaciones en las que podría usar dicha estrategia o noción aprendida.



GRADO Y SECCIÓN: **DOCENTE RESPONSABLE:**

EQUIPO:

CRITERIOS ESTUDIANTES	ENTENDER EL PROBLEMA				CONFIGURAR UN PLAN				EJECUTAR EL PLAN				MIRAR HACIA ATRÁS				TOTAL
	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	



PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 7

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Compartimos una pizza mientras investigamos los números racionales”

I. DATOS INFORMATIVOS

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA: N° 80128 “Leoncio Prado Gutiérrez”
 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
 1.3. GRADO : Segundo
 1.4. SECCIÓN : “A”
 1.5. DURACIÓN : 90 min
 1.6. FECHA : 06/08/17
 1.7. DOCENTE RESPONSABLE : Rosario Janeth Monzón Acosta

I. PROPÓSITO DE APRENDIZAJE		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Comunica su comprensión sobre los números y sus operaciones	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las operaciones (adición, sustracción y multiplicación) con expresiones decimales y fraccionarias (como operador y como cociente).
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y decimales, y simplifica procesos usando propiedades de los números y las operaciones, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (10 minutos)

- La docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo.
- La docente plantea las siguientes rutas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos de convivencia y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Inciden en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
- La docente comunica el propósito de la sesión:

Expresar con diversas representaciones y lenguaje numérico la comprensión sobre las operaciones con expresiones decimales y fraccionarias, empleando estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos.
- La docente comunica a los estudiantes que serán evaluados con una Lista de Cotejo, manejada por la docente. Señalando los criterios dónde se priorizará para el logro del propósito (Anexo 04):



- ✓ Representa gráficamente y con lenguaje numérico las operaciones con expresiones fraccionarias y decimales.
- ✓ Utiliza las fases de Polya, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- ✓ Comprende y explica los procedimientos y la solución de las situaciones problemáticas.
- Además, la docente aplica una Rúbrica de Resolución de Problemas para el logro del propósito (Anexo 05).

Desarrollo: (70 minutos)

APRENDEMOS

- La docente explica cómo está estructurada la primera sección de la Ficha de Trabajo. (Anexo 01)
 - Se presenta una situación problemática relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de Resolución de problemas de Pólya: **Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan y Mirar hacia atrás.**
- La docente presenta a los estudiantes el título de la sección Aprendemos.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación problemática; luego, la de dos o tres estudiantes que escriban con sus propias palabras lo que han entendido.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de Resolución de problemas de Pólya, la docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
- 1. Con la mediación de la docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Entender el problema:**
 - ¿Qué te solicita el problema?
 - ¿Qué significa que se repartirán la cuenta proporcionalmente a su consumo?
- 2. Con la mediación de la docente, los estudiantes responderán la pregunta de la fase **Configurar un plan.**
 - ¿Qué estrategia vas a desarrollar? Explica cómo.
- 3. Con la mediación de la docente, los estudiantes desarrollarán las estrategias de la fase **Ejecutar el plan:**
 - Desarrolla la estrategia elegida
 - Responde la pregunta 1 de la situación problemática
 - Organiza los datos para resolver la pregunta 2 de la situación problemática
 - Responde la pregunta 2 de la situación problemática
- 4. Con la mediación de la docente, responderán las preguntas de la fase **Mirar hacia atrás**
 - ¿Podrías resolver de otra manera la pregunta 2 de la situación problemática?
 - ¿Puedes verificar el resultado de la pregunta 2 de la situación problemática?
- Durante el desarrollo de esta sección la docente acompaña a los equipos de trabajo respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



ANALIZAMOS

- La docente indica que la sección Analizamos de la Ficha de Trabajo será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- La docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleadaSe aclara que la mitad del lado derecho del segundo diagrama se divide en 5 partes iguales tal como se muestra a continuación.

s/. 60	s/. 12

- Durante el análisis de la situación propuesta, la docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, la docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación A
- Se grafica un rectángulo en la pizarra indicando que representa la unidad, luego se realizan las divisiones de acuerdo a la distribución del presupuesto.
- Como el dinero utilizado para la publicidad es la mitad, se divide el rectángulo en dos partes iguales indicando que cada mitad equivale a 60 soles.
- Se pregunta: ¿Qué parte del dinero se utilizó para refrigerios? Los estudiantes indicarán que es $\frac{1}{5}$ de lo que quedó, por lo que se tendrá que dividir la mitad del rectángulo en 5 partes iguales. Se da a conocer que cada parte equivale a 12 soles, entonces 12 soles se utilizaron para refrigerios y lo que queda es 48 soles.
- Los estudiantes realizarán la última división del rectángulo que queda para determinar el monto de dinero que se destina para implementar sus proyectos y para la atención de sus seguidores.
- La docente o un estudiante voluntario puede hacer uso de la pizarra con la finalidad de explicar el procedimiento y favorecer así a la comprensión.
- A partir de la retroalimentación los estudiantes podrán emplear la representación gráfica para realizar operaciones con expresiones fraccionarias.

PRACTICAMOS

- La docente indica que las situaciones planteadas en la sección Practicamos (Anexo 02) se organizan por colores (verde, amarillo y azul) Estas serán resueltas por cada estudiante.



- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Número de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde	1,2		2	1
Amarillo	3, 4		4	3
Azul	5,6	5,6		

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo al equipo que les corresponda, se reitera que deben utilizar las fases de resolución de problemas de Pólya, propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- La docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Cierre: (10 minutos)

- La docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas (Anexo 03):
- ¿Qué aprendí hoy?
 - ¿Qué sabía yo antes al respecto?
 - ¿En qué situaciones tuve dificultades?
 - ¿Cómo superé las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podré aplicar las estrategias de la presente sesión?

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- La docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección Practicamos de la siguiente manera:

Color de preguntas	Número de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde	1, 2	1		2
Amarillo	3, 4	3		4
Azul	5, 6		5, 6	



V. EVALUACIÓN:

CRITERIOS	EVIDENCIAS	INSTRUMENTOS
<p>▪ Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las operaciones (adición, sustracción y multiplicación) con expresiones decimales y fraccionarias (como operador y como cociente).</p>	<p>- Análisis del procedimiento y la resolución de la situación B.</p> <p>- Situaciones propuestas en la sección Practicamos</p>	<p>Ficha de Metacognición (Anexo 03)</p> <p>Lista de cotejo (Anexo 04)</p>
<p>▪ Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y decimales, y simplifica procesos usando propiedades de los números y las operaciones, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada.</p>		<p>Rúbrica de Resolución de Problemas (Anexo 05)</p>

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Ministerio de educación 2017 Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática secundaria 1. Lima: Autor
- MINEDU, Ministerio de Educación. Fascículo Rutas del Aprendizaje de Matemática ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VI, (2015) Lima: Corporación Gráfica Navarrete.
- Plumones de colores, cartulinas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, plumones de pizarra, Ficha de trabajo de Matemática, etc.

Huamachuco, agosto 2017

DOCENTE RESPONSABLE

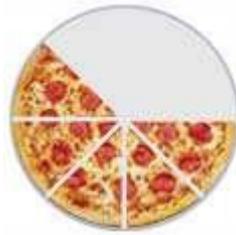


Ficha de trabajo – Anexo 01

APRENDEMOS

COMPARTIMOS UNA PIZZA MIENTRAS INVESTIGAMOS LOS NÚMEROS RACIONALES

Julio, José y Juan se reunieron en la casa del primero, luego del colegio, para realizar un trabajo de investigación que el docente les dejó acerca de los Números Racionales. Después de tres horas de arduo pero interesante trabajo, deciden pedir una pizza a domicilio, acordando que se repartirán la cuenta proporcionalmente a lo que cada uno consume. José coge su parte y la pizza queda como muestra la figura.



Juan toma las $\frac{2}{5}$ partes de lo que queda y Julio se come el resto. Al momento de sacar cuentas a Julio le corresponde pagar S/ 9.30

Responde:

1. ¿Qué parte de la pizza se comió Juan?
2. ¿Cuánto costó la pizza?

Entender el problema

1. ¿Qué te solicita el problema?
2. ¿Qué significa que se repartirán la cuenta proporcionalmente a su consumo?

Configurar un plan.

1. ¿Qué estrategia vas a desarrollar? Explica cómo.



Ejecutar el plan:

1. Desarrolla la estrategia elegida
2. Responde la pregunta 1 de la situación inicial
3. Organiza los datos para resolver la pregunta 2 de la situación inicial.
4. Responde la pregunta 2 de la situación inicial

Mirar hacia atrás.

1. ¿Podrías resolver de otra manera la pregunta 2 de la situación inicial?
2. ¿Puedes verificar el resultado de la pregunta 2 de la situación inicial?

ANALIZAMOS

Situación A

Para las elecciones municipales escolares 2018, los estudiantes gestionaron recursos promedio de algunas actividades. Un candidato de primero de secundaria contó con S7 120 soles para su campaña. El distribuyó su presupuesto de la siguiente manera:

La mitad del dinero se utilizó en publicidad.

- $\frac{1}{5}$ parte del dinero que quedó se utilizó para refrigerios
- $\frac{2}{3}$ partes del dinero sobrante se emplearon para implementar sus proyectos.
- El resto de dinero se destinó para la atención de sus seguidores
- ¿Qué cantidad de dinero se empleó para la atención de sus seguidores?





Resolución

Hacemos un diagrama para visualizar los datos, de maneras que el dinero total lo representamos con una unidad.



Como la mitad va para publicidad, dividimos el rectángulo en dos, luego $\frac{1}{5}$ de 60, es decir 12 soles, van para refrigerios



Los $60 - 12 = 48$ soles restantes los dividimos en tres partes, cada una de $48:3 = 16$ soles; dos de ellas serán para proyectos (celeste) y la parte de 16 soles restante (lila), para atención de sus seguidores



1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?

2. ¿Podrías haber resuelto el problema de otra manera? Explica cómo

Respuesta

Para la atención a sus seguidores se utilizó S/ 16

Situación B

Los estudiantes de primer grado de la I.E. Miguel Grau son 184. Si la relación entre los que usan anteojos y los que no usan es $\frac{3}{5}$; ¿Cuántos estudiantes usan anteojos?

Resolución

En este caso la fracción está definida como una razón

$$\frac{\text{Estudiantes que usan anteojos}}{\text{Estudiantes que no usan anteojos}} = \frac{3}{5}$$



Si por cada 3 estudiantes que sí usan anteojos hay 5 que no, entonces podemos formar con ellos grupos de $3 + 5 = 8$ estudiantes.

Luego, 3 de cada 8 estudiantes usan anteojos, es decir $\frac{3}{8} \times 184 = 69$

Respuesta:

Hay 69 estudiantes con anteojos

1. Describe la estrategia empleada para resolver el problema
2. ¿Podrías haber resuelto el problema de otra manera? Explica cómo:



PRACTICAMOS – Anexo 02

1. Sarita quiere comprar una olla arrocera. Ella encuentra las siguientes ofertas ¿Cuál es
a) S/ 40.25 b) S/ 50.25 c) S/ 55.50 d) S/ 247.25
2. El Kilogramo de papaya cuesta S/ 3.90; y es S/ 0.70 más caro que el precio de un Kilogramo de fresa ¿Cuánto pagarías al comprar un Kilogramo de cada fruta?
a) S/ 3.20 b) S/ 4.60 c) S/ 7.10 d) S/ 7.80
3. Una piscina inflamable de 5200 litros de capacidad está llena hasta sus $\frac{3}{8}$ ¿cuántos litros de agua hay que agregar para llenar la piscina?
a) 1950 L b) 2500 L c) 3250 L d) 4600 L

Doña Beatriz tiene una sastrería llamada “Viste bien”. Para las confecciones semanales, ella compra tela al por mayor y de diferentes colores. Esta semana compró 25 m de gabardina para confeccionar pantalones, sacos y faldas, y 18 m de Chalis para confeccionar blusas. Ella tiene un estimado de tela por cada prenda que produce:

Prenda	Cantidad de tela
Pantalón	1.80 m
Blusa	1.20 m
Falda	0.70 m

Utiliza esta información para las preguntas 4 y 5

4. Si con la tela comprada se confeccionó 2 pantalones, una falda y 3 blusas, ¿cuántos metros de cada tipo de tela utilizó?
5. Si para un saco se necesitan $2\frac{2}{5}$ m de Gabardina ¿cuántos sacos se podrán confeccionar con el total comprado?
a) 10 b) 25 c) 32 d) 41
6. En clase de Educación para el Trabajo, los estudiantes están elaborando collares. Primero hicieron un módulo con 10 cuentas. Cuando terminaron el módulo básico, la profesora les indicó que esto representaba solo las $\frac{2}{5}$ partes de las cuentas necesarias para elaborar otro tipo de collar. ¿Cuántas cuentas se utilizarán para elaborar este nuevo collar?
a) 25 cuentas b) 20 cuentas c) 12 cuentas d) 4 cuentas



FICHA DE METACOGNICIÓN - Anexo 03

ÁREA:

Tema:

.....

.....

¿Qué aprendí hoy?

Alumno(a):

.....

Grado y sección:

Fecha:

¿Qué sabía yo antes al respecto?

YO

¿En qué situaciones tuviste dificultades?

¿Cómo superaste las dificultades presentadas?

¿En qué otras situaciones podré aplicar las estrategias de la presente sesión?



LISTA DE COTEJO – Anexo 04

GRADO Y SECCIÓN: SEGUNDO - “A”

DOCENTE RESPONSABLE: Rosario J. Monzón Acosta

N°	ESTUDIANTES	Representa gráficamente y con lenguaje numérico las operaciones con expresiones fraccionarias y decimales.		Utiliza las fases de Polya, poniendo énfasis en el uso de estrategias.		Comprende y explica los procedimientos y la solución de las situaciones problemáticas.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
01							
02							
03							
04							
05							
06							
07							
08							
09							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
30							



RÚBRICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS - Anexo 05

Criterios	En inicio (2 puntos)	En proceso (3 puntos)	Logro esperado (4 puntos)	Logro destacado (5 puntos)
Entender el problema	No comprende la situación. Por ejemplo, lee el problema, pero no logra explicar la situación. Solo identifican datos o información que está explícita en el texto. Por ejemplo la pregunta.	Alcanza una comprensión parcial de la situación. Por ejemplo, comprende algunas de las situaciones o condiciones, pero no lo que se pide hallar. Sólo representa algunos datos o condiciones del problema.	Explica el problema con sus propias palabras, explica lo que pide el problema.	Además de lo anterior, usa una adecuada representación de las condiciones o incógnitas.
Configurar un plan	No selecciona la estrategia adecuada para resolver un problema.	Selecciona una estrategia que atiende parcialmente a la situación por lo que podría no llegar a la respuesta correcta.	Selecciona una estrategia adecuada para resolver la situación.	Seleccionada una o más estrategias que le permite resolver la situación y puede argumentar por qué.
Ejecutar el plan	No aplica ninguna estrategia o ésta presenta errores conceptuales o errores de cálculo graves. Por ejemplo confunde potencia con multiplicación.	Aplica la estrategia de resolución, pero presenta algunos errores en su ejecución.	Aplica la estrategia, desarrolla la situación, llega a la respuesta, puede explicar por qué.	Aplica la estrategia eficientemente. Verifica cada paso que da en su proceso de ejecución. Puede sustentar paso a paso.
Mirar hacia atrás	No reflexiona sobre su proceso de solución.	Se evidencia una reflexión parcial.	Reflexiona sobre sus procesos de solución y lo justifica.	Además de lo anterior, busca otras situaciones en las que podría usar dicha estrategia o noción aprendida.



GRADO Y SECCIÓN: **DOCENTE RESPONSABLE:**

EQUIPO:

CRITERIOS ESTUDIANTES	ENTENDER EL PROBLEMA				CONFIGURAR UN PLAN				EJECUTAR EL PLAN				MIRAR HACIA ATRÁS				TOTAL	
	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5		



PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 8

TÍTULO DE LA SESIÓN: Leemos el recibo de energía eléctrica

I. DATOS INFORMATIVOS

1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA	: N° 80128 “Leoncio Prado Gutiérrez”
1.2. ÁREA	: MATEMÁTICA
1.3. GRADO	: Segundo
1.4. SECCIÓN	: “A”
1.5. DURACIÓN	: 90 min
1.6. FECHA	: 12/08/17
1.7. DOCENTE RESPONSABLE	: Rosario Janeth Monzón Acosta

II. PROPÓSITO DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	<ul style="list-style-type: none"> Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales. Expresa los datos en unidades monetarias.
	Comunica su comprensión sobre el número y las operaciones.	<ul style="list-style-type: none"> Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre el significado del IGV para interpretar el problema en el contexto de las transacciones financieras y comerciales.
	Usa estrategias y Procedimientos de estimación y cálculo.	<ul style="list-style-type: none"> Selecciona, emplea y combina estrategias y procedimientos diversos para realizar operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales de acuerdo a las condiciones de la situación planteada.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (10 minutos)

- La docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo.
- La docente plantea las siguientes rutas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos de convivencia y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de dialogo y de reflexión.
- La docente comunica el propósito de la sesión:

Establecer relaciones entre datos y transformarlas a expresiones numéricas empleando números enteros, expresiones fraccionarias y porcentajes; expresando su comprensión



del significado del IGV; y utilizando diversos procedimientos y estrategias.

- La docente comunica a los estudiantes que serán evaluados con una Lista de Cotejo, manejada por la docente. Señalando los criterios dónde se priorizará para el logro del propósito (Anexo 04):
 - ✓ Emplea la lectura analítica como estrategia para resolver problemas sobre operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales.
 - ✓ Utiliza las fases de resolución de problemas de Polya.
 - ✓ Analiza y responde preguntas sobre el procedimiento de resolución de situaciones planteadas.
- Además, la docente aplica una Rúbrica de Resolución de Problemas para el logro del propósito (Anexo 05).

Desarrollo: (70 minutos)

APRENDEMOS

- La docente explica cómo está estructurada la primera sección de la Ficha de Trabajo (Anexo 01).
 - Se presenta una situación problemática relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de Resolución de problemas de Pólya: **Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan y Mirar hacia atrás.**
- La docente presenta a los estudiantes el título de la sección Aprendemos.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación problemática; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas de Pólya, la docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación de la docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Entender el plan:**
 - ¿Cuánto fue el consumo en kilowatt/hora (kWh) del Sr. José y cuanto es el precio unitario en soles por kWh?
 - ¿A cuánto asciende el SUBTOTAL del mes actual?
 - ¿Qué datos se han manchado con tinta roja?
 - ¿Que debes averiguar?
 2. Con la mediación de la docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Configurar un plan:**
 - ¿Qué estrategia debo emplear para calcular el Total Importes? Justifica tu respuesta.
 - ¿Qué costos están contemplados en el Total Importes?
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollaran la estrategia de la fase **Ejecutar el plan:**
 - Calcula el 18 % del SUBTOTAL Mes Actual.
 - Verifica el TOTAL Mes Actual con el valor del IGV calculado.
 - Calcula el valor del Total Importes.
 - ¿Cuál es el monto del TOTAL A PAGAR?
 4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Mirar hacia atrás:**



- ¿Qué ventajas representa emplear la lectura analítica como estrategia?
- ¿El monto indicado en el Total Importes es el mismo que el indicado en el TOTAL A PAGAR?
- Durante el desarrollo de esta sección la docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.

ANALIZAMOS

- La docente indica que la sección Analizamos de la Ficha de Trabajo será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- La docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:
 - ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
 - ¿Por qué el 23 de junio es el día de mayor alza en los precios de compra y venta del dólar?
 - Escribe el significado de 3,150 en soles y céntimos.
 - ¿Por qué se dan los precios en milésimas de sol, cuándo solo tenemos dinero en céntimos?
 - ¿Por qué los días 26, 27, 28 y 29 de junio se gana más dinero en la compra y venta de dólares?
 - ¿Qué estrategias podrías aplicar para ganar más dinero en un mes por la compra y venta de \$1000?
- Durante el análisis de la situación propuesta, la docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, la docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación A, observar e interpretar la gráfica estadística.
- Se pide que identifiquen que representa la línea de color verde y que representa la línea de color roja.
- Luego pregunta: Para que el cambista obtenga la mayor ganancia, ¿qué días del mes le conviene comprar y qué días le conviene vender?
- La docente indicará que le conviene comprar los días de menor precio, que se da entre el 5 y 7 de junio, cuyo costo es de 3,150 soles, según muestra el pico más bajo de la línea verde.
- La docente o un estudiante voluntario puede hacer uso de un papelote o de la pizarra con la finalidad de identificar los días de venta de mayor precio, según la ubicación del pico más alto de la línea roja que se da el día 23 de junio. Luego procederá a realizar la operación:

Precio de compra: $1000 \times 3,150 = S/3150$

Precio de venta: $1000 \times 3,180 = S/3180$

Ganancia máxima = $S/3180 - S/3150 = S/30$



PRACTICAMOS

- La docente indica que las situaciones planteadas en la sección Practicamos (Anexo 02) se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante.
 - Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Número de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde	1, 2		2	1
Amarillo	3, 4		4	3
Azul	5, 6	5, 6		

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitera que deben utilizar las fases de resolución de problemas de Pólya propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- La docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Cierre: (10 minutos)

- La docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas (Anexo 03):
 - ¿Qué aprendí hoy?
 - ¿Qué sabía yo antes al respecto?
 - ¿En qué situaciones tuve dificultades?
 - ¿Cómo superé las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podré aplicar las estrategias de la presente sesión?

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- La docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección Practicamos de la siguiente manera:

Color de preguntas	Número de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde	1, 2	1		2
Amarillo	3, 4	3		4
Azul	5, 6		5, 6	



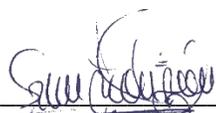
V. EVALUACIÓN

CRITERIOS	EVIDENCIAS	INSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales. Expresa los datos en unidades monetarias. 	<ul style="list-style-type: none"> Análisis del procedimiento y resolución de la situación B. Situaciones propuestas en la sección Practicamos 	<ul style="list-style-type: none"> Ficha de Metacognición (Anexo 03) Lista de cotejo (Anexo 04) Rúbrica de Resolución de Problemas (Anexo 05)
<ul style="list-style-type: none"> Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las operaciones (adición, sustracción y multiplicación) con expresiones decimales y fraccionarias (como operador y como cociente). 		
<ul style="list-style-type: none"> Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y decimales, y simplifica procesos usando propiedades de los números y las operaciones, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada. 		

VI. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Ministerio de Educación. (2017). Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2. Lima: Autor.
- MINEDU, Ministerio de Educación. Fascículo Rutas del Aprendizaje de Matemática ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Ciclo VII, (2015) Lima: Corporación Gráfica Navarrete.
- Plumones de colores, cartulinas, papelotes, cinta masking tape, pizarra, tizas, Ficha de trabajo de Matemática, etc.

Huamachuco, agosto 2017



DOCENTE RESPONSABLE



Ficha de trabajo – Anexo 01

APRENDEMOS

LEEMOS EL RECIBO DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Observa y lee todos los detalles del siguiente recibo de luz que da información sobre el consumo mensual de electricidad y el monto que se debe pagar por este servicio.

Enel Distribución Perú S.A.A.
R.U.C. N° 20269985900
Calle César López Rojas #201,
Urb. Maranga San Miguel - Lima - Lima

Fonocliente 517-1717
www.eneldistribucion.pe
fonocliente@enel.com
Descárgate la App Enel Perú

000002100
17306

MARZO 2017
Número de Cliente
0980XXX
Nro. Recibo: C-72492087

enel

Usuario: COLINA YURI JOSÉ
Dirección: MZ G LT 111A H. COLONIA 1ER. SECTOR SAN MIGUEL
N° de Medidor: 00009394 3 Híos
Ruta: 71-264-2518-91
Fecha de Emisión: (16/MAR/2017)
R.U.C.:

DATOS DEL SUMINISTRO
Alimentador : PA-15
Poten. Contratada : 9.90 kW
Medidor : TRIFÁSICO - Electrónico
Conexión : SUBTERRANEA
Tensión : 220 V - BT
Pliego Tarifario : LIMA
Tarifa : B75B
Sistema Eléctrico : LIMA
Tipo de Conexión : C21

DETALLE DEL CONSUMO
Lectura Actual (15/03/2017) : 5947
Lectura Anterior (11/02/2017) : 5771
Factor : 1
Consumo kWh : 176
Precio Unitario S/. kWh : 0.4837

DETALLE DE IMPORTES
Reposic. y Mant. de Conex : 1.10
Cargo Fijo : 2.53
Cargo por Energía : 85.13
Alumbrado Público : 7.75
SUBTOTAL Mes Actual : 96.51
IGV : *****
TOTAL Mes Actual : 113.88
Aporte Ley N° 28749 : 1.43
Redondeo Mes Anterior : 0.33
Redondeo Mes Actual : -0.14
Total Importes : S/ *****

CONSUMO HISTÓRICO
Ene-17 S/ 75.50
Feb-17 S/ 126.50

TOTAL A PAGAR
S/*****

Usted está al día

VENCIMIENTO:
31/MAR/2017

El recibo ha sido deteriorado con unas manchas de tinta que impiden visibilizar datos importantes.

Responde:

¿Cuánto se paga por concepto de IGV? ¿Cuál es el TOTAL A PAGAR?



Entender el problema

1. ¿Cuánto fue el consumo en kilowatt/hora (kWh) del Sr. José y cuanto es el precio unitario en soles por kWh?
2. ¿A cuánto asciende el SUBTOTAL del mes actual?
3. ¿Qué datos se han manchado con tinta roja?
4. ¿Qué debes averiguar?

Configurar un plan.

1. ¿Qué estrategia debo emplear para calcular el Total Importes? Justifica tu respuesta.
 - a) Usar una fórmula
 - b) Hacer una lectura analítica
 - c) Establecer subtemas
2. ¿Qué costos están contemplados en el Total Importes?

Ejecutar el plan:

1. Calcula el 18 % del SUBTOTAL Mes Actual.
2. Verifica el TOTAL Mes Actual con el valor del IGV calculado.
3. Calcula el valor del Total Importes.
4. ¿Cuál es el monto del TOTAL A PAGAR?

Mirar hacia atrás.

1. ¿Qué ventajas representa emplear la lectura analítica como estrategia?
2. ¿El monto o indicado en el Total Importes es el mismo que el indicado en el TOTAL A PAGAR?



ANALIZAMOS

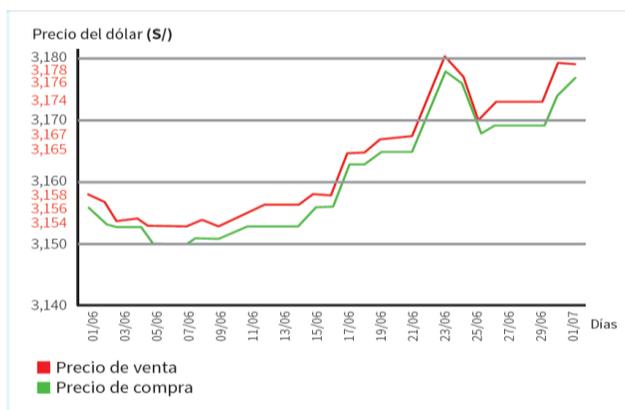
Situación A

La siguiente grafica corresponde a la evolución de compra y venta del dólar durante un mes. El eje vertical representa el precio del dólar en soles y el eje horizontal, los días del mes entre el 1 de junio y el 1 de julio.

La línea roja corresponde al precio de venta del dólar, mientras que la línea verde representa el precio de compra.

Durante todo el mes, el precio de venta es mayor al precio de compra. Por lo tanto, si el cambista vende los dólares comprados el mismo día, ganara; excepto el día 24 de junio, cuando coinciden ambas líneas.

¿Qué días del mes comprarías y venderías \$1000 para que tu ganancia sea máxima? ¿Cuánto sería tu ganancia máxima?



Resolución

- ¿Entre qué días del mes los precios de compra y venta del dólar han tenido la mayor baja?
Los precios de compra y venta han tenido la mayor baja entre los días 5 y 7 de junio.
 - ¿Qué día del mes los precios de compra del dólar y de venta han tenido la mayor alza? La mayor alza de los precios de compra y venta ha sido el día 23 de junio.
 - ¿En qué números se dan los precios del dólar y con qué aproximación?
En números decimales y con una aproximación hasta las milésimas.
 - ¿Qué significa 3,158 soles?
Significa 3 soles con 158 milésimas de sol.
 - ¿Entre el 01/06 y el 01/07, qué días se gana más dinero en la compra y venta de dólar?
Los días 26, 27, 28 y 29 de junio.
 - Para tener la máxima ganancia, compraría \$1000 el 05/06 y los vendería el 23/06.
Precios de compra: $1000 \times 3,150 = S/3150$
Precio de venta: $1000 \times 3,180 = S/3180$
Ganancia = $S/3180 - S/3150 = S/30$
- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
 - Parafrasear el problema
 - Elaborar el grafico cartesiano
 - Hacer una lectura analítica del grafico
 - ¿Por qué el 23 de junio es el día de mayor alza en los precios de compra y venta del dólar?
 - Escribe el significado de 3,150 en soles y céntimos.
 - ¿Por qué se da los precios en milésimas de sol, cuando solo tenemos dinero en céntimos?
 - ¿Por qué los días 26, 27, 28 y 29 de junio se gana más dinero en la compra y venta de dólares?
 - ¿Qué estrategias podrías aplicar para ganar más dinero en un mes en la compra y venta de \$1000?



Situación B

Ana trabaja como cambista de dólares y el día 1 de junio compra \$10 000, y como había tendencia a la baja, los vende el día 5 de junio.

¿Cuántos soles ha invertido? ¿Pierde o gana, cuántos soles?



Resolución

a) Para saber cuántos soles invierte en la compra de \$10 000, debemos trazar una línea vertical que una la fecha 01/06 con el inicio de la línea verde.

b) El 01/06 el precio de compra del dólar es S/3,156.

Entonces, para saber cuánto ha invertido, multiplico este precio por 10 000:

$$3,156 \times 10\,000 = 31\,560$$

Se ha invertido S/31 560.

c) El 05/06 el precio de venta del dólar es S/3,154. Entonces, para saber cuánto se ha recibido, multiplico este valor por 10 000:

$$3,154 \times 10\,000 = 31\,540$$

Se ha recibido S/31 540.

d) Debido a que el monto recuperado es menor que el monto invertido, Ana pierde.

e) Para saber cuánto ha perdido, calculamos la diferencia entre el monto invertido en la compra de dólares y el monto recuperado.

$$S/31\,560 - S/31\,540 = S/20$$

Respuesta: Ana ha perdido 20 soles.

1. ¿Cuál de las siguientes estrategias utilizo para determinar la cantidad de dinero invertido?

- Diagrama cartesiano
- Diagrama de tiras
- Diagrama tabular

2. ¿De dónde sale la ganancia del cambista?

3. ¿Por qué en el problema el precio de venta es siempre mayor que el precio de compra?

4. ¿En qué casos Ana siempre ganaría en el mes? Justifica tu respuesta.

5. Si en lugar de vender los \$10 000 el 05/06, hubiera vendido el 17/06, cuánto habría sido la ganancia?

6. ¿Cuánto debe ser el precio de venta para que Ana no pierda ni gane? Justifica tu respuesta.



PRACTICAMOS – Anexo 02

- Valeria demora $\frac{3}{4}$ de hora en resolver un problema de matemática, mientras que Roxana demora $\frac{1}{2}$ del tiempo que demora Valeria. ¿Que fracción de hora demora Roxana en resolver el examen?
a) $\frac{3}{2}$ de hora b) $\frac{1}{2}$ de hora c) $\frac{2}{3}$ de hora d) $\frac{3}{8}$ de hora
- Carlos ocupa $\frac{1}{3}$ del día para trabajar, $\frac{1}{6}$ del día para estudiar y $\frac{1}{4}$ del día para dormir. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
a) Carlos ocupa menos tiempo en trabajar que en estudiar o en dormir.
b) Carlos ocupa más tiempo del día en estudiar que en trabajar o dormir.
c) Carlos ocupa el mismo tiempo en trabajar y en dormir.
d) Carlos ocupa más tiempo del día en trabajar que en estudiar o en dormir.
- Una receta para preparar queques requiere los siguientes ingredientes:

Ingredientes	Cantidad	Ingredientes	Cantidad
Harina	$\frac{3}{2}$ de taza	Huevos	2 unidades
Leche	$\frac{1}{2}$ de taza	vainilla	$\frac{1}{3}$ de cucharadita
Azúcar	$\frac{2}{3}$ de taza	Polvo de hornear	3 cucharaditas

- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- Se utiliza la misma cantidad de vainilla y de polvo de hornear.
 - Se utiliza más azúcar que harina en la preparación del queque.
 - Se utiliza menos cantidad de leche que de azúcar.
 - Se utiliza la misma cantidad de azúcar y de harina.
- Se borró una parte del segmento que estaba dibujado y quedo el segmento que se muestra a continuación, el cual representa los $\frac{3}{5}$ del segmento completo. Representa gráficamente el segmento completo.

 - En los Juegos Olímpicos de Londres 2012, en la categoría de atletismo en 100 metros planos, el estadounidense Justin Gatlin registro 9,79 s, mientras que los jamaicanos Usain Bolt y Yohan Blake obtuvieron 9,63 s y 9,75 s, respectivamente.
¿En qué orden llegaron estos competidores a la meta?
a) Justin Gatlin, Usain Bolt, Yohan Blake. c) Justin Gatlin, Yohan Blake, Usain Bolt.
b) Usain Bolt, Yohan Blake, Justin Gatlin. d) Usain Bolt, Justin Gatlin, Yohan Blake.
 - Al partido entre Chile y Perú, en la ronda de semifinales de la Copa América Chile 2015, asistieron aproximadamente 45 000 personas. Si el estadio de Santiago tiene una capacidad máxima de 50 000 personas, ¿qué porcentaje de asistencia hubo en el estadio para ese partido?
a) 90 % b) 45 % c) 50 % d) 10 %



“AÑO DE LA LUCHA CONTRA LA CORRUPCIÓN Y LA IMPUNIDAD”

FICHA DE METACOGNICIÓN - Anexo 03

ÁREA:

Tema:

.....

.....

¿Qué aprendí hoy?

Alumno(a):

.....

Grado y sección:

Fecha:

¿Qué sabía yo antes al respecto?

YO

¿En qué situaciones tuviste dificultades?

¿Cómo superaste las dificultades presentadas?

¿En qué otras situaciones podré aplicar
las estrategias de la presente sesión?



LISTA DE COTEJO – Anexo 04

GRADO Y SECCIÓN: SEGUNDO - “A”

DOCENTE RESPONSABLE: Rosario J. Monzón Acosta

N°	ESTUDIANTES	Emplea la lectura analítica como estrategia para resolver problemas sobre operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales. Y porcentuales.		Utiliza las fases de resolución de problemas de Polya.		Analiza y responde preguntas sobre el procedimiento de resolución de situaciones planteadas.	
		SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
01							
02							
03							
04							
05							
06							
07							
08							
09							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
30							



RÚBRICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS - Anexo 05

Criterios	En inicio (2 puntos)	En proceso (3 puntos)	Logro esperado (4 puntos)	Logro destacado (5 puntos)
Entender el problema	No comprende la situación. Por ejemplo, lee el problema, pero no logra explicar la situación. Solo identifican datos o información que está explícita en el texto. Por ejemplo la pregunta.	Alcanza una comprensión parcial de la situación. Por ejemplo, comprende algunas de las situaciones o condiciones, pero no lo que se pide hallar. Sólo representa algunos datos o condiciones del problema.	Explica el problema con sus propias palabras, explica lo que pide el problema.	Además de lo anterior, usa una adecuada representación de las condiciones o incógnitas.
Configurar un plan	No selecciona la estrategia adecuada para resolver un problema.	Selecciona una estrategia que atiende parcialmente a la situación por lo que podría no llegar a la respuesta correcta.	Selecciona una estrategia adecuada para resolver la situación.	Seleccionada una o más estrategias que le permite resolver la situación y puede argumentar por qué.
Ejecutar el plan	No aplica ninguna estrategia o ésta presenta errores conceptuales o errores de cálculo graves. Por ejemplo confunde potencia con multiplicación.	Aplica la estrategia de resolución, pero presenta algunos errores en su ejecución.	Aplica la estrategia, desarrolla la situación, llega a la respuesta, puede explicar por qué.	Aplica la estrategia eficientemente. Verifica cada paso que da en su proceso de ejecución. Puede sustentar paso a paso.
Mirar hacia atrás	No reflexiona sobre su proceso de solución.	Se evidencia una reflexión parcial.	Reflexiona sobre sus procesos de solución y lo justifica.	Además de lo anterior, busca otras situaciones en las que podría usar dicha estrategia o noción aprendida.



GRADO Y SECCIÓN: **DOCENTE RESPONSABLE:**

EQUIPO:

CRITERIOS ESTUDIANTES	ENTENDER EL PROBLEMA				CONFIGURAR UN PLAN				EJECUTAR EL PLAN				MIRAR HACIA ATRÁS				TOTAL	
	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5		

EVIDENCIAS FOTOGRÁFICAS



Llegando a la I.E. N° 80128 para aplicar las Sesiones de Aprendizaje a 2



Estudiantes de 2° "A" desarrollando Prueba de Salida



Brindando orientaciones para el desarrollo de la Sesión de Aprendizaje



Realizando el acompañamiento pedagógico individualizado

MATRIZ DE CONSISTENCIA

TÍTULO DE LA TESIS: APLICACIÓN DEL MÉTODO POLYA Y APRENDIZAJE DE NÚMEROS RACIONALES EN LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. N° 80128 “LEONCIO PRADO” DE HUAMACHUCO, PROVINCIA DE SÁNCHEZ CARRIÓN, AÑO 2017.					
PROBLEMA	OBJETIVO GENERAL	HIPÓTESIS	VARIABLES Y DIMENSIONES	INDICADORES	METODOLOGÍA TÉCNICAS INSTRUMENTOS E
¿Cómo influye la aplicación del Método Polya, en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017?	Determinar la influencia de la aplicación del Método Polya en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, Provincia de Sánchez Carrión, año 2017.	La aplicación del Método Polya influye significativamente en el aprendizaje de los números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80128 “Leoncio Prado” de Huamachuco, provincia de Sánchez Carrión, año 2017.	<p>Variable independiente:</p> <p>Aplicación del Método de Polya</p> <p>Dimensiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Entender el problema. -Configurar un plan. -Ejecutar el plan. -Mirar hacia atrás. <p>Variable dependiente:</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Lee comprensivamente el enunciado - Distingue con propiedad los datos y la incógnita. - Interpreta con sus propias palabras lo que se le plantea. - Traza gráficos y/o esquemas para comprender el planteamiento. - Propone estrategias heurísticas para hallar la solución. - Plantea pasos secuenciales para llegar a la solución - Usa un modelo similar más simple. - Elige el procedimiento - Busca y utiliza materiales que facilitan la solución - Realiza el procedimiento de solución - Utiliza un tiempo razonable para encontrar la solución - Comprueba los resultados con otros procesos. - Lee nuevamente el problema y verifica tanto el requerimiento como la solución - Argumenta cada paso - Reconoce su capacidad resolutive y aprende de sus errores, indicando claramente lo hallado. -Apoya con respeto a sus compañeros. 	<p>-Tipo de investigación:</p> <p>Según su profundidad es Explicativa; Además, por su finalidad es Aplicada Según su enfoque, Cuantitativa.</p> <p>-Diseño de investigación:</p> <p>Cuasi Experimental con dos grupos intactos y dos mediciones.</p> <p>Su esquema es:</p> <p>GE: A ----X----- A*</p> <p>GC: B-----B*</p> <p>X= Método Polya</p>

			<p>Aprendizaje de números racionales</p> <p>Dimensiones:</p> <p>Traduce cantidades a expresiones numéricas</p> <p>Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.</p> <p>Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo</p> <p>Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones</p>	<p>-Establece relaciones entre datos, compara e igualar cantidades, las transforma en expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias o decimales.</p> <p>-Expresa con lenguaje numérico su comprensión sobre las operaciones con números racionales.</p> <p>-Emplea estrategias de cálculo y procedimientos para realizar operaciones con números racionales, y simplifica proceso usando las propiedades de las operaciones.</p> <p>-Plantea afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con números racionales, usando ejemplos y propiedades de los números y operaciones.</p>	<p>Población: N= 135 estudiantes</p> <p>Muestra: No probabilística, con N= 59 estudiantes del segundo año de secundaria.</p> <p>Técnicas / Instrumentos: Bibliográfica Observación estructurada. Encuesta Evaluación educativa/ Ficha bibliográfica Ficha de observación Cuestionario de encuesta Prueba educativa</p>
--	--	--	--	---	---