



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA**  
**FACULTAD DE EDUCACIÓN**  
**ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN**



**TESIS**

**APLICACIÓN DEL SOFTWARE EDUCATIVO GEOGEBRA EN EL  
APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA EN LOS  
ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO DE LA INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA “RICARDO PALMA”, CAJABAMBA, CAJAMARCA,  
2024**

**Para optar el Título Profesional de Licenciado en Educación –  
Especialidad “Matemática e informática”**

**Presentada por:**

Bachiller: Evert Eli Abanto Rojas

**Asesor:**

M. Cs Elmer Luis Pisco Goicochea

Cajamarca – Perú

2025



## CONSTANCIA DE INFORME DE ORIGINALIDAD

1. Investigador:  
..... Evert Eli Abanto Rojas .....  
DNI: 75492944 .....  
Escuela Profesional/Unidad UNC:  
..... ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN .....
2. Asesor:  
..... M. Cs. Elmer Luis Pisco Goicochea .....  
Facultad/Unidad UNC:  
..... FACULTAD DE EDUCACIÓN .....
3. Grado académico o título profesional  
 Bachiller       Título profesional       Segunda especialidad  
 Maestro       Doctor
4. Tipo de Investigación:  
 Tesis       Trabajo de investigación       Trabajo de suficiencia profesional  
 Trabajo académico
5. Título de Trabajo de Investigación:  
..... Aplicación del Software Educativo Geogebra en el aprendizaje .....  
..... de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado .....  
..... de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca .....  
..... 2024. .....
6. Fecha de evaluación: 09 / 05 / 2025
7. Software antiplagio:  TURNITIN       URKUND (OURIGINAL) (\*)
8. Porcentaje de Informe de Similitud: 24 %
9. Código Documento: 3117:479347871
10. Resultado de la Evaluación de Similitud:  
 APROBADO     PARA LEVANTAMIENTO DE OBSERVACIONES O DESAPROBADO

Fecha Emisión: 07 / 08 / 2025

<b>Firma y/o Sello Emisor Constancia</b>

<b>Nombres y Apellidos</b> <u>Elmer Luis Pisco Goicochea</u> <b>DNI:</b> <u>26714773</u>

\* En caso se realizó la evaluación hasta setiembre de 2023

COPYRIGHT © 2025 por  
EVERT ELI ABANTO ROJAS  
Todos los derechos reservados



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA**  
**"NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA"**



**FACULTAD DE EDUCACIÓN**  
**Escuela Académico Profesional de Educación**

**ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN**

En la ciudad de Cajamarca, siendo las 11:00 am horas del día 09 de mayo del 2025; se reunieron presencialmente en el ambiente Auditorio de la Facultad de Educación los miembros del Jurado Evaluador del proceso de titulación en la modalidad de Sustentación de la Tesis, integrado por:

1. **Presidente:** Dr. Luis Enrique Zelaya de los Santos
2. **Secretario:** M. Cs. José Rosario Calderón Pacón
3. **Vocal:** Mg. Ever Rojas Huaman
4. **Asesor (a):** M. Cs. Elmer Luis Pisco Gorcochea

Con el objeto de evaluar la Sustentación de la Tesis, titulada:

"Aplicación del Software Educativo Geogebra en el aprendizaje de la Función Cuadrática en los estudiantes del Cuarto Grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024"

presentado por: Exvert Eli Abanto Rojas  
 con la finalidad de obtener el Título Profesional de Licenciado en Educación en la Especialidad de Matemática e Informática

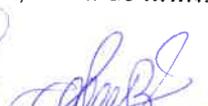
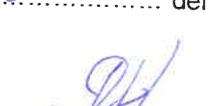
El Presidente del Jurado Evaluador, de conformidad al Reglamento de Grados y Títulos de la Escuela Académico Profesional de Educación de la Facultad de Educación, procedió a autorizar el inicio de la sustentación.

Recibida la sustentación y las respuestas a las preguntas formuladas por los miembros del Jurado Evaluador, referentes a la exposición y al contenido final de la Tesis, luego de la deliberación respectiva, se considera: APROBADO (X) DESAPROBADO ( ), con el calificativo de: Quince (15)  
 (Letras) (Números)

Acto seguido, el Presidente del Jurado Evaluador, informó públicamente el resultado obtenido por el sustentante.

Siendo las 12:15 p.m. horas del mismo día, el señor Presidente del Jurado Evaluador, dio por concluido este acto académico y dando su conformidad firman la presente los miembros de dicho Jurado.

Cajamarca, 09 de mayo del 2025

 _____ Presidente	 _____ Secretario	 _____ Vocal	 _____ Asesor
------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------

## **DEDICATORIA**

### ***A Dios***

Por haber guiado en todas las etapas de mi vida, al que siempre extiende su brazo para llegar al final de la escalera, al que da las fuerzas para seguir su camino. Gracias, padre amado.

### ***A mis padres***

Por ser soporte fundamental desde el primer momento de vida, por su sacrificio y apoyo, por su comprensión y paciencia en los momentos que tornaban oscuros, por aquella confianza que depositaron en mí persona.

### ***A mis hermanas***

Por ser un ente de lupa, por estar siempre presentes en cada proceso académico, por su disposición para escucharme y apoyarme incondicionalmente. A ustedes les dedico con amor cada producto de éxito alcanzado en la vida.

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco al asesor de tesis, M. CS. Elmer Luis Pisco Goicochea, quien dedicó su tiempo con mucha vocación y amabilidad que lo identifica, quien brindó su valioso conocimiento, quien fue fuente ante cualquier duda que surgía durante la elaboración y ejecución del proyecto de tesis.

A toda la comunidad educativa de la facultad de Educación, quienes formaron una persona de bien para la sociedad, quienes guiaron con una enseñanza bien definida para la labor de docencia a ejercer.

Al director, Prof. José Agustín Medina Aliaga, a los docentes, padres de familia y estudiantes de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, quienes extendieron su apoyo absoluto para la ejecución del proyecto de tesis.

## ÍNDICE

DEDICATORIA .....	v
AGRADECIMIENTO.....	vi
RESUMEN.....	xiii
ABSTRACT .....	xiv
INTRODUCCIÓN .....	1
CAPÍTULO I PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN .....	3
1. Planteamiento del problema .....	3
2. Formulación del problema.....	6
2.1. Problema general .....	6
2.2. Problemas derivados .....	6
3. Justificación de la investigación.....	6
3.1. Teórica .....	6
3.2. Práctica .....	7
3.3. Metodológica .....	7
4. Delimitación de la investigación .....	8
4.1. Espacial.....	8
4.2. Temporal.....	8
5. Objetivo de la investigación.....	8
5.1. Objetivo general.....	8
5.2. Objetivos específicos .....	8
CAPÍTULO II .....	9
MARCO TEÓRICO .....	9
1. Antecedentes de la investigación.....	9
2. Marco teórico – científico .....	14
3. Marco conceptual .....	22

4. Definición de términos básicos .....	49
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO .....	50
1. Caracterización y contextualización de la investigación.....	50
2. Hipótesis de la investigación.....	53
3. Variables de investigación.....	53
4. Matriz de la operacionalización de variables .....	54
5. Población y muestra .....	56
6. Unidad de análisis.....	56
7. Métodos .....	56
8. Tipo de investigación .....	58
9. Diseño de investigación.....	58
10. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	59
11. Técnicas para el procesamiento y análisis de los datos .....	60
12. Validez y confiabilidad .....	61
CAPÍTULO IV .....	62
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	62
1. Resultados de las variables de estudio.....	62
2. Análisis y discusión de resultados.....	62
3. Prueba de hipótesis.....	80
4. Hipótesis específicas .....	88
CONCLUSIONES .....	92
SUGERENCIAS .....	94
REFERENCIAS .....	95
APÉNDICE / ANEXOS.....	104

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1</b> Representación tabular de la función cuadrática.....	30
<b>Tabla 2</b> Análisis de raíces y comportamiento gráfico según el discriminante de la función cuadrática .....	33
<b>Tabla 3</b> Desplazamientos horizontales de la función cuadrática.....	40
<b>Tabla 4</b> Desplazamientos verticales de la función cuadrática.....	41
<b>Tabla 5</b> Distribución de integrantes de la I.E. "Ricardo Palma" .....	50
<b>Tabla 6</b> Técnicas e instrumentos de investigación que se usó .....	59
<b>Tabla 7</b> Calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Traduce, en las pruebas evaluativas Pre tes y Post test.....	63
<b>Tabla 8</b> Medidas de tendencia central de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Traduce, en las pruebas escritas Pre test y Post test.....	65
<b>Tabla 9</b> Calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Comunica, en las pruebas escritas Pre test y Post test .....	67
<b>Tabla 10</b> Medidas de tendencia central de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Comunica, en las pruebas escritas Pre test y Post test .....	69
<b>Tabla 11</b> Calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Usa estrategias, en las pruebas escritas Pre test y Post test.....	71
<b>Tabla 12</b> Medidas de tendencia central de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Usa estrategia, en las pruebas escritas Pre test y Post test .....	73
<b>Tabla 13</b> Calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Argumenta, en las pruebas evaluativas Pre test y Post test.....	74
<b>Tabla 14</b> Medidas de tendencia central de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Argumenta, en las pruebas escritas Pre test y Post test.....	76

<b>Tabla 15</b> Medidas de tendencia central de los estudiantes del G.E. de las pruebas escritas	
Pre test y Post test .....	78
<b>Tabla 16</b> Prueba de Normalidad para los resultados obtenidos en las pruebas Evaluativas	
Pre test y Post test, por los estudiantes del G.E. ....	80
<b>Tabla 17</b> Prueba de los Rangos con signos de Wilcoxon para los resultados obtenidos por	
los estudiantes del G.E. en las pruebas Escritas.....	81

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> Estructura del Software Educativo GeoGebra.....	25
<b>Figura 2</b> Representación de funciones en la vista Algebraica y Vista Gráfica en el Software Educativo GeoGebra .....	27
<b>Figura 3</b> Gráfica interactiva de una función algebraica mediante deslizadores.....	28
<b>Figura 4</b> Características del dominio y rango en funciones cuadráticas .....	29
<b>Figura 5</b> Gráfico de la función cuadrática.....	30
<b>Figura 6</b> Vértice y eje de simetría de la función cuadrática.....	31
<b>Figura 7</b> Interceptos de la función cuadrática con los ejes cartesianos.....	32
<b>Figura 8</b> Análisis gráfico del valor "h" según su forma canónica de la función cuadrática .....	35
<b>Figura 9</b> Punto máximo o mínimo de la función cuadrática .....	36
<b>Figura 10</b> Transformación algebraica a su forma canónica mediante el método de completar cuadrados y gráfica de la función cuadrática .....	37
<b>Figura 11</b> Transformación algebraica a forma de sus raíces mediante el método de factorización s y su gráfica de la función cuadrática .....	39
<b>Figura 12</b> Análisis de la abertura de la función cuadrática .....	41
<b>Figura 13</b> Concavidad de la parábola según el coeficiente del término cuadrático .....	42
<b>Figura 14</b> Gráfica interactiva de la función cuadrática aplicando el Software Educativo GeoGebra .....	46
<b>Figura 15</b> Resultado gráfico sobre los calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Traduce, en las pruebas escritas Pre test y Post tes.....	64
<b>Figura 16</b> Resultado gráfico sobre los promedios de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Traduce, en las pruebas escritas Pre test y Post test.....	66

<b>Figura 17</b> Resultado gráfico sobre los calificaciones de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Comunica, en las pruebas escritas Pre test y Post test.....	68
<b>Figura 18</b> Resultado gráfico sobre los promedios de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Comunica, en las pruebas escritas Pre test y Post test.....	70
<b>Figura 19</b> Resultado gráfico sobre los calificaciones de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Usa estrategias, en las pruebas escritas Pre test y Post test.....	71
<b>Figura 20</b> Promedios de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Usa estrategia, en las pruebas escritas Pre test y Post test.....	73
<b>Figura 21</b> Calificaciones de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Argumenta, en las pruebas escritas Pre test y Post test.....	75
<b>Figura 22</b> Resultado gráfico sobre los promedios de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Argumenta, en las pruebas evaluativas Pre test y Post test.....	77
<b>Figura 23</b> Resultado gráfico sobre los calificaciones promedio de los estudiantes del G.E. de las Pruebas Evaluativas Pre test y Post test.....	79

## RESUMEN

En la presente investigación se abordó un problema crucial: ¿Cuál es la influencia de la aplicación del Software GeoGebra en el aprendizaje de función cuadrática en estudiantes del cuarto grado de secundaria? en base a ello, se tuvo como objetivo general, determinar la influencia de la aplicación del Software GeoGebra en el aprendizaje de función cuadrática en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca 2024. Con respecto al proceso metodológico, se utilizó el método científico, estadístico e hipotético – deductivo, con un estudio de tipo aplicada estructurado bajo el diseño pre experimental, con una muestra de 28 estudiantes, quienes fueron sometidos a un riguroso proceso de evaluación mediante Pre test y Post test para conocer el nivel de aprendizaje de función cuadrática y a una ficha de observación sistemática que proporcionó información sobre el conocimiento que los estudiantes llegan a tener acerca del Software Educativo GeoGebra durante el tratamiento. Los resultados obtenidos de proporción de estudiantes en el Post test con respecto a las dimensiones, son las siguientes: en Traduce, 32.143% en Logro Esperado y 53.571% en Logro Destacado; en Comunica, 35.714% en Logro Esperado y 35.714% en Logro Destacado; en usa estrategias, 46.429% en Logro Esperado y 46.429% Logro Destacado; en argumenta, 46.429% en Logro Esperado y 25.000% en logro destacado. Además, según la prueba de los rangos de signos de Wilcoxon para la variable dependiente, aprendizaje de la función cuadrática, se obtuvo un valor de  $p = 0.000$  menor a 0.001; dando a conocer que la aplicación de GeoGebra ejerce una influencia positiva en el progreso de los logros de aprendizaje sobre función cuadrática, facilitando potenciar las metodologías activas pedagógicas aplicadas durante el proceso de enseñanza – aprendizaje.

**Palabras clave:** función cuadrática, aprendizaje, Software Educativo GeoGebra, influencia

## ABSTRACT

In the present research a crucial problem was addressed: What is the influence of the application of GeoGebra Software in the learning of quadratic function in fourth grade high school students? Based on this, the general objective was to determine the influence of the application of GeoGebra Software in the learning of quadratic function in fourth grade high school students of the Educational Institution "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca 2024. Regarding the methodological process, the scientific, statistical and hypothetical - deductive method was used, with an applied type study structured under the pre-experimental design, with a sample of 28 students, who were subjected to a rigorous evaluation process through Pre-test and Post-test to know the level of learning of quadratic function and a systematic observation form that provided information on the knowledge that students come to have about the GeoGebra Educational Software during the treatment. The results obtained from the proportion of students in the Post test with respect to the dimensions are the following: in Translate, 32.143% in Expected Achievement and 53.571% in Outstanding Achievement; in Communicates, 35.714% in Expected Achievement and 35.714% in Outstanding Achievement; in Uses strategies, 46.429% in Expected Achievement and 46.429% Outstanding Achievement; in Argues, 46.429% in Expected Achievement and 25.000% in Outstanding Achievement. In addition, according to the Wilcoxon sign rank test for the dependent variable, learning of the quadratic function, a value of  $p = 0.000$  less than 0.001 was obtained; It is revealed that the GeoGebra application has a positive influence on the progress of learning achievements regarding the quadratic function, facilitating the enhancement of active pedagogical methodologies applied during the teaching-learning process.

**Keywords:** quadratic function, learning, GeoGebra Educational Software, influence

## INTRODUCCIÓN

Hasta el momento se tiene un documento denominado, Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB), que es fundamento en la actividad pedagógica por parte de los docentes en las distintas instituciones educativas, en el cual, se propone el uso de las Tics (Tecnologías de la información y comunicación), como competencia transversal pero de manera general, habiendo un vacío, al no plasmar que herramienta o programa informático se debe utilizar en cada tema o área curricular, razón por el cual los docentes dejan de lado o desconocen softwares educativos que influyen significativamente en los logros de aprendizaje.

En este contexto, en la institución objeto de estudio, se apreció deficiencias en el logro de aprendizajes, ello por no utilizar adecuadamente las herramientas tecnológicas. Ello motivó a realizar la presente investigación sobre, cual es la influencia de la aplicación del Software GeoGebra en el aprendizaje de función cuadrática en estudiantes de cuarto grado de secundaria.

De acuerdo con Coronel y otros, (2018), GeoGebra es un programa que contiene herramientas que puede ser usado en la ciencia formal de la Matemática, su implementación en las sesiones de clases genera en los estudiantes motivación y una mejor comprensión al visualizar de manera interactiva los conceptos y propiedades matemáticas en las diferentes vistas que este programa tiene implementado.

Asimismo, en el tema de función cuadrática, se encuentran muchas situaciones significativas de la vida cotidiana, por ello, en las pruebas nacionales e internacionales, se plasman preguntas para conocer el nivel de aprendizaje de los estudiantes, lo cual en los últimos años está en decadencia.

En este marco, la investigación está constituido por cuatro capítulos:

**Capítulo I:** se presenta, planteamiento del problema, formulación del problema: General y derivados, justificación del problema; delimitación: Espacial y temporal, y los objetivos de investigación tanto general como específicos.

**Capítulo II:** se describe, los antecedentes de la investigación, el marco teórico, marco conceptual y la definición de términos básicos.

**Capítulo III:** se expone, las características de la Institución Educativa donde se realizó el estudio, se argumenta la hipótesis de investigación, se presenta las variables de investigación, la matriz de operacionalización de variables, también se da a conocer la población, la muestra, unidad de análisis, el método, tipo de investigación, diseño de investigación, técnicas e instrumentos de recolección de datos, técnicas para el procesamiento y análisis de los datos, validez y confiabilidad.

**Capítulo IV:** en este se muestra, los resultados obtenidos de las variables de estudio, así mismo, el análisis y discusión de resultados, como también la prueba de hipótesis.

Como consecuencia de este análisis, se determinó que existe influencia positiva del Software GeoGebra en el aprendizaje de función cuadrática en estudiantes de nivel secundaria, ya que antes de la experiencia el nivel de logro fue en Inicio, y al aplicar el Software en base a los resultados del Pre test se logró que los estudiantes alcancen un nivel de aprendizaje de logro esperado y destacado.

En este contraste, se sugiere a los Especialistas en Educación del área de matemática, que en las capacitaciones inciten a los profesores a aplicar programas interactivos para bien del adecuado proceso enseñanza– aprendizaje, también se recomienda a los directores de la Instituciones Educativas que brinden y promuevan el material, tal como las tabletas o salas de computación, para el uso de las herramientas tecnológicas, en la misma línea, a los profesores implementar en su quehacer educativo el uso de softwares pedagógicos.

## CAPÍTULO I

### PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

#### 1. Planteamiento del problema

La educación, si bien es cierto a demorado en tomar los avances tecnológicos para su aplicación con los estudiantes, pero en el presente, está generando gran impacto en el que hacer educativo. Sin embargo, aún hay vacíos que se requiere de estudios para proponer herramientas tecnológicas en bien del proceso donde el estudiante aprenda de forma interactiva y el docente tenga mayor facilidad de guiar los conceptos o definiciones. Por ello, se debe incentivar a los docentes a incluir la tecnología dentro del adecuado proceso de enseñanza facilitadora y de aprendizaje significativo (Guachún & Mora, 2019). En efecto, es fundamental familiarizar a los estudiantes con Software Educativos, pues esto, permite la formación de adolescentes competentes y preparados para fructificar las ventajas tecnológicas en su vida cotidiana (Mollakuque y otros, 2020).

La teoría de funciones es una de las ramas del currículo del área de matemáticas donde los estudiantes enfrentan notables obstáculos en el aprendizaje. El bajo rendimiento en matemáticas, especialmente en la teoría de funciones, constituye un problema importante y de gran preocupación a nivel mundial. Esta preocupación se debe a que las funciones son una parte fundamental del currículo de matemáticas en el nivel secundario, que requiere la integración del razonamiento algebraico, geométrico y gráfico (Nthabiseng & Ugorji, 2021).

En consecuencia, el impacto de la tecnología para la enseñanza de algunos conceptos matemáticos difíciles durante el aprendizaje de los estudiantes ha despertado el interés en implementar un Software Educativo GeoGebra. Ante ello, el país de Vietnam viene innovando nuevos campos de la tecnología y la educación con el Software GeoGebra implementándolo desde el sexto grado obteniendo muchas ventajas visuales en los alumnos desde el 2018 (Ngoc, 2021).

Ante esta situación en Brasil, sus entidades preocupadas por el desinterés y el bajo rendimiento que tienen sus estudiantes en sus escuelas en los temas de funciones buscan adaptar aplicaciones como el GeoGebra capaces de despertar el interés de los contenidos matemáticos tornándose más flexible y permitiendo la participación del estudiante y reduciendo el fracaso de las matemáticas en sus escolares (Fernandes, 2018).

El surgimiento del Software interactivo GeoGebra para la educación matemática y su integración en el aula, requiere que sea el educador quien se ayude de un equipo electrónico e inyecte conceptos matemáticos, lo que conlleva de alguna manera a quitarse un poco el pensamiento memorístico, repetitivo, unilateral, y dar lugar al comienzo a una variedad amplia de estrategias metodológicas que promuevan de forma más efectiva el proceso de aprendizaje en los escolares (Anato, 2022).

La Educación en nuestro país, en el área de matemáticas, se encontraba en incremento con respecto a los niveles de logro hasta el 2019. Así lo demuestra el Programa para la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE), aplicada a todos los escolares que cursaban el segundo grado de secundaria. Sin embargo, para el año 2022, a través de la evaluación muestral (EM), se evidencia que nuestro país enfrenta un serio problema: se observa diferencias estadísticamente significativas en todos los niveles. El 30,3% de los estudiantes se ubican en el nivel Previo al inicio, el 36,8% En inicio, el 20,1% En proceso y el 12,7% en el nivel Satisfactorio. La media en 2022 es de 561 puntos, este resultado es menor que el obtenido en el 2019, que fue de 567 puntos. Asimismo, la Evaluación Nacional de Logros de Aprendizaje (ENLA, 2023), antes denominada ECE, indica que el promedio sigue descendiendo, ubicándose en el nivel En inicio. Lo mismo revela el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA): hasta 2018 los puntajes aumentaron, alcanzando los 400 puntos, pero en los resultados de 2022 la medida promedio es de 391, lo

que implica una reducción de 9 puntos. En consecuencia, Perú aún no logra superar el nivel 2, que es el nivel más básico con respecto al desempeño académico a nivel internacional.

Ante esta situación, se considera conveniente la aplicación del Software Educativo GeoGebra para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el área de matemáticas. Pérez F., (2019) menciona que GeoGebra tiene una interfaz de fácil manejo, donde los estudiantes pueden representar funciones en la vista gráfica y así puedan valorar su utilidad práctica. De esta manera, el estudiante obtendrá aprendizaje distinto al tradicional, explorando los problemas y cambiando los datos fácilmente sin recalcular operaciones. Guevara (2021), en un estudio realizado en la Institución Educativa Santa Edelmira, en Trujillo, encontró que el 93.3% de los alumnos se encontraban En proceso; pero, cuando incorporó el programa GeoGebra dentro de las aulas, el 73.3% de los estudiantes pasó a obtener un nivel logrado, demostrando una mejora significativa en el aprendizaje de la matemática al aplicar sesiones con GeoGebra.

En la Institución Educativa “Ricardo Palma” de la provincia de Cajabamba, departamento Cajamarca, por percepción como investigador, se apreció deficiencias en el aprendizaje de la teoría de la función cuadrática. Por ello, se propuso la aplicación de GeoGebra como herramienta para fortalecer el aprendizaje de la teoría de funciones en estudiantes de cuarto grado de secundaria en la institución objeto de estudio 2025.

## **2. Formulación del problema**

### **2.1. Problema general**

¿Cuál es la influencia de la aplicación del Software GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en estudiantes de cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024?

### **2.2. Problemas derivados**

**P1.** ¿Cuál es el nivel de logro de aprendizaje de la función cuadrática, antes de aplicar el Software Educativo GeoGebra en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024?

**P2.** ¿La aplicación del Software Educativo GeoGebra, en base a los resultados del Pre test, influirá en el aprendizaje de función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024?

**P3.** ¿Cuál es el nivel de aprendizaje, con respecto a la función cuadrática, luego de haber aplicado el Software GeoGebra en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024?

## **3. Justificación de la investigación**

### **3.1. Teórica**

Esta investigación es corroborada por las siguientes teorías pedagógicas, que ponen un fuerte énfasis en el adecuado proceso de enseñanza guiada y aprendizaje activo de la Matemática, entre ellas se tiene: La Teoría de los Registros de Representación Semiótica, cuyo autor es Raymond Duval (Pineda y otros, 2022). Este enfoque contribuye principalmente a que el estudiante construya y fortalezca su aprendizaje a través de la representación de los conceptos matemáticos. La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, como señala Agra y otros (2019) el docente debe profundizar y estructurar el aprendizaje partiendo de los saberes previos aislados que el estudiante puede tener. Como

también la teoría de Vygotsky, donde Mex y otros (2021) aluden que esta teoría se enfoca en un docente que desempeñe el papel fundamental de facilitador del conocimiento; colateral a ello, han ido surgiendo Softwares Educativos que tienen un impacto admirable durante el proceso enseñanza – aprendizaje.

En consecuencia, este estudio con las teorías antes mencionadas, desde una nueva perspectiva, aportó conocimiento en forma de teoría y podrá ser utilizado por otros autores como antecedentes para futuros trabajos que aborden temáticas similares.

### **3.2. Práctica**

De acuerdo con los objetivos planteados en la investigación, los resultados permitieron evidenciar la influencia positiva de GeoGebra en el aprendizaje de función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, ubicada en Cajabamba, Cajamarca, durante el año 2024. La aplicación de este Software Educativo facilitó la comprensión de definiciones, conceptos y situaciones significativas de manera dinámica, lo que contribuye significativamente a mejorar el aprendizaje sobre funciones.

También se justificó de forma práctica por centrarse en analizar cómo se comportan cada una de las variables implicadas.

### **3.3. Metodológica**

De forma metodológica se justificó por centrarse en instrumentos que midieron correctamente las variables, a fin de recoger resultados consistentes y generar nuevos conocimientos.

Además, para cumplir con los objetivos, se utilizó las técnicas de investigación como: Observación y evaluación cognoscitiva, y para contrastar las hipótesis se utilizó el programa estadístico IBM SPSS Statistics V.30, lo cual ayudó a analizar los datos

resultantes y explicar la influencia que tiene el Software GeoGebra sobre el aprendizaje de función cuadrática.

#### **4. Delimitación de la investigación**

##### **4.1. Espacial**

La investigación se delimitó en forma espacial por solo regirse a estudiar a los escolares de cuarto grado de nivel secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca.

##### **4.2. Temporal**

El estudio se realizó desde diciembre del 2023, elaboración del Proyecto de Tesis; hasta diciembre del 2024, informe final de Tesis.

#### **5. Objetivo de la investigación**

##### **5.1. Objetivo general**

Determinar la influencia de la aplicación del Software GeoGebra en el aprendizaje de función cuadrática en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024.

##### **5.2. Objetivos específicos**

**O1.** Identificar el nivel de logro de aprendizaje, de la función cuadrática antes de aplicar el Software Educativo GeoGebra en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024.

**O2.** Aplicar el Software Educativo GeoGebra, en base a los resultados del Pre test, para que influya en el aprendizaje de función cuadrática, en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024.

**O3.** Establecer el nivel de aprendizaje, con respecto a la función cuadrática, luego de haber aplicado el Software GeoGebra en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

#### 1. Antecedentes de la investigación

##### A nivel Internacional

Sheikh Qasem (2020), en su tesis de investigación *“El impacto del software GeoGebra en el desempeño de los estudiantes de álgebra del décimo grado en la representación gráfica de funciones cuadráticas en Al Ain”* realizada en Emiratos Árabes Unidos, quien tuvo como objetivo principal investigar cómo el uso de GeoGebra influye en la comprensión de las funciones cuadráticas entre los alumnos emiratíes, adoptó un estudio experimental con un diseño cuasi experimental. La muestra fue de 85 participantes, que se separaron aleatoriamente en grupo experimental y grupo control, sometidos a una previa prueba y una posterior para evaluar la efectividad de la intervención del software GeoGebra. Los resultados mostraron que los estudiantes que estuvieron expuestos a GeoGebra obtuvieron un promedio más alto y una desviación estándar más baja en el puntaje general ( $M = 22.10$ ,  $SD = 5.363$ ) en comparación con el promedio ( $M = 17.56$ ,  $SD = 5.655$ ) de los estudiantes del grupo de control. Se concluye que la aplicación del software educativo GeoGebra para enseñar funciones resulta ser eficaz para mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje, permitiendo a los estudiantes comprender los conceptos mucho mejor y de forma interactiva.

Huu Tong y otros, (2021), en su artículo científico titulado *“La efectividad del uso del Software GeoGebra en las aulas de matemáticas: un estudio en el caso de la enseñanza de funciones continuas en escuelas secundarias”*, realizada en Vietnam, buscó examinar el impacto de la enseñanza apoyada por GeoGebra en el aprendizaje y habilidades para resolver problemas en las lecciones de funciones continuas. La muestra del estudio estuvo

compuesta por 85 estudiantes, los cuales fueron divididos en dos grupos: control y experimental, sometidos a un Pre y Post test. El estudio fue experimental de diseño cuasi experimental. Los resultados arrojaron que los estudiantes en la clase experimental tuvieron habilidades de resolución de problemas y logros académicos superiores respecto a los estudiantes en la clase de control. Se concluye que la enseñanza continua de funciones con la ayuda del programa informático GeoGebra afecta positivamente la actitud de los escolares, genera motivación y los resultados son significativos en el aprendizaje de la matemática.

Dikkartin (2018), en su artículo científico titulado “*El impacto de enseñar funciones cuadráticas con el uso de software GeoGebra sobre el rendimiento y el nivel de aprendizaje y adquisiciones de los estudiantes*”, realizado en una escuela secundaria ubicada en el centro de Balikesir, Turquía, buscó examinar el impacto de instruir el tema de función cuadrática utilizando GeoGebra y hojas de trabajo de descubrimiento guiado sobre el logro de los estudiantes y el nivel de adquisiciones. El estudio fue experimental, de grupo control Pre test – Post test, con una muestra de 62 escolares de Turquía. Los resultados arrojaron que el 75% de los estudiantes del grupo experimental alcanzó las adquisiciones predeterminadas, mientras que esta tasa fue del 0% para el grupo de control. Se concluye que el uso de prácticas de GeoGebra en la instrucción de funciones cuadráticas, que requiere leer, crear e interpretar gráficos, es de gran eficacia para aumentar los logros y alcanzar las adquisiciones en los estudiantes.

### **A nivel nacional**

Huerto (2022), en su artículo científico titulado “*Uso del software GeoGebra bajo el registro de representación semiótico en el aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas*”, El experimento se llevó a cabo en la Universidad Nacional Mayor

de San Marcos para determinar si enseñar a los estudiantes a resolver problemas de funciones cuadráticas utilizando el Software matemático GeoGebra, en el marco de un registro de representación semiótica, es significativamente mejor que resolver los problemas utilizando métodos tradicionales. El diseño fue cuasi experimental, con enfoque cuantitativo descriptivo, con una muestra de 30 estudiantes en grupo control y 30 en grupo experimental, intervenidos por una prueba previa y posterior. Los resultados mostraron que el grupo experimental obtuvo una media de 2,77 puntos más en la prueba de salida que el grupo de control. Al analizar los promedios de los objetivos específicos 1, 2, 3 y 4, se encontraron incrementos de 3.983, 2.29, 2.166 y 2.633 puntos, respectivamente. Se concluye que el uso del software GeoGebra dentro del registro de representación semiótica (SRR) mejora la capacidad de resolver problemas sobre funciones cuadráticas.

Oropeza (2019), en su tesis de pregrado titulada *“El uso de software educativo GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de funciones lineales en estudiantes de la institución educativa estatal José Olaya del distrito de Satipo -2019”*, presentada en la Universidad Católica los Ángeles de Chimbote, el objetivo fue determinar si la utilización del Software Educativo GeoGebra tiene una influencia significativa en el aprendizaje del tema función lineal. Mediante un estudio de tipo aplicado, de nivel experimental, de diseño pre experimental, en una muestra de 28 universitarios sometidos a un pre prueba escrita y post prueba. El beneficio que logró al usar GeoGebra arrojaron los siguientes resultados: existe una influencia de 86% en el adecuado proceso de aprendizaje sobre el tema de función lineal con ecuaciones e inecuaciones de una variable; un 81.3% en el adecuado proceso de aprendizaje del tema función lineal con ecuaciones e inecuaciones con dos variables; un 79.1% en el aprendizaje del tema intersección con ejes del plano cartesiano de funciones lineales; un 61.5% en el aprendizaje del tema puntos de encuentro de funciones lineales en ecuaciones e inecuaciones, empleado la representación gráfica. En

suma, concluye que, si hay un impacto de influencia significativa en el aprendizaje de funciones lineales al utilizar correctamente el Software Educativo GeoGebra, con una correlación de 92.21%.

Carrillo (2020) en su tesis de investigación *“Software geogebra en los aprendizajes de matemática de los estudiantes de 4to año de secundaria de una I.E. de Tumbes, 2020”* presentada en la Universidad Católica de Trujillo Benedicto XVI, su objetivo principal fue determinar la influencia del Software GeoGebra en el aprendizaje de Matemática en los escolares de Secundaria, el proceso metodológico que empleó fue de tipo aplicada con un diseño pre experimental, contó con una muestra de 20 alumnos, con respecto a los instrumentos aplicó una lista de cotejo por medio de la técnica de la observación, a través de un Pre test y Post test. En consecuencia, en sus resultados a través del Pre test, encontró que el 60% de alumnos se encuentra con un nivel medio de conocimientos y el 40% están en el nivel bajo; mientras que, a través del Post test observó que el 60% se ubican en el nivel alto y el 40% en un nivel medio. En síntesis, concluyó manifestando que los aprendizajes de la matemática mejoran significativamente al aplicar el Software GeoGebra a los estudiantes.

### **A nivel local**

Tocas (2023) en su estudio de investigación *“influencia de la aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje, de función lineal, de los estudiantes de segundo grado “B” de educación secundaria de la Institución Educativa “Felipe Huamán Poma de Ayala”, El Tambo Bambamarca, 2023”* presentada en la Universidad Nacional de Cajamarca, buscó analizar como el uso de GeoGebra influye en el aprendizaje de función lineal con una hipótesis principal que, si se aplicaba este Software, apoyándose de la Teoría de la Actividad Instrumentada de Rabardel y la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval,

obtendría una influencia positiva en el proceso de aprendizaje en el tema de funciones lineales. El estudio fue de tipo aplicada con diseño pre experimental, tomando como muestra a 18 estudiantes, sometidos a una previa evaluación y a una evaluación final para ver el nivel de aprendizaje, también utilizó una ficha de observación para medir la variable aplicación del Software GeoGebra. Como resultado logró cumplir su objetivo principal al evaluar la prueba de hipótesis, ante ello concluye que el uso del Software GeoGebra si tubo influencia positiva y mejoró el aprendizaje de función lineal entre los estudiantes del nivel secundario.

Oblitas (2021) en su tesis de maestría *“Influencia del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de las figuras geométricas del espacio en los estudiantes del 4to grado de educación secundaria de la Institución Educativa San Martín de Tours, Distrito de Pomahuaca, Jaén, año 2019”* Sustentada en la Universidad Nacional de Cajamarca, su propósito fue determinar cómo el Software Educativo GeoGebra influye en el aprendizaje de las figuras geométricas en el plano tridimensional. El tipo de investigación pertenece a los estudios cuantitativos con diseño cuasi experimental, con un conjunto de 50 estudiantes como muestra, subdividido en dos grupos, 25 del 4° B para el grupo experimental y 25 del 4°A para el grupo control, a estos estudiantes les realizó una prueba antes y después del tratamiento con el software educativo GeoGebra, en sus resultados observó que en la evaluación previa, aplicada tanto al grupo control y experimental es de 60% y el 72% respectivamente, se encontraban en el nivel de inicio. Sin embargo, en la última prueba, el grupo de control, que empleó la metodología tradicional, alcanzó un 60% el nivel de logro Satisfactorio y un 36% un nivel de logro destacado. Por otro lado, en el grupo experimental, que utilizó la herramienta tecnológica, el 96 % consiguió el nivel de Logro Destacado y el 4 % el nivel de Logro Satisfactorio, en suma, concluye que, si se aplica el software educativo GeoGebra, resulta ser eficaz e influyente en el proceso de aprendizaje.

## **2. Marco teórico – científico**

### **2.1. La Teoría de los Registros de Representación Semiótica**

Duval (1999) afirma, que para la comprensión de la matemática es necesario coordinar los diferentes sistemas de representación semiótica, por ejemplo: representar la función cuadrática en sus diferentes expresiones algebraicas y relacionarlas con sus gráficas, si no se logra desarrollar esa coordinación, los estudiantes no pueden superar el umbral necesario para convertir las diferentes formas de representación. Duval explica también que el desarrollo de la coordinación entre los múltiples sistemas de representación semiótica puede manifestarse de dos maneras: de forma interactiva o en paralelo. En forma de interacción, es cuando los estudiantes están observando un gráfico de una función y al modificar los valores de la ecuación asociada, el trazo del gráfico se actualizará automáticamente, esta interacción permite que los estudiantes comprendan como influye las modificaciones entre las diferentes representaciones. En forma paralela, es cuando los estudiantes podrían tener una gráfica y su representación tabular de la misma función abiertas al mismo tiempo, en este caso pueden comparar la información de ambas representaciones, En conclusión, la capacidad de movilizar estas representaciones ya sea de manera interactiva o en paralelo, depende del desarrollo de la coordinación entre ellas. Además, cabe destacar que la comprensión conceptual no es la causa de esta coordinación; más bien, surge a partir de su desarrollo. Por ello, es fundamental lograr que el estudiante pueda establecer conexiones entre varias maneras de representar los contenidos matemáticos, porque de esta forma surgirá la comprensión conceptual y al reconocer que una función puede ser representada de distintas maneras, será la condición cognitiva para la comprensión profunda (Pineda y otros, 2022).

### 2.1.1. Términos usados en la Teoría de Duval

- A. Semiótica:** como señala Girón (2018) la semiótica generalmente se considera “*ciencia que estudia los diferentes sistemas de signos que permiten la comunicación entre individuos, sus modos de producción, de funcionamiento y de recepción*”.
- B. Representación semiótica:** Duval (1999) Alude que es un sistema particular de signos: como es la expresión lingüística, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos, así como es el caso de la función cuadrática que se puede representar como un enunciado en la lengua natural, algebraica y gráficamente. De esta manera un educador puede exponer sus representaciones mentales para obtener un aprendizaje significativo en sus estudiantes. Por tal razón las representaciones semióticas se están mostrando imprescindibles en nuestra actualidad; con más énfasis al instante de transmitir conocimiento matemático porque es en ese momento donde un objeto matemático tiene la peculiaridad de contar con diferentes maneras de representación semiótica.
- C. Sistema semiótico:** (Eulogio & Ramos, 2019) Citando a Raymond Duval Sostienen que un sistema semiótico puede considerarse un registro de representación semiótica si posibilita que se cumplan tres actividades cognitivas inseparables a toda representación: formación, tratamiento y conversión.

### 2.1.2. Actividades Cognitivas de representación ligadas a la semiosis

- A. Formación:** Implica recurrir al uso de signos para sustituir la visión de un objeto (Castro & Suavita, 2011). En el contexto de la función cuadrática un signo, viene a ser las diferentes formas de las que puede expresarse ya sea mediante una expresión algebraica, una representación gráfica, representación tabular o una descripción verbal.

- B. Tratamiento:** Se trata de la conversión de una representación a otra dentro del mismo registro (Castro & Suavita, 2011). Por ejemplo, se presenta la actividad del tratamiento en la escritura de la función cuadrática cuando se pide a los estudiantes transformar la escritura de la función de su forma general,  $y = ax^2 + bx + c$ , a la forma canónica,  $y = a(x - h)^2 + k$ . Es decir, distintas representaciones en lenguaje algebraico (Gómez y otros, 2017).
- C. Conversión:** Es una transformación que genera una representación en un registro diferente al original, para ello requiere de la coordinación por parte del estudiante que la efectúa. Entre la conversión y el tratamiento es necesario precisar, que desde un enfoque cognitivo son procesos bastantes independientes, pero matemáticamente la conversión depende del tratamiento, Por ejemplo, para convertir un gráfico a una ecuación (Conversión), es necesario entender su forma y características(tratamiento). Y al lograr convertir un gráfico a una ecuación el estudiante estaría realizando procesos más complejos que requiere un entendimiento de cómo una representación se relaciona con la otra. Esta es la razón por la cual la conversión de representaciones se considera el primer umbral hacia la comprensión en el proceso de aprendizaje de la matemática, (González , 2011).

En síntesis, esta teoría de los Registros de Representación Semiótica respalda el uso del Software GeoGebra en el estudio realizado, dado que, ayudó a los estudiantes a comprender los conceptos matemáticos en sus diferentes representaciones semióticas, ya que, al interactuar con GeoGebra, lograron visualizar de forma dinámica las definiciones matemáticas, tanto en la vista algebraica como en la vista gráfica, logrando así un aprendizaje permanente.

## **2.2. Teoría de Vygotsky**

Lev Vygotsky fue destacado representante de la psicología rusa. Planteó que el conocimiento se construye entre las personas a medida que interactúan, es así como, esta teoría constructivista, da importancia al entorno social para facilitar el aprendizaje.

### **2.2.1. Interacción social para aprender**

Esta teoría, indica que la interacción con otras personas en distintos entornos, tales como equipos de aprendizaje, es donde se desarrolla e impulsa las ideas que se puede tener en la mente, además, Vygotsky da relevancia a estas interacciones, ya que no se lo considera como una simple transmisión de información, más bien, estas interacciones permiten a la persona transformar y fortalecer su experiencia a partir de su propio conocimiento (Schunk, 2012).

La interacción con personas del entorno es un factor importante para el desarrollo humano, mediante ello, una persona puede tener más acercamiento al medio cognitivo, cultural y social. En esta línea las organizaciones educativas consideran que tanto el profesor como estudiantes deben desarrollar la habilidad comunicativa, para lograr impulsar la interacción social en bien de cada integrante de la comunidad (Agurto Mafaldo, 2022).

### **2.2.2. Zona de desarrollo próximo**

Vygotsky indica que cada estudiante tiene la capacidad de aprender algo en su nivel de desarrollo e incluso por cultura tienen saberes previos, sin embargo, hay conceptos que están más allá de su capacidad, pero que pueden aprenderse con el apoyo de una o más personas que se encuentren en un nivel óptimo de desarrollo. En particular, La diferencia entre lo que el estudiante puede aprender de manera individual y lo que puede asimilar con ayuda, se denomina zona de desarrollo próximo. Por tanto, Vygotsky resalta la importancia

del docente, a quien considera un facilitador indispensable, en la estructuración de contenidos más complejos (Mex y otros, 2021).

### **2.2.3. Aprendizaje Guiado**

En palabras de Veloso Pérez y otros, (2006) sostienen que el profesor debe ser el experto encargado de guiar y facilitar la adquisición de conocimientos socio – culturales que el estudiante necesita interiorizar. Su labor consiste en ensañar de forma interactiva, negociando significados que él domina como agente educativo, buscando que los estudiantes se apropien y reconstruyan dichos significados en su proceso de aprendizaje.

Para Rafael Linares (2007), un estudiante usualmente no aprende con apoyo de otro estudiante de manera formal. En lugar de ello, necesitan una participación guiada, en la cual le van presentando tareas cognoscitivas, estas se transforman en actividades de origen superior a través de las interacciones con adultos más conocedores.

En síntesis, esta teoría fue muy esencial en el proceso de enseñanza aprendizaje durante la investigación, dado que los estudiantes contaron con enseñanza guiada para adquirir conocimiento formal. Además, se usó estrategias motivadoras de la mano con la tecnología logrando una capacidad cognitiva más estructura y permanente en el estudiante.

### **2.3. Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel**

Ausubel refiere que esta teoría es un método de enseñanza para el aprendizaje cognitivo que se vincula directamente con la estructura mental del individuo y se conecta con los saberes previos, esto genera motivación para consolidar y adquirir conocimientos (Agra y otros, 2019). Por lo tanto, se plantea que el aprendizaje significativo ocurre cuando el estudiante establece una conexión entre los conocimientos más importantes de la estructura cognitiva es decir, lo que ya sabe (conceptos, ideas y proposiciones) con la nueva

información, de tal manera, que el aprendizaje enriquecido adquiriera significado y se integre en su estructura cognitiva del estudiante, promoviendo la distinción, el desarrollo y la solidez de los saberes previos, lo cual permitirá una mejor orientación durante el proceso educativo (Ausubel y otros, 1983).

Esta teoría como objetivo principal busca que los individuos se formen para enfrentar los desafíos de la vida cotidiana. Por tanto, su finalidad, es que el estudiante sea autónomo y desarrolle estrategias que les permitan encontrar una o más soluciones eficaces. (Gamba, 2018).

### **2.3.1. Condiciones de Aprendizaje Significativo**

Ausubel propone dos condiciones esenciales para el aprendizaje. La primera establece que el recurso debe ser potencialmente importante, es decir los conceptos adquiridos a través de libros, Software u otros medios deben tener relevancia y sentido lógico que facilite la comprensión. Y la segunda condición, el estudiante debe presentar interés por aprender, lo que implica que el educando debe presenciarse con saberes previos para así el profesor logre reforzar y construir nuevo conocimiento adecuado en base a las ideas existentes (Moreira Chóez y otros, 2021).

### **2.3.2. Características del Aprendizaje Significativo**

Lizárraga (2000), como se citó en Álvaro y Guevara (2024) las propiedades del aprendizaje significativo son las siguientes:

- A) Es Fenómeno social:** Todo individuo tiene aprendizaje en función de su entorno ligadas a las actividades diarias que realizan en grupo, es decir no hay aprendizaje si la persona se encuentra aislada.

- B) Es intelectual:** A través de la diversidad cultural se enriquece el aprendizaje y este permite a los individuos a compartir sus experiencias y perspectivas de la realidad vivida, logrando una comprensión y fomentando un aprendizaje más profundo.
- C) Activo:** Los individuos disfrutan realizar una actividad propuesta, llevando a un aprendizaje eficiente y rápido, logrando desarrollar capacidades en lo personal y social.
- D) Es situado:** Dado que en situaciones reales la persona va obteniendo base o experiencia y se va acumulando en conocimiento.
- E) Es autoiniciado:** El Sujeto además de tener interés en el tema, tiene esa iniciativa a obtener una comprensión profunda lo que genera apropiación del conocimiento.
- F) Es penetrado:** El individuo obtendrá una influencia en las conductas y actitudes de su personalidad.
- G) Es cooperativo:** Porque fomenta la colaboración entre personas para lograr un objetivo, para ello trabajan juntos, comparten conocimientos y experiencias, potenciando el aprendizaje de manera individual y colectiva.

### 2.3.3. Fases del Aprendizaje Significativo

De acuerdo con Morán y otros (2023), La teoría de Ausubel da una nueva perspectiva a la educación, pues esta se contrapone al aprendizaje memorístico y da más relevancia al proceso de relacionar los saberes previos con el nuevo conocimiento, ante ello, se plantea fases que brinda camino a un aprendizaje significativo.

- A. Fase inicial:** Aquí se tiene en cuenta la información aislada o acumulada que un estudiante puede tener, pero este conocimiento puede ser insuficiente para un buen dominio del tema, ya que ha podido usar estrategias generales.

- B. **Fase intermedia:** En este proceso se debe estructurar una formación adecuada a partir de la información aislada, se debe lograr una comprensión más profunda de los conceptos para relacionarlos y aplicarlos en la vida cotidiana, aquí es la oportunidad de retroalimentar los saberes previos y que el estudiante obtenga un conocimiento más abstracto.
- C. **Fase final:** Aquí se debe dar mayor énfasis estructural a los conceptos, logrando acumular nuevo conocimiento a la información preexistente, obteniendo así un dominio óptimo, Además se debe incrementar la capacidad de interrelacionar las estructuras conceptuales.

#### 2.3.4. Tipos de Aprendizaje Significativo

En base a Ausubel y otros (1983), plantean que el aprendizaje se puede producir de tres formas: Aprendizaje de representaciones, de conceptos y de proposiciones.

- A. **Aprendizaje de representaciones:** Este tipo de aprendizaje trata que el estudiante comprenda el significado de símbolos o palabras que ya tiene asimilado y que lo represente en ideas o conceptos. De esta manera se dará el primer paso para atribuir sentido al aprendizaje aislado. En relación con la función cuadrática, es aquí donde el estudiante aprende que la expresión algebraica  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , representa una función cuadrática y que su gráfica es una parábola. Es decir, solo asocia la ecuación con la idea de función cuadrática, sin comprender completamente sus propiedades.
- B. **Aprendizaje de conceptos:** Este tipo implica que el estudiante comprenda características esenciales de una categoría o idea; va más allá de las representaciones simples, mostrando mayor complejidad. En relación con la función cuadrática, es donde el estudiante comprende sus características ya sea del vértice como el punto

máximo o mínimo, el eje de simetría como la línea vertical que divide a la parábola en dos partes iguales, la concavidad de la parábola según el signo del término cuadrático. Todas estas y más características debe ser comprendido.

**C. Aprendizaje de proposiciones:** Este tipo se refiere a comprender ideas complejas por la combinación y relación de varias palabras o procedimientos, causando un concepto más estructurado y definido produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva (esquema mental), esto se convierte relevante para resolver problemas y aplicar el conocimiento de manera más profunda y significativa. En relación con la función cuadrática el estudiante aplica sus conocimientos para resolver problemas y analizar sus resultados, por ejemplo, al determinar las raíces de una función cuadrática y dando una interpretación de los valores obtenidos, al analizar cómo se desplaza el trazo de la parábola al modificar los coeficientes de la expresión cuadrática, además de, relacionar y aplicar funciones cuadráticas en situaciones reales.

En suma, La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, fue un enfoque importante durante el adecuado proceso de aprendizaje significativo de funciones cuadráticas durante el estudio, ya que se tomó en cuenta las ideas acumuladas previas de los estudiantes en grados anteriores logrando así relacionarlo e impregnando nuevo conocimiento, promoviendo, un aprendizaje profundo, activo y duradero.

### **3. Marco conceptual**

#### **3.1. Software Educativo GeoGebra**

Un Software Educativo, consiste en una colección de recursos informáticos interactivos creados con el objetivo de ser utilizados en un entorno pedagógico, siendo necesaria la responsabilidad del docente de promover su uso para que el estudiante

experimente un aprendizaje significativo. Es aquel material de aprendizaje desarrollado expresamente con un ordenador en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Fernández y otros, 2017).

El Software GeoGebra es ahora una opción tecnológica que mejora la calidad de la investigación y permite visualizar la matemática desde varios ángulos, además de brindar a los maestros estrategias de enseñanza a la medida de las necesidades de los alumnos. Es un software que el profesor juntamente con los estudiantes lo puede utilizar e interactuar de forma dinámica, para enriquecer el aprendizaje en los diversos campos temáticos del área de matemática; además, enfatiza las ventajas educativas al tiempo que facilita el aprendizaje a través de representaciones virtuales que reflejan la realidad (Jiménez & Jiménez, 2017). Coronel y otros, (2018) indica que GeoGebra es una herramienta técnica que puede ser utilizada en el campo de la matemática y con más precisión en la gráfica de funciones, nos da a conocer que su aplicación por parte de los docentes a los estudiantes genera el incremento de la creatividad; impulsando, de esta manera a ser seres autónomos, creativos y críticos con capacidades y competencias para actuar y enfrentarse a un contexto cada vez más diverso y desconocido. Convirtiéndose así, en un programa matemático con varias herramientas y comandos integrados, que promueve la creación de modelos matemáticos (Granados & Padilla, 2021).

Arteaga y otros, (2019) valoran a esta herramienta como un recurso didáctico que permite producir, construir y descubrir conocimientos, a la vez, en ella se puede verificar el valor de verdad de una función de forma rápida y precisa.

Como señala Sánchez y Borja, (2022) GeoGebra es un software gratuito que puede descargarse de Internet, instalarse sin dificultad y utilizarse con cualquier sistema operativo, es simple de usar y efectivo para una variedad de materiales de cursos de matemáticas;

herramienta que te permite involucrarte con las metodologías de aprendizaje constructivista y colaborativo, en las que los estudiantes pueden ayudarse unos a otros y compartir experiencias manipulando el programa, además de encontrar respuestas creativas e innovadoras a las actividades sugeridas por el maestro.

Para la presente investigación, entre las diferentes aplicaciones que tiene GeoGebra se eligió *Suite Calculadora*, esta permite realizar cálculos numéricos, gráficos 2D, graficar funciones, vectores y matrices, construcciones geométricas, tabla de valores, cálculos simbólicos, Gráficos 3D y cálculos de probabilidad, y lo más llamativo que su descarga es gratuita desde cualquier navegador de internet, para ello, se debe ingresar en el buscador, *descargar GeoGebra*, y seleccionar el enlace *Calculadoras y Aplicaciones GeoGebra – Descargas gratuitas*, en el apartado de calculadoras, se selecciona y descarga la aplicación: *Suite Calculadora*, para finalmente realizar la instalación en el ordenador o móvil.

### **3.2. Estructura del Software Educativo GeoGebra**

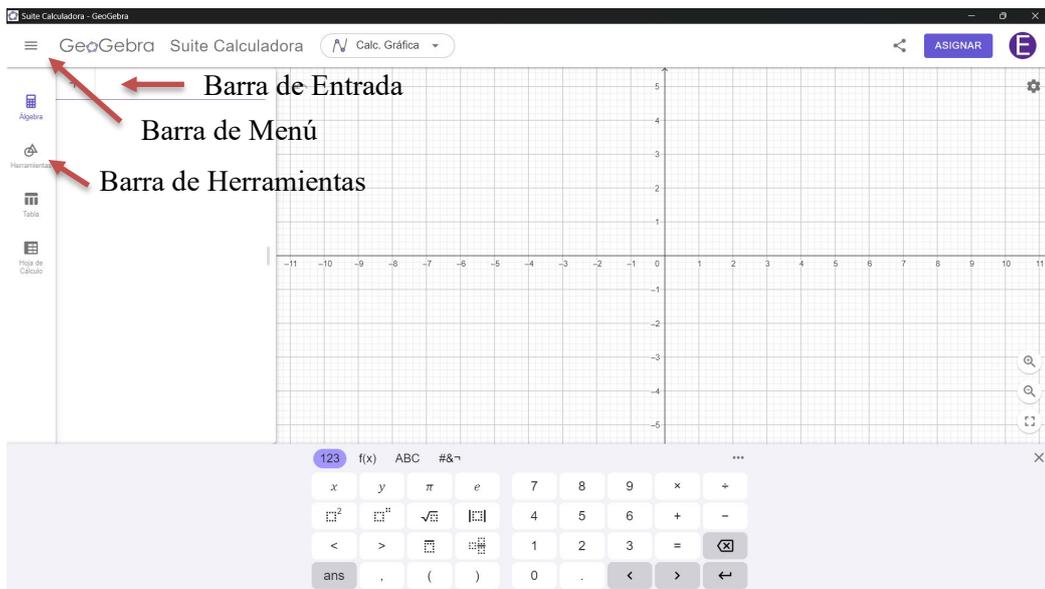
**Barra de Menú:** Contiene opciones que permite abrir proyectos, guardar, compartir, exportar imagen, entre otros.

**Barra de Herramientas:** En ella se encontrará herramientas básicas como es el deslizador, también las opciones de edición, de medios, de medición, transformaciones, construcciones, de ubicar puntos, de construcción, de trazar rectas, polígonos, circunferencias, cónicas, entre otros.

**Barra de Entrada:** En ella se puede ingresar valores, coordenadas, ecuaciones, como también funciones que se definen a través del teclado que, en consecuencia, genera un lugar geométrico en la vista gráfica. Además, todas estas expresiones son modificables, lo cual permite cambiar la forma estructural que se muestra en la vista gráfica (Guzñay & Tenegusñay, 2014).

## Figura 1

### Estructura del Software Educativo GeoGebra



*Nota:* Captura de pantalla de la interfaz del Software GeoGebra (versión 6.0.871.0), desarrollado por GeoGebra GmbH.

### 3.3. Utilidades

García, 2014, como se citó en una revista pedagógica realizada por Arteaga y otros, (2019) GeoGebra es una herramienta tecnológica que se puede utilizar en el proceso educativo y debería incluirse en los planes de estudio como un recurso didáctico para implementar en el área de matemática específicamente en de resolución de problemas. Además, GeoGebra tiene diferentes características que combina construcciones geométricas, Cálculos numéricos, Funciones, Vectores y matrices, tabla de valores, cálculos simbólicos, Gráficos 2D, gráficos 3D y cálculos de probabilidad, todo esto en una sola herramienta; asimismo, su interacción con el usuario es dinámica.

### 3.4. Dimensiones

Como primera dimensión se encuentra Vista Algebraica: donde los objetos geométricos aparecen como expresiones algebraicas (coordenadas, ecuaciones) o descritos

según su definición, según la opción solicitada por el usuario (Calderón, 2020). Es aquí donde también se declaran las expresiones algebraicas de funciones, ecuaciones, coordenadas de puntos, variables, entre otros (Bayés y otros, 2019).

Como segunda dimensión, se tiene la Vista Gráfica: se caracteriza por su forma de plano cartesiano (XY) es decir los ejes de coordenadas donde se visualizan los objetos geométricos (Calderón, 2020). En esta sección permite ver varios objetos matemáticos (funciones, polígonos, cónicas) así como otros objetos conocidos como acciones (botones, casillas de verificación que le permiten mostrar u ocultar objetos, casillas de verificación de entrada para redefinir funciones o valores) (Alfaro y otros, 2019). Asimismo, puede crear estructuras geométricas usando puntos, líneas, segmentos, polígonos, conos y más. Este apartado, también permite realizar múltiples operaciones, como trasladar, rotar e intersectar objetos. Además, las curvas también se pueden especificar implícitamente, las regiones planas se pueden especificar mediante desigualdades y las funciones se pueden representar gráficamente (Arteaga y otros, 2019).

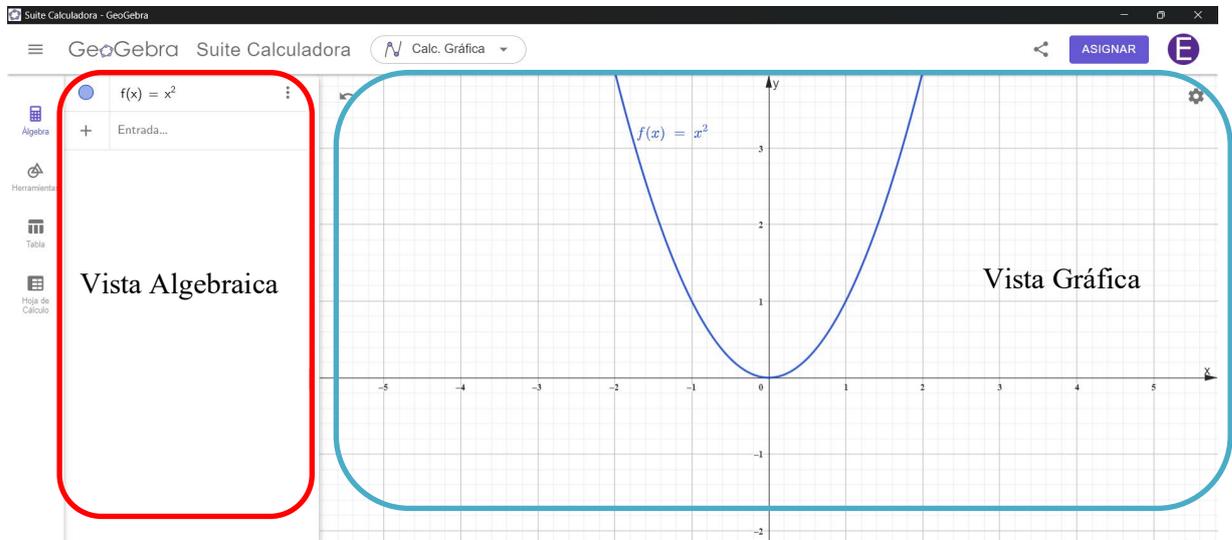
### **3.5. Procedimiento para graficar en GeoGebra**

GeoGebra permite trazar graficas de una variedad de funciones empezando por anotarla en la barra de entrada o empleando deslizadores para modificarla, para la primera opción simplemente se anota la expresión  $x^2$  en la Barra de Entrada y se pulsa Intro, el programa le asignará un nombre, que puede ser  $f(x)$  cuya ley de formación aparecerá en la vista algebraica y su representación en la vista gráfica.

## Figura 2

Representación de funciones en la vista Algebraica y Vista Gráfica en el Software

Educativo GeoGebra

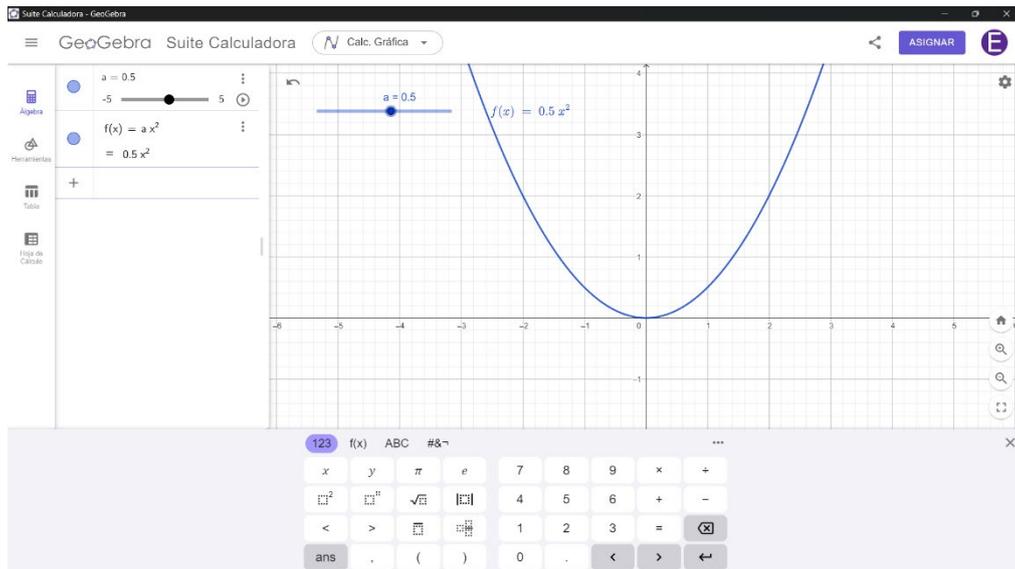


Nota: Captura de pantalla de la interfaz del Software GeoGebra (versión 6.0.871.0), desarrollado por GeoGebra GmbH.

También como segunda opción se puede graficar funciones utilizando deslizadores, un deslizador es la representación visual de un número que se utiliza para las constantes de una función cuadrática, para ello, se selecciona la barra de *Herramientas* y en la pestaña de herramientas básicas se elige *Deslizador* luego clic en cualquier lugar libre de la Vista Gráfica se abrirá una Caja de Dialogo; en ella, se puede cambiar el nombre del deslizador, el intervalo para que se extienda entre un mínimo y un máximo y si se desea el incremento, dejando todo establecido pulsar ok. Adicionalmente si se desea más ajustes, se debe dirigir a la vista algebraica y seleccionar los tres puntos en el deslizador que se ha creado para luego dar clic en configuración. Luego anotar en la Barra de Entrada la expresión  $f(x) = ax^2$  luego Intro, en la vista grafica se podrá observar el comportamiento de la función deslizando el punto del deslizador vinculado a la expresión y su gráfico.

**Figura 3**

*Gráfica interactiva de una función algebraica mediante deslizadores*



*Nota:* Captura de pantalla de la interfaz del Software GeoGebra (versión 6.0.871.0), desarrollado por GeoGebra GmbH.

### 3.6. Aprendizaje de la función cuadrática

Para lograr que un estudiante actúe de forma competente se sugiere enmarcar las corrientes socio constructivistas del aprendizaje, donde el conocimiento es construido por el sujeto que aprende. Entre ellas se tiene: partir de situaciones significativas, donde los estudiantes pueden establecer conexiones entre sus conocimientos previos y las nuevas situaciones ofreciendo oportunidad de construir desafíos para ellos. Generar interés y disposición, aquí se considera una situación significativa cuando los estudiantes se involucran en estas y perciben que tiene sentido para ellos. Aprender haciendo, es donde se da importancia a la actividad y al contexto para generar aprendizaje; es aquí donde el proceso de aprender y hacer es inseparable, por lo que se le denomina “Enseñanza Situada”. Partir de saberes previos, implica recuperar y activar, a través de preguntas y repreguntas, los conocimientos adquiridos previamente por el estudiante. Construir el nuevo

conocimiento, requiere que el estudiante alcance un dominio adecuado del tema, y que pueda transferirlo y aplicarlo en situaciones que se puedan dar en su vida cotidiana. En cuanto al error constructivo, desde la didáctica se considera como una oportunidad de aprendizaje, ya que fomenta la reflexión y revisión de los productos del estudiante como también del docente, entre otras orientaciones pedagógicas (Ministerio de Educación [MINEDU], 2016).

Las funciones de segundo grado son aquellas que tiene la forma general  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ;  $a \neq 0$ ,  $a$ ;  $b$  y  $c$  son constantes; y que mediante el método de completar cuadrados siempre pueden transformarse en su forma normal o canónica:  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ;  $a \neq 0$  que corresponden a parábolas con dominio  $\mathbb{R}$ , y con vértice  $V = (h; k)$  (Venero, 2016).

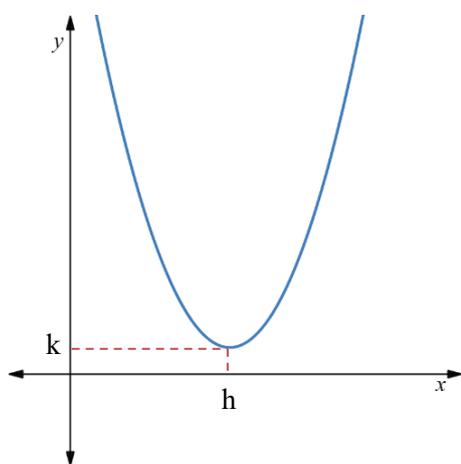
#### Figura 4

*Características del dominio y rango en funciones cuadráticas*

i. Si  $a > 0$ :

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

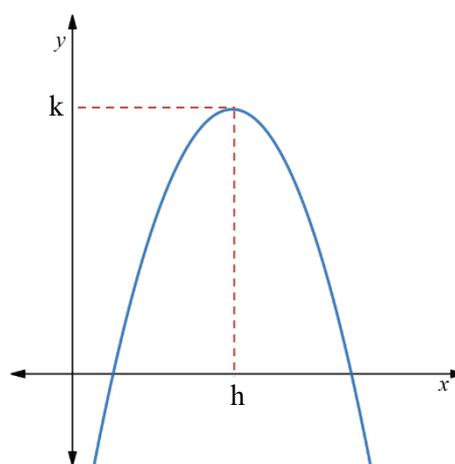
$$\text{Ran } f = [k; +\infty[$$



ii. Si  $a < 0$ :

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

$$\text{Ran } f = ] - \infty, k]$$



*Nota:* Elaborado por el autor

En la representación de una función cuadrática,  $y = f(x)$ , se emplean dos variables;  $x$ : variable independiente e  $y$ : variable dependiente. Además, está compuesta por términos, como se muestra en el siguiente ejemplo:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , donde  $ax^2$  es el término cuadrático,  $bx$  es término lineal y  $c$  es el término independiente.

La representación gráfica de una función cuadrática se realiza empleando las coordenadas  $(x; f(x))$ . Por ejemplo, dada la función  $f(x) = x^2$ , su representación tabular se halla asignando valores a  $x$  y reemplazando en  $f(x)$  (Mansilla Fernández y otros, 2023).

**Tabla 1**

*Representación tabular de la función cuadrática*

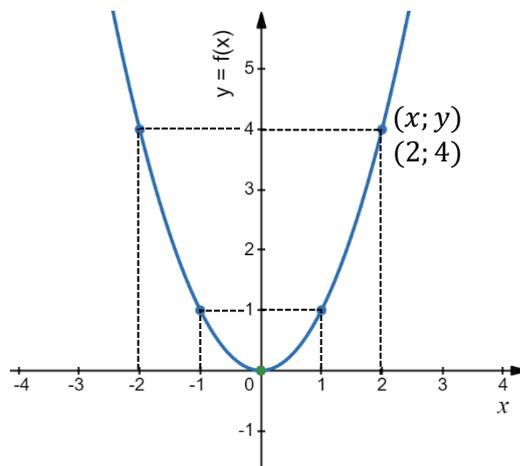
$x$	$f(x) = x^2$
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

*Nota:* Elaborado por el autor

La gráfica de la función  $f(x) = x^2$  se muestra en la figura 5:

**Figura 5**

*Gráfico de la función cuadrática*



*Nota:* Elaborado por el autor

Se puede deducir que, si el par ordenado  $(x; y) \in f \rightarrow y = f(x)$

### 3.7. Comportamiento gráfico de una función cuadrática

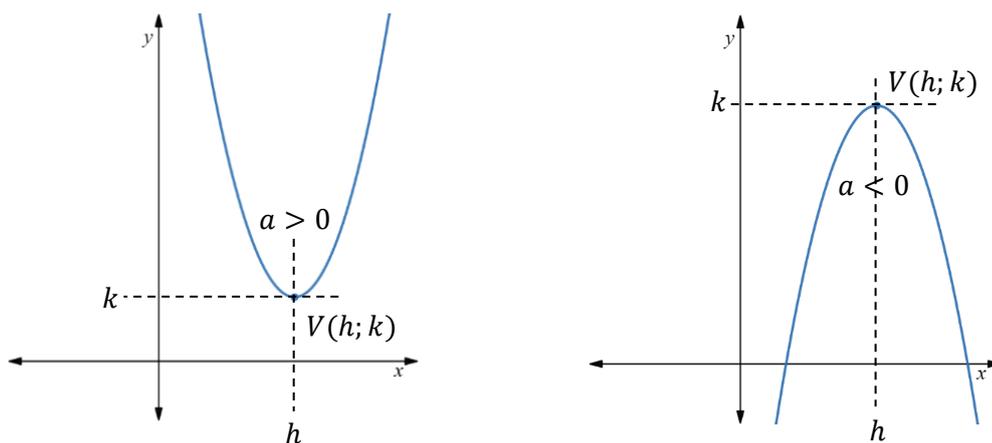
Comprender las transformaciones según las características de una función cuadrática en su forma general, canónica y en la forma de sus raíces; a la vez, bosquejar las gráficas de ellas, ayudará a facilitar el trabajo de enseñanza - aprendizaje (Jiménez R. , 2011).

#### 3.7.1. Vértice y eje de simetría

Con respecto a la parábola  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ , que en su forma canónica es igual a  $y = f(x) = a(x - h)^2 + k$ , en donde al punto  $V = (h; k)$  se le denomina vértice de la parábola, además completando cuadrados a la ecuación general se puede probar que las coordenadas del vértice son:  $h = -\frac{b}{2a}$  ;  $k = \frac{4ac-b^2}{4a} = f(h)$  . Teniendo así el siguiente bosquejo de la función cuadrática:

**Figura 6**

*Vértice y eje de simetría de la función cuadrática*



Nota: Elaborado por el autor

A la recta vertical  $x = h$  se le llama **eje de simetría**.

#### 3.7.2. Interceptos

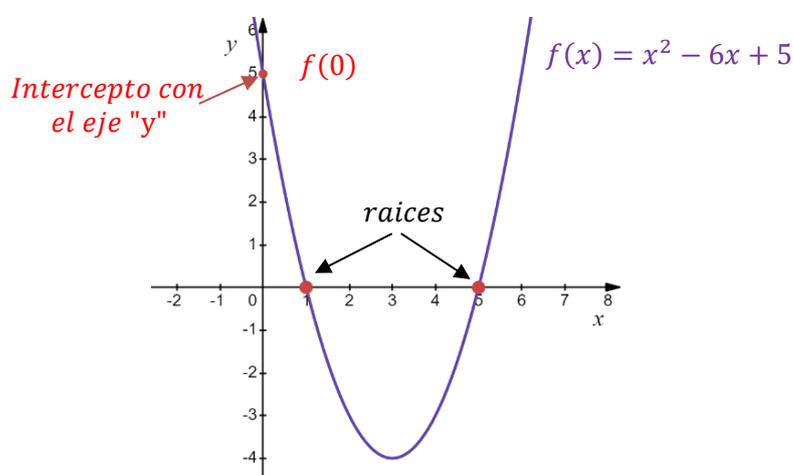
Para hallar el intercepto de la parábola  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ , con los ejes cartesianos del plano se hará lo siguiente: intercepto

con el eje  $x$ , se reemplaza  $y = 0$  siempre y cuando el valor del discriminante ( $\Delta = b^2 - 4ac$ ) sea igual o mayor que cero, ya que esto indica que la parábola si tiene raíces, para determinar ello, se puede utilizar el método del aspa simple o fórmula general de una ecuación cuadrática. Con respecto al intercepto con el eje  $y$ , se reemplaza  $x = 0$ , es decir  $y = f(0) = a(0)^2 + b(0) + c$ , quedando de la siguiente manera  $y = f(0) = c$  (Artemio Rios y otros, 2017).

Teniendo así el bosquejo de la función cuadrática:

**Figura 7**

*Interceptos de la función cuadrática con los ejes cartesianos*

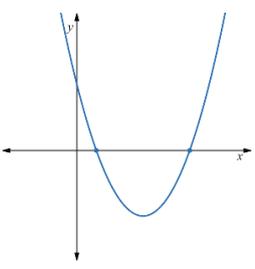
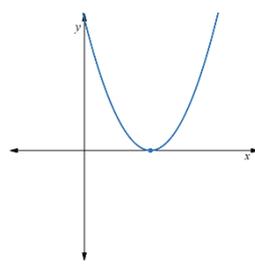
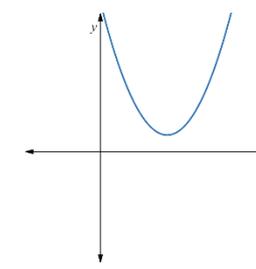
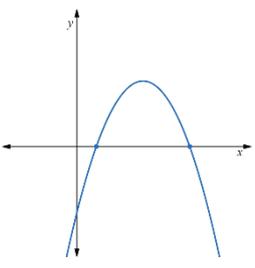
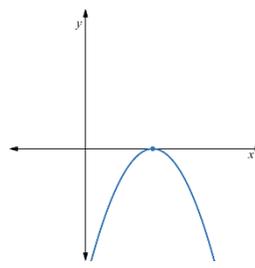
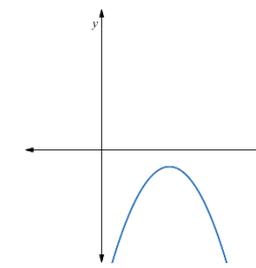


Nota: Elaborado por el autor

Ahora se analizará los interceptos o raíces, como también el comportamiento gráfico de la función cuadrática en su forma general  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ , o en su forma canónica  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ; por naturaleza del valor del discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$  o  $\Delta = -4ak$  respectivamente; mediante el cuadro comparativo, tabla 2.

**Tabla 2**

*Análisis de raíces y comportamiento gráfico según el discriminante de la función cuadrática*

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$	
$a > 0$				Rango
				$[k; \infty]$
				$Domf: \mathbb{R}$
	Tiene dos raíces reales distintas	Tiene dos raíces iguales	No hay soluciones reales	
$a < 0$				Rango
				$[-\infty; k]$
				$Domf: \mathbb{R}$
	Tiene dos raíces reales distintas	Tiene dos raíces iguales	No tiene soluciones reales	

*Nota:* Elaborado por el autor

### 3.7.3. Valores máximos y mínimos

Para trazar la gráfica y determinar el valor máximo o mínimo de una función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ;  $a \neq 0$  es más conveniente expresarlo en su forma canónica a través del método de completar cuadrados que resulta lo siguiente:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = a \left[ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right]$$

$$f(x) = a \left[ x^2 + \frac{b}{a}x + \left( \frac{\frac{b}{a}}{2} \right)^2 - \left( \frac{\frac{b}{a}}{2} \right)^2 + \frac{c}{a} \right]$$

$$f(x) = a \left[ x^2 + \frac{b}{a}x + \left( \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right]$$

$$f(x) = a \left[ \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \left( \frac{b}{2a} \right)^2 \right) - \left( \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right]$$

$$f(x) = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} \right]$$

$$f(x) = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4a^2c - ab^2}{a \cdot 4a^2} \right]$$

$$f(x) = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + a \left( \frac{4ac - b^2}{a \cdot 4a} \right)$$

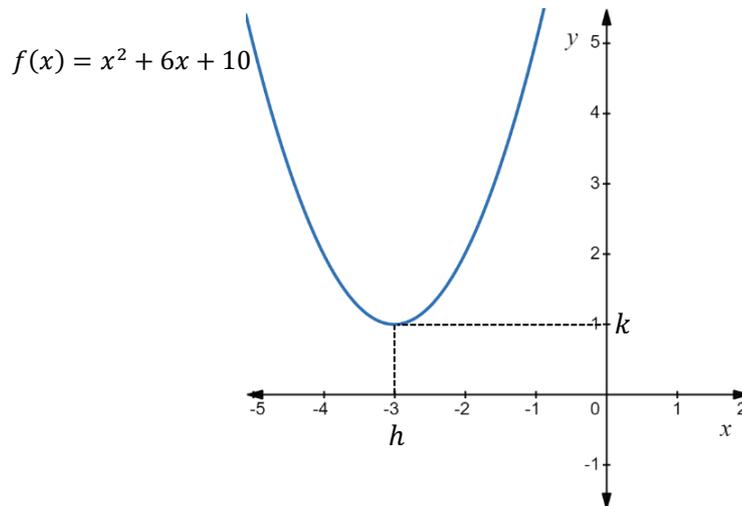
$$f(x) = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$f(x) = a(x + h)^2 + k \quad (i)$$

Ahora se analizará  $h = \frac{b}{2a}$  según (i), en el siguiente ejemplo:  $f(x) = x^2 + 6x + 10$ , que expresada en su forma canónica es:  $f(x) = (x + 3)^2 + 1$ , reemplazando  $h = \frac{6}{2(1)} = 3$ , pero según la gráfica de la Figura 8, o tabulando la función original;  $h$  es igual a  $-3$ .

## Figura 8

Análisis gráfico del valor "h" según su forma canónica de la función cuadrática



*Nota:* Elaborado por el autor

Por ende  $h$  tiene que ser negativo, es decir:  $h = -\frac{b}{2a}$ , adaptando la expresión (i), se tiene finalmente la función cuadrática en su forma canónica:  $f(x) = a(x + (-h))^2 + k$ , simplificando será:  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ .

En consecuencia, de la función y gráfica determinada, se puede deducir que la parábola tiene valores extremos cuando:  $x = h = -\frac{b}{2a}$ ;  $k = \frac{4ac - b^2}{4a} = f(h)$ . Por tanto:

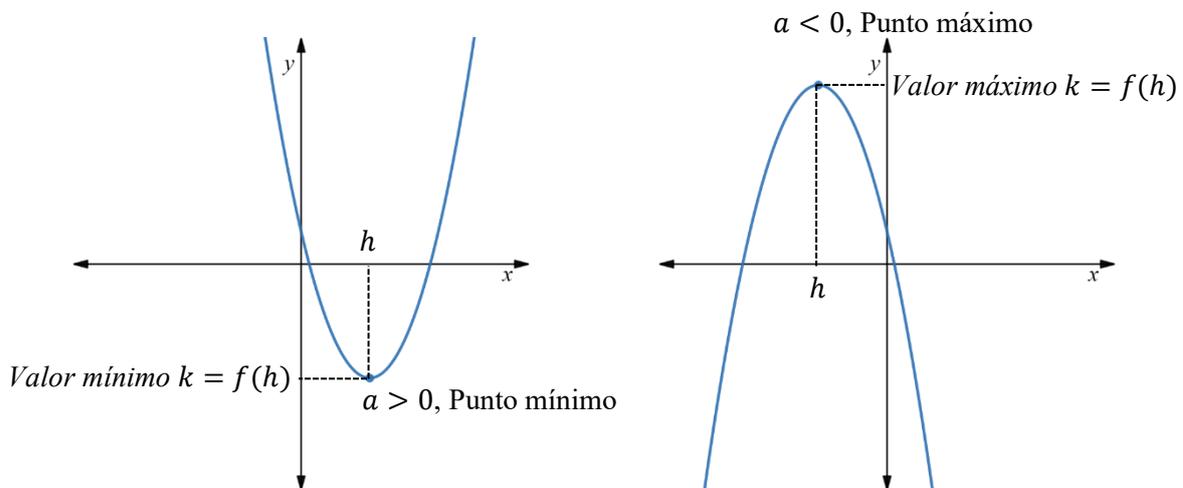
La expresión o gráfica de la parábola  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , tiene un valor **máximo** o **mínimo** cuando ocurre que:  $x = h = -\frac{b}{2a}$ .

Y si  $a > 0$ , entonces  $k = f(h)$  es un valor mínimo.

Y si  $a < 0$ , entonces  $k = f(h)$  es un valor máximo.

**Figura 9**

*Punto máximo o mínimo de la función cuadrática*



*Nota:* Elaborado por el autor

#### **3.7.4. Otras representaciones algebraicas de la función cuadrática**

Visto ya como se ha determinado las raíces y el vértice, se puede pasar a representar a la función cuadrática algebraicamente de su forma general a su forma canónica y a la forma de sus raíces; cada una destacando diferentes características y propiedades.

En la forma general,  $ax^2 + bx + c$ ;  $a \neq 0$ , donde  $a$ ;  $b$  y  $c$  son constantes. Es útil para identificar más rápido el término cuadrático, el término lineal y el término constante.

En su forma canónica,  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ;  $a \neq 0$ , donde  $(h; k)$  es el vértice de la parábola. En esta se identifica para que valores de "h" existe un valor máximo o mínimo denominado "k"; a la vez, ayuda a visualizar mejor los desplazamientos en el plano cartesiano, que se verá más adelante.

En la Forma de sus raíces,  $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$ ;  $a \neq 0$ , donde  $r_1$  y  $r_2$  son las raíces o soluciones de la función cuadrática. Esta facilita saber los puntos donde la parábola corta al eje x.

Ahora, se realizará el tratamiento a la forma general de la función, empleando recursos y propiedades algebraicas para transformar las expresiones.

### **Función cuadrática en su forma canónica**

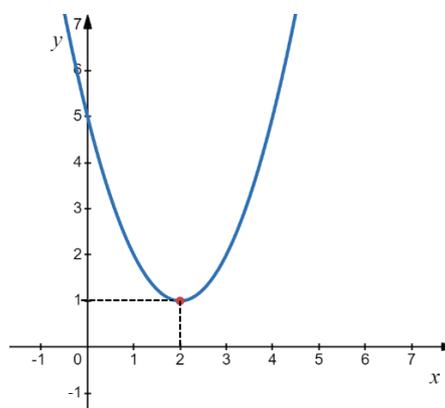
Para expresar  $y = f(x) = ax^2 + bx + c ; a \neq 0$ , en su forma canónica, se debe realizar mediante el método de completar cuadrados, consiste en lo siguiente: primero, visualizar si el coeficiente principal del término cuadrático "a", no es igual a 1, se tendrá que factorizar el valor de "a" a toda la función; segundo, ubicarse después del término lineal para sumar y restar, el cuadrado de la mitad del coeficiente del término lineal; En seguida, factorizar el trinomio cuadrado perfecto al cuadrado de un binomio; por último, simplificar hasta tener la forma  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ , donde  $(h; k)$  es el vértice. Ejemplo:

Sea  $f(x) = x^2 - 4x + 5$ , realizar el tratamiento y expresar la función cuadrática en su forma canónica.

### **Figura 10**

*Transformación algebraica a su forma canónica mediante el método de completar cuadrados y gráfica de la función cuadrática*

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^2 - 4x + 5 \\
 f(x) &= x^2 - 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5 \\
 f(x) &= (x^2 - 4x + 2^2) - 2^2 + 5 \\
 f(x) &= (x - 2)^2 + 1
 \end{aligned}$$



*Nota:* Elaborado por el autor



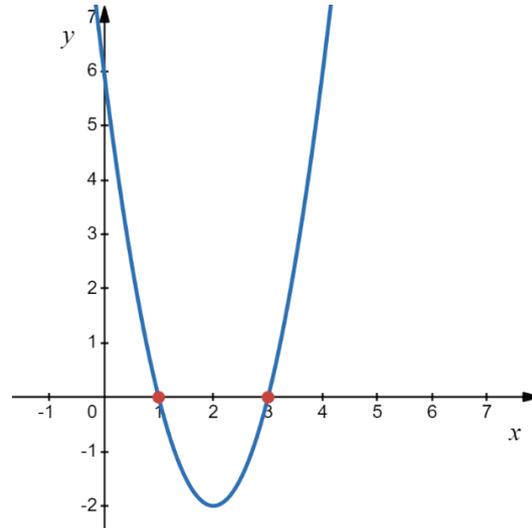
Sea  $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ , realizar el tratamiento y expresar la función cuadrática en forma de sus raíces.

**Figura 11**

*Transformación algebraica a forma de sus raíces mediante el método de factorización y su gráfica de la función cuadrática*

$$y = f(x) = 2x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 & \uparrow & \\
 2x & & -2 \\
 & \searrow & \\
 1x & & -3
 \end{array} \\
 \\
 (2x - 2)(1x - 3) = 0 \\
 (2x - 2) = 0 \quad \vee \quad (1x - 3) = 0 \\
 x = 1 \quad \vee \quad x = 3 \\
 \therefore y = f(x) = 2(x - 1)(x - 3)
 \end{array}$$



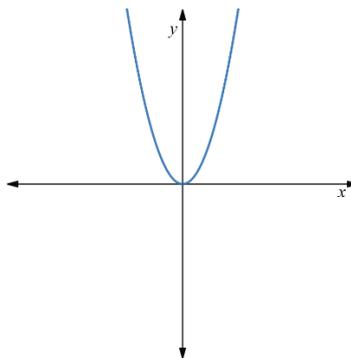
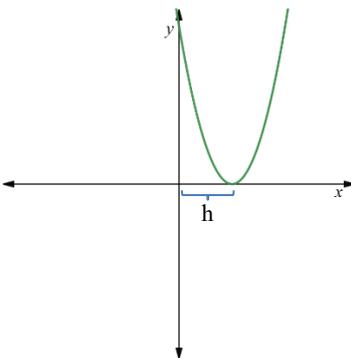
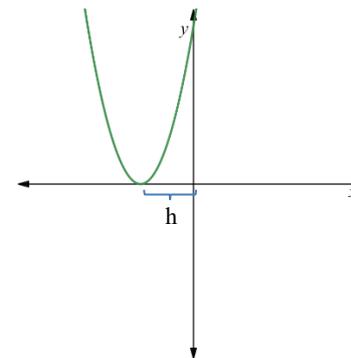
*Nota:* Elaborado por el autor

**3.7.5. Desplazamientos horizontales**

Si se tiene una función  $f(x) = x^2$ , y sea  $h$  un número positivo, entonces la gráfica de  $f(x) = (x - h)^2$  es desplazada en  $h$  unidades hacia la derecha y la gráfica de  $f(x) = (x + h)^2$  es desplazada en  $h$  unidades a la izquierda.

**Tabla 3**

*Desplazamientos horizontales de la función cuadrática*

Función estándar	Desplazamiento hacia la derecha	Desplazamiento hacia la izquierda
$f(x) = x^2$	$f(x) = (x - h)^2$	$f(x) = (x + h)^2$
		

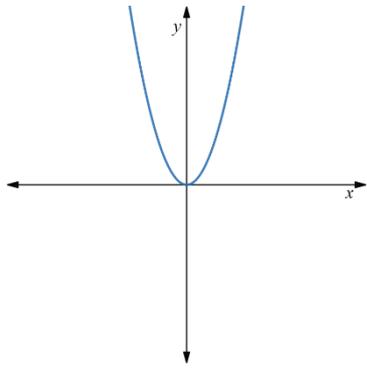
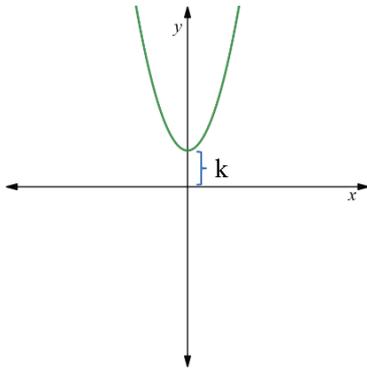
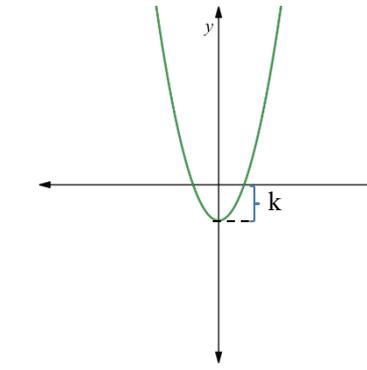
*Nota:* Elaborado por el autor

### 3.7.6. Desplazamientos verticales

Si se tiene una función  $f(x) = x^2$ , y sea  $k$  es un número positivo, entonces la gráfica de  $f(x) = (x - h)^2 + k$  es desplazada en  $k$  unidades hacia arriba y la gráfica de  $f(x) = (x + h)^2 - k$  es desplazada en  $k$  unidades hacia abajo.

**Tabla 4**

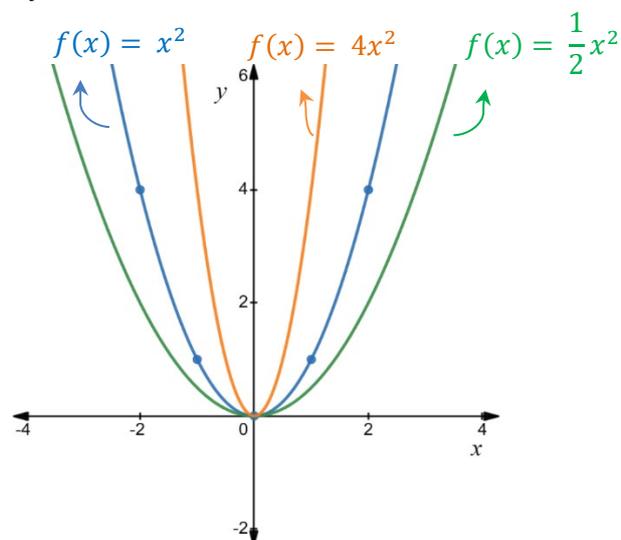
*Desplazamientos verticales de la función cuadrática*

Función estándar	Desplazamiento hacia arriba	Desplazamiento hacia abajo
$f(x) = x^2$	$f(x) = (x - h)^2 + k$	$f(x) = (x - h)^2 - k$
		

Ahora se analizará, la mayor o menor abertura de las parábolas, mediante las siguientes gráficas:

**Figura 12**

*Análisis de la abertura de la función cuadrática*



*Nota:* Elaborado por el autor

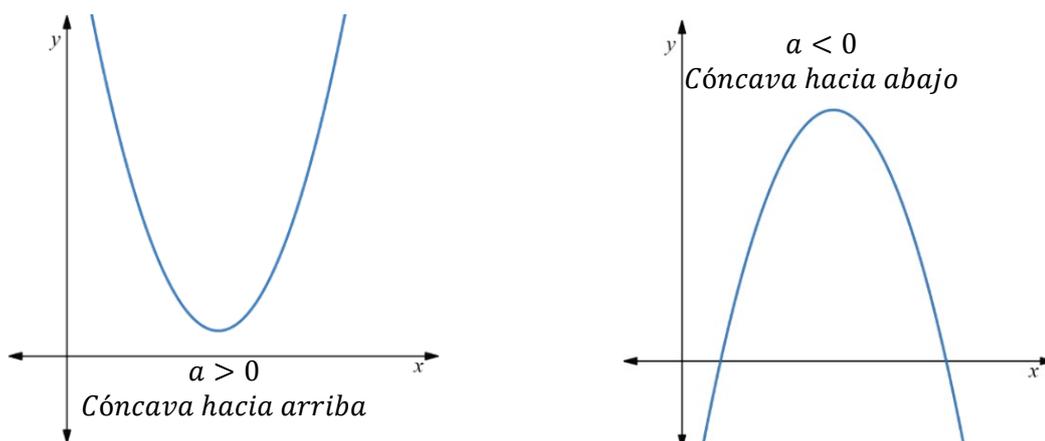
Así que, la gráfica  $f(x) = ax^2$  es más angosta si  $|a| > 1$  y más ancha si  $0 < |a| < 1$ .

### 3.7.7. Orientación o concavidad de la parábola

Sea  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ , en su forma general y  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ,  $a \neq 0$ , en su forma canónica. Entonces se cumple que; si el coeficiente del término cuadrático es positivo, la parábola es cóncava arriba y si es negativo, la parábola es cóncava hacia abajo.

**Figura 13**

*Concavidad de la parábola según el coeficiente del término cuadrático*



*Nota:* Elaborado por el autor

### 3.8. Procedimiento para graficar una función cuadrática aplicando el Software Educativo GeoGebra mediante deslizadores.

Se graficó la función cuadrática teniendo en cuenta su forma canónica  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ,  $a \neq 0$ ; el procedimiento es muy similar para su forma general.

Primeramente, se creó un texto de referencia de la forma canónica de una función cuadrática en la vista gráfica, para ello, en la Barra de *Herramientas*, seleccionar *Texto* y clic en la vista gráfica, aparecerá una ventana en la cual se seleccionó *Serif* y *Fórmula LaTeX*, luego en el cuadro se escribió:  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ , luego clic en botón ok (Versión escritorio).

Para la versión móvil, a la izquierda de la barra de entrada hay un símbolo (+) se dio clic, seguidamente en *texto*, allí se escribió la forma canónica de una función cuadrática, luego *enter*, ahora se seleccionó los tres puntos que están al frente de la expresión y se dio clic en configuración para activar la opción *muestra*, esto permite que el texto aparezca en la vista gráfica, como el siguiente:  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ .

Seguidamente, se creó los deslizadores  $a$ ,  $h$  y  $k$ , para ello, En la barra de *Herramientas*, se seleccionó *Deslizador* y se dio clic en la vista gráfica, apareció una ventana en cual se puede modificar los valores del intervalo y si se desea el incremento, por último, clic en el botón ok; se generó un deslizador en la vista grafica con un nombre por defecto. Para cambiarlo de nombre, dirigirse a Vista Algebraica, ubicar el deslizador y al frente se tiene los tres puntos se dio clic en ellos para luego seleccionar *configuración* y en la cinta de opciones *Básico*, permite cambiar por el nombre que se desea.

Ahora, se definió la función cuadrática, para ello; regresar a la *Barra de Entrada* y se escribió  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ , luego Intro.

Posteriormente se creó un texto dinámico para la expresión de la forma canónica de la función; En la versión escritorio, En *Herramientas* se eligió *texto* y clic en vista gráfica, aparecerá una ventana en la cual se seleccionó *Serif y Fórmula LaTeX*, dirigirse a *Avanzado*, clic en el *icono de GeoGebra* y seleccionar  $f$ , volver al cuadro superior y dar clic en el pequeño cuadro de naranja que contiene  $f$ , se desplegará un cuadro de texto, allí escribir: (" $f(x)=$ " +  $f$ ) y clic en el botón ok; se obtuvo en la vista gráfica, la forma canónica de una función cuadrática en función de los deslizadores.

Para la versión móvil, dirigirse a la vista algebraica, y en la barra de entrada escribir: " $f(x) =$ ", ahora en la parte superior derecha del teclado hay tres puntos en los cuales se debe dar clic, luego seleccionar *Texto*, nuevamente dar clic en *FórmulaTexto*, se dirigirá a

la barra de entrada, allí escribir:  $f(x)$  luego enter. Ahora para poder visualizarlo en la vista gráfica, dirigirse en los tres puntos que están al frente de la expresión y dar clic en configuración para activar la opción *muestra*.

Ahora se halló el valor del discriminante de manera automatizada, para la versión escritorio, En *Herramientas*, se seleccionó *Texto* y clic en Vista Gráfica, aparecerá una ventana en la cual se debe dar clic en *Serif y Fórmula LaTeX*, dirigirse a *Avanzado*, clic en el icono de *GeoGebra* y seleccionar *Casilla Vacía*, volver al cuadro superior, dar clic en el pequeño cuadro de naranja, se desplegará un cuadro de texto, allí escribir:  $\text{texto}(\text{"Discriminante: } \Delta = \text{"})(-4ak)$  y clic en el botón ok.

Para la versión móvil, dirigirse a la vista algebraica y en la barra de entrada escribir: "*Discriminante =* " , ahora en la parte superior derecha del teclado hay tres puntos seleccionar en ellos y buscamos *Texto* dar clic, luego nuevamente dar clic en *FórmulaTexto*, ahora en la barra de entrada configurada escribir:  $-4ak$ , luego enter. Para poder visualizarlo en la vista gráfica dirigirse a los tres puntos que están al frente de la expresión y dar clic en *configuración* para activar la opción *muestra*.

Ahora se definió, el eje de Simetría que con la intersección de la gráfica forma la primera coordenada del Vértice, para ello, dirigirse a *la barra de entrada*, y escribir  $x = h$ , teclear Intro, en la vista grafica seleccionar la recta que acaba de trazarse, clic en los *tres puntos* para luego *propiedades*; en la pestaña *Básico* dirigirse a *Nombre* cambiarlo por *EjedeSimetria* en *Etiqueta visible* o en *Rótulo* seleccionar *Nombre y valor*; en la pestaña *Estilo* dirigirse a *Estilo de Trozo* y seleccionar la línea punteada.

También se definió la segunda coordenada del Vértice, para ello, dirigirse a *la barra de entrada*, y escribir  $y = f(h)$  luego Intro, en la vista grafica seleccionar la recta que acaba de trazarse, clic en los *tres puntos* para luego *propiedades*; en la pestaña *Básico* dirigirse a

*Nombre* y cambiarlo por  $k$  en *Etiqueta visible* o en *Rótulo* seleccionar *Nombre y valor*; en la pestaña *Estilo* dirigirse a *Estilo de Trozo* y seleccionar la línea punteada.

También se marcó el vértice mediante un punto entre la intersección de  $h$  y  $k$  con la parábola, para ello, dirigirse a *Herramientas*, allí seleccionar *Intersección*, y dar clic en la vista gráfica justo donde se intercepta  $h$  y  $k$ ; dar clic derecho o seleccionar unos segundos en el punto que se genera, luego *Propiedades*, desplegar *etiqueta visible* o en *Rótulo* para selecciona *Nombre y Valor*.

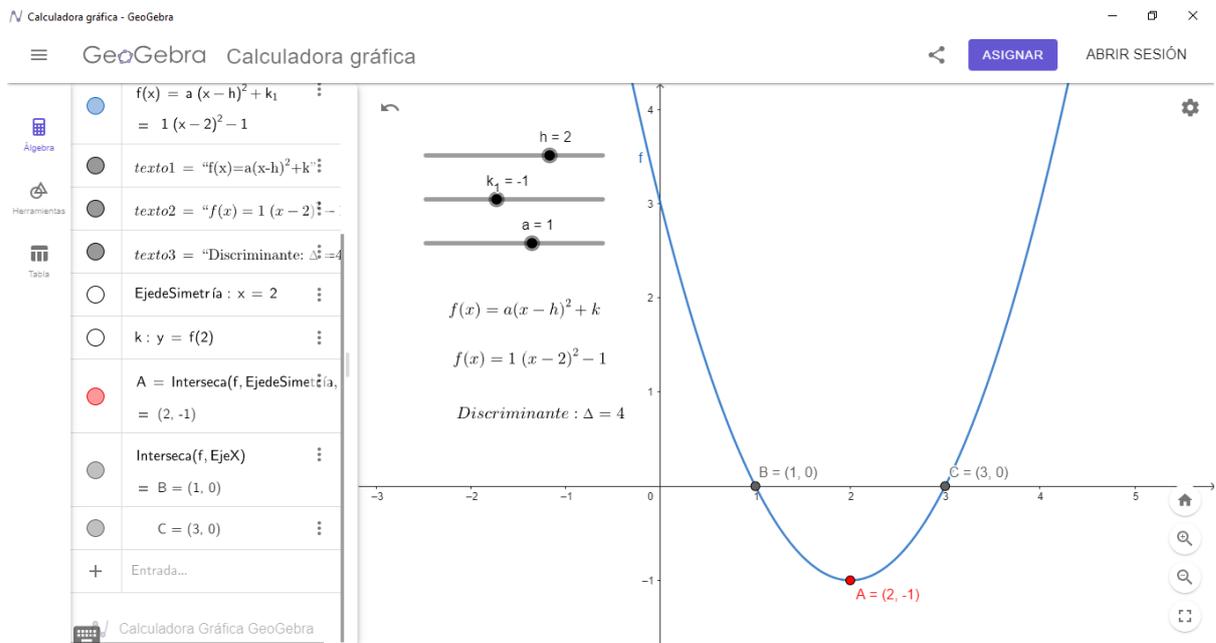
Seguidamente se mostró los interceptos de la función cuadrática con los ejes (eje  $x$ , eje  $y$ ), para los puntos de corte con el eje  $x$ , ubicarse en *Herramientas*, allí seleccionar *raíces*, y dar clic en la gráfica de la parábola. Ahora para encontrar el punto de corte con el eje  $y$ , utilizar la herramienta *Intersección* seguidamente dar clic en la parábola luego en el eje  $y$ . Luego clic derecho o seleccionar unos segundos en el punto que se genera para dirigirse a *Propiedades*, desplegar *etiqueta visible* o en *Rótulo*, seleccionar *Nombre y Valor*, repetir este último paso para los demás puntos de corte si lo hubiera en el eje  $x$ .

Ahora de manera opcional se puede ocultar el Eje de Simetría y la recta  $k$  en la vista gráfica, para ello, en la vista algebraica desactivar el color del círculo pequeño que lo identifica.

Obteniendo así la gráfica de una función cuadrática de manera interactiva aplicando el Software Educativo GeoGebra.

**Figura 14**

*Gráfica interactiva de la función cuadrática aplicando el Software Educativo GeoGebra*



*Nota:* Captura de pantalla del Software GeoGebra (versión 6.0.871.0), desarrollado por GeoGebra GmbH.

### 3.9. Competencia y capacidades del área curricular matemática

El tema de función cuadrática es *parte* esencial del Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB), se encuentra dentro de la Competencia “Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio”, con un estándar nacional para cuarto grado (ciclo VII) del nivel secundaria:

*“Resuelve problemas referidos a analizar cambios continuos o periódicos, o regularidades entre magnitudes, valores o expresiones, traduciéndolas a expresiones algebraicas que pueden contener la regla general de progresiones geométricas, sistema de ecuaciones lineales, ecuaciones y funciones cuadráticas y exponenciales. Evalúa si la expresión algebraica reproduce las condiciones del problema. Expresa su comprensión de la regla de formación de sucesiones y*

*progresiones geométricas; la solución o conjunto solución de sistemas de ecuaciones lineales e inecuaciones; la diferencia entre una función lineal y una función cuadrática y exponencial y sus parámetros; las usa para interpretar enunciados o textos o fuentes de información usando lenguaje matemático y gráficos. Selecciona, combina y adapta variados recursos, estrategias y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos en progresiones geométricas, solucionar ecuaciones lineales o cuadráticas, simplificar expresiones usando identidades algebraicas; evalúa y opta por aquellos más idóneos según las condiciones del problema. Plantea afirmaciones sobre enunciados opuestos o casos especiales que se cumplen entre expresiones algebraicas; así como predecir el comportamiento de variables; comprueba o descarta la validez de la afirmación mediante contraejemplos y propiedades matemáticas”. (MINEDU, 2016, pág. 258)*

Que, a la vez, requiere que los estudiantes *desarrollen* cuatro capacidades: traducir datos y condiciones a expresiones tanto algebraicas y gráficas, comunicar su comprensión sobre las relaciones algebraicas que se pueden dar en las distintas representaciones de una expresión cuadrática, emplear estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales; y la última, argumentar afirmaciones sobre las relaciones de cambio y equivalencia.

### **3.10. Dimensiones**

En cuanto a la primera dimensión “traduce datos y condiciones”, MINEDU (2018), define como la capacidad de transformar los datos y condiciones el transformar los datos, valores desconocidos, variables y relaciones presentes en un problema a una representación gráfica o expresión algebraica. Además, (Mansilla Fernández y otros, 2023), refieren que

en esta dimensión se busca que el estudiante establezca relaciones entre magnitudes de funciones cuadráticas y las transforme en expresiones algebraicas o gráficas.

Siguiendo con la segunda dimensión “comunica su comprensión”, se refiere a la capacidad de expresar su percepción que el estudiante tiene sobre la notación, los conceptos o las propiedades de los patrones, funciones, ecuaciones e inecuaciones, es decir implica establecer y plasmar relaciones entre estos elementos utilizando diferentes representaciones. Así mismo, es donde el discente debe tener el porte de aclar los datos que tenga una expresión matemática (MINEDU, 2018). De acuerdo con Mansilla Fernández y otros (2023), aquí se quiere lograr que el estudiante exprese con diversos bosquejos gráficos, tabulares, simbólicos y con lenguaje algebraico la relación entre la variación de los coeficientes de una función cuadrática en su forma general o canónica.

Continuando con la tercera dimensión “usa estrategias”, es la capacidad donde el discente debe seleccionar, combinar o crear procedimientos, estrategias y aplicar ciertas propiedades para simplificar o transformar ecuaciones, inecuaciones y expresiones simbólicas lo que facilita realizar el tratamiento y conversiones de las diversas representaciones de una expresión, a la vez implica, determinar dominios y rangos, así como la representación de rectas, parábolas y diferentes funciones (MINEDU, 2018). Para Mansilla Fernández y otros (2023), es donde el estudiante debe combinar y emplear estrategias heurísticas y propiedades para simplificar expresiones algebraicas y graficar funciones cuadráticas.

Y como última dimensión “argumenta afirmaciones”, es la capacidad, donde se busca que el estudiante justifique afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables, también se debe lograr que justifique o descarte la valides de sus afirmaciones

a través de contraejemplos, propiedades matemáticas o razonamiento inductivo y deductivo (MINEDU, 2016).

#### 4. Definición de términos básicos

**Software:** es un programa informático que hace posible la ejecución de tareas específicas dentro de un computador (Gamboa , 2018).

**Software Educativo:** son programas informáticos creados con un propósito específico que se utilizan como ayuda didáctica, para facilitar el proceso de aprendizaje (Tong y otros, 2021).

**Software Educativo GeoGebra:** instrumento cognitivo que refuerza a manifestarse las limitaciones de la mente en cuanto al pensamiento, el aprendizaje y las actividades de resolución de problemas (Taípe y otros, 2021).

**Aprendizaje:** el aprendizaje se define como un cambio relativamente duradero en el comportamiento, el pensamiento o las emociones de una persona, que resulta de la experiencia y sus interacciones conscientes con su entorno de vida o con otras personas (MINEDU, 2014).

**Función:** Una función  $f$  del conjunto A al conjunto B es la regla que nos traslada de un conjunto a otro de manera que asociamos cada elemento A con un único elemento B (Espinoza Ramos, 2012).

**Función cuadrática:** es aquella función definida por la siguiente regla de correspondencia:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , donde  $a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0; x \in \mathbb{R}$ , Su gráfica es siempre una parábola que se abre hacia arriba si  $a > 0$  y hacia abajo si  $a < 0$  (Stewart, 2012).

## CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

### 1. Caracterización y contextualización de la investigación

#### 1.1. Datos generales de la I.E.:

1.1.1. Nombre de la I.E.: “Ricardo Palma”

1.1.2. Lugar: Chaquicocha    Distrito: Condebamba    Provincia: Cajabamba  
Región: Cajamarca

1.1.3. Tipo de Gestión: Pública de gestión directa

1.1.4. Nivel: Secundaria    Modalidad: EBR

1.1.5. Turno: Mañana

1.1.6. Forma: Escolarizado

1.1.7. Gestión/Dependencia: Sector Educación

1.1.8. Género: Mixto

1.1.9. Código Modular: 0727750

1.1.10. Código de Local Escolar: 101080

1.1.11. Director: Prof. José Agustín Medina Aliaga

1.1.12. Integrantes de la Comunidad Educativa:

#### Tabla 5

*Distribución de integrantes de la I.E. "Ricardo Palma"*

Integrantes	Hombres	Mujeres	Total
Estudiantes	92	79	171
Directivos	01	0	01
Docentes	08	02	10
Administrativos	01	0	01

**Nota:** Datos tomados del PEI de la I.E. “Ricardo Palma” – Cajabamba, 2024

## **1.2. Identidad**

La Institución Educativa pública Jornada Escolar Regular “Ricardo Palma”, brinda educación a estudiantes de la comunidad de Chaquicocha del distrito de Condebamba, provincia de Cajabamba y departamento de Cajamarca; sus estudiantes son respetuosos con sus profesores, tienen interés por el deporte como el fútbol y el vóley, así como por el baile y la danza; en lo concerniente al comercio, los pobladores se desplazan a los mercados de Chuquibamba y Tabacal. El centro poblado Chaquicocha cuenta con los servicios básicos de agua, telefonía móvil, y luz eléctrica; así como transporte público permanente hacia Cajabamba y Cajamarca.

La mayor parte de sus estudiantes proceden de centros poblados aledaños como: Naranjos, San Martín, Iscocucho, Pomabamba y Tabacal. La economía de los hogares se sustenta en la agricultura dedicándose al cultivo de árboles frutales, caña de azúcar, alfalfa y cría de animales menores, como el cuy principalmente. La mayoría de los padres de familia poseen estudios primarios y participan de actividades festivas de la comunidad: Semana Santa, Fiestas Patrias y Navidad. Chaquicocha, se encuentra ubicada en el valle cajabambino, aproximadamente a 22 km de la provincia, entre el centro poblado de Malcas y el caserío San Martín. La infraestructura del local escolar; es de adobe principalmente. Cuenta con espacios libres destinados para la diversión de los estudiantes. Se suman a la gestión, instituciones como la municipalidad provincial de Cajabamba y el Centro de Salud del Centro Poblado de Malcas, quienes realizan de manera constante campañas de vacunación.

Su resultado del trabajo interinstitucional se refleja en la participación de sus estudiantes en diferentes concursos tanto académicos como deportivos organizados por el MINEDU, estos logros son gracias al compromiso y participación del director, docentes y

personal administrativo; quienes, además, apuestan por conseguir mejores aprendizajes en coordinación con los padres de familia.

### **1.3. Diagnóstico**

#### **1.3.1. Diagnóstico del cumplimiento de las condiciones para el funcionamiento de la institución educativa:**

Según el análisis del nivel de implementación de las condiciones para el funcionamiento de la I.E. tiene las siguientes fortalezas: cuenta con una calendarización a nivel regional, han distribuido el material educativo proporcionado por el MINEDU, tiene docentes comprometidos con la educación integral de sus estudiantes en todas las áreas pedagógicas y deportivas, los docentes asumen actividades fuera del horario establecido en beneficio de los estudiantes (entrenamientos para juegos escolares y actividades pedagógicas), cuentan con aula de cómputo, tienen conexión a internet para trabajo de docentes, cuenta con la planificación de largo y corto alcance de acuerdo al contexto de la institución educativa, realizan Trabajo colegiado, los docentes están comprometidos al quehacer pedagógico con las nuevas tendencias educativas, inducen siempre a practicar las normas de convivencia de la Institución Educativa, establecidas en el R.I.; además, tienen su Plan Anual de tutoría debidamente actualizado.

Pero también tiene debilidades como los sucesivos: no cumple con la calendarización al 100 %, pierden horas de clase en ensayos de marchas y juegos escolares, la infraestructura no es la adecuada para la implementación de un buen servicio educativo, aún dan uso a mobiliario en mal estado, la señal de internet es débil para el trabajo pedagógico, la sala de computación no cuenta con internet eficiente para los estudiantes, no proporciona material educativo a todas las áreas curriculares, no cuenta con secretaría para el apoyo en la documentación de dirección y atención a padres de familia, insuficiente

acceso a servicios de apoyo, como orientación psicológica y escaso uso de herramientas digitales en el quehacer educativo.

## **2. Hipótesis de la investigación**

### **Hipótesis general**

Existe una influencia positiva del Software GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024.

### **Hipótesis específicas**

**H1.** El nivel de logro en el aprendizaje de la función cuadrática, en los estudiantes de cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024 es previo al Inicio e Inicio.

**H2.** La aplicación del Software Educativo GeoGebra, conforme a los resultados del Pre test, mejorará el aprendizaje de función cuadrática, en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca. 2024.

**H3.** El nivel de aprendizaje, con respecto a la función cuadrática, luego de haber aplicado el Software GeoGebra en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024 es logro Esperado y Logro Destacado.

## **3. Variables de investigación**

Variable Independiente: Software Educativo GeoGebra.

Variable Dependiente: Aprendizaje de la función cuadrática.

#### 4. Matriz de la operacionalización de variables

VARIABLES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Variable independiente: Software Educativo GeoGebra	El software GeoGebra simplifica la demostración de la relación entre un modelo geométrico y un modelo algebraico de un escenario del mundo real, lo que permite descubrir soluciones matemáticas y visuales que ilustran la resolución de un problema en particular (Calderón, 2020).	Para caracterizar la interacción con el Software Educativo GeoGebra, se observará su utilización focalizando en dos dimensiones principales: la Vista Algebraica y la Vista Gráfica. Esta observación se registrará mediante una ficha de observación sistemática.	Vista Algebraica	<ul style="list-style-type: none"> <li>Define la función cuadrática empleando la Barra de Entrada.</li> <li>Muestra u oculta los elementos presentes de la gráfica en su representación algebraica.</li> <li>Define el eje de simetría (primera coordenada del vértice) haciendo uso de la barra de entrada.</li> <li>Define la segunda coordenada del vértice en la barra de entrada.</li> </ul>	Observación / Ficha de Observación Sistemática
			Vista Gráfica	<ul style="list-style-type: none"> <li>Logra generar deslizadores utilizando la barra de herramientas.</li> <li>Crea texto haciendo uso de la barra de herramientas.</li> <li>Vincula los deslizadores logrando generar un texto dinámico de la función cuadrática.</li> <li>Obtiene el valor del discriminante de forma automatizada de acuerdo con los valores de la función.</li> <li>Ubica el vértice e interceptos de la función utilizando barra de herramientas y el comando intersección</li> <li>Explora la gráfica al arrastrar los deslizadores.</li> </ul>	
Variable dependiente: Aprendizaje de la función cuadrática.	El aprendizaje sobre función cuadrática definida por la regla de correspondencia $f(x) = ax^2 + bx + c$ , implica que los estudiantes logren identificar y comprender las	El nivel de aprendizaje de la función cuadrática se medirá a través de una prueba escrita. El desempeño en esta prueba se evaluará según las siguientes dimensiones:	Traduce	<ul style="list-style-type: none"> <li>Establece relaciones entre magnitudes, y las transforma a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas.</li> <li>Evalúa expresiones algebraicas o gráficas y determina cual representa mejor las condiciones del problema.</li> </ul>	Prueba cognoscitiva / Prueba escrita
			Comunica	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la solución o soluciones de una ecuación cuadrática, para interpretar un problema en su contexto.</li> </ul>	

	características, así como su representación gráfica y su aplicación en la resolución de problemas (MINEDU, 2016).	traduce, comunica, usa estrategias y argumenta. Los resultados obtenidos en la prueba escrita se interpretarán utilizando una escala de valoración: Nivel Previo al Inicio, Nivel Inicio, Nivel Proceso, Nivel Logro Esperado y Nivel Logro Destacado.		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico la relación entre la variación de los coeficientes, dominio, rango, el comportamiento gráfico de una función cuadrática, sus valores máximos, mínimos e interceptos, su eje de simetría, vértice y orientación, para interpretar un problema en su contexto.</li> </ul>	
			Usa estrategias	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos, y propiedades algebraicas para simplificar o transformar expresiones algebraicas.</li> <li>• Combina y adapta estrategias heurísticas para graficar funciones cuadráticas.</li> </ul>	
			Argumenta	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática.</li> <li>• Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante propiedades matemáticas o razonamiento inductivo y deductivo.</li> </ul>	

*Nota:* Elaboración propia (2024)

## **5. Población y muestra**

### **5.1. Población**

La población es un conjunto de elementos con características comunes, que puede ser finita o infinita en cuanto a su tamaño, con respecto a los tipos puede ser: población objetivo y población muestreada, que esta última es de donde finalmente se extraerá la muestra, sobre el cual se establecerán las conclusiones (Del Pilar Zumarán Alayo y otros, 2017). Para la presente investigación, la población estuvo compuesta por los 28 estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024.

### **5.2. Muestra**

La muestra, también conocida como conjunto de unidades o elementos de análisis extraído de la población (Del Pilar Zumarán Alayo y otros, 2017). En consecuencia, la muestra en este estudio estuvo integrada por los mismos elementos de la población, es decir por los 28 estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca 2024.

## **6. Unidad de análisis**

La unidad de análisis en este estudio estuvo conformada por cada estudiante del cuarto grado del nivel secundario de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024.

## **7. Métodos**

En el presente trabajo se utilizó los siguientes métodos:

## **7.1 Método científico**

Es una forma de investigar sistemáticamente, como producto se obtiene profundización de un conocimiento nuevo o corregir lo que se estimaba como correcto, de esta forma se logrará contribuir a la ciencia (Reyes Blácido y otros, 2022). Este método a través de sus fases bases como la observación, planteamiento del problema, hipótesis, experimentación, análisis de resultados, conclusión y comunicación ayudó a obtener conocimiento relevante, ayudando a reflexionar con la finalidad de solucionar el problema planteado.

## **7.2 Método estadístico**

Para la presente investigación se aplicó el estudio estadístico descriptivo e inferencial. Según Ramos-Galarza y García-Cruz (2024), el estudio descriptivo consiste en el análisis sistemático de datos y discusión de resultados de tipo cuantitativo a partir de tablas de frecuencia o medidas de tendencia central, en el estudio se elaboró tablas de frecuencias de la proporción de estudiantes que se encuentran en las categorías, Previo al Inicio, Inicio, Proceso, Logro esperado y Logro destacado, así mismo, se examinó la media de las notas de los estudiantes en cada dimensión como también la media general del Pre test y Post test. Para el segundo, En palabras de Veiga y otros (2020), “Este tipo de análisis estadístico permite realizar inferencias sobre la población en base a estos estimadores calculados con los datos de la muestra y determinar qué nivel de confianza tienen estas predicciones” (p.100).

## **7.3 Método hipotético – deductivo**

Se empleó el método hipotético – deductivo lo cual permite describir y explicar fenómenos de ciencias sociales, específicamente para el caso de la influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática; este método admite encontrar un

camino, utilizando la crítica de manera racional u objetiva, que lo aproxime de mejor manera a una verdad provisional. (Pérez M. , 2018). Además, ayuda a formular hipótesis a través del razonamiento deductivo considerando el marco teórico u observaciones preliminares; asimismo permite deducir las conclusiones de la investigación.

## **8. Tipo de investigación**

El estudio fue de tipo aplicada, porque los problemas o hipótesis de trabajo se desarrollan con base a los conocimientos de la investigación básica. Según Esteban Nieto (2018) citando a Ñaupas, esta investigación permite mejorar, perfeccionar u optimizar los procedimientos y reglas tecnológicas actuales de acuerdo con el progreso de la ciencia y la tecnología; en consecuencia, dicha investigación no proporciona una clasificación de verdadero, falso o probable sino de eficiente, deficiente, eficaz o ineficaz. Adoptó un enfoque cuantitativo al estudiar los aspectos observables y susceptibles de cuantificación de los fenómenos o individuos, cuyos datos se analizan mediante pruebas estadísticas (Del Pilar Zumarán Alayo y otros, 2017).

## **9. Diseño de investigación**

El presente trabajo de investigación corresponde al diseño pre experimental, este diseño consiste en que a la muestra de estudio se les aplicará un Pre test, para conocer el nivel de aprendizaje de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio del área de Matemática; luego, se desarrollará una serie de sesiones aplicando el programa educativo GeoGebra para ver si hay una mejora en la resolución de problemas de la funciones cuadráticas, lo cual se demostrará mediante un Post test (Valderrama, 2016). Este diseño, permitió identificar si al utilizar herramientas tecnológicas, el discente comprende mejor los conceptos matemáticos y consiga una aprendizaje duradero y significativo.

$$G_E: O_1 \text{ ----- } X \text{ ----- } O_2$$

Donde:

$G_E$ : Grupo de sujetos (Grupo Experimental).

$X$ : Variable independiente: Aplicación del Software Educativo GeoGebra  
(Tratamiento)

$O_1$ : Pre test (Medición previa).

$O_2$ : Post test (Medición posterior).

## 10. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Se entiende por técnica a la estrategia que sigue el investigador para recolectar datos que conduzcan a la medición o comprensión de variables; con respecto a instrumento es la herramienta que utiliza el investigador para recolectar y registrar los datos (Del Pilar Zumarán Alayo y otros, 2017).

El siguiente cuadro se muestra las técnicas e instrumentos que se utilizó, en la presente investigación:

**Tabla 6**

*Técnicas e instrumentos de investigación que se usó*

TÉCNICA	INSTRUMENTO
	<b>Ficha de observación sistemática</b>
Observación	Este instrumento proporcionó información sobre el conocimiento que los estudiantes tienen acerca del software Educativo GeoGebra.
	<b>Prueba escrita</b>
Prueba cognoscitiva	Este instrumento proporcionó información sobre el conocimiento que los estudiantes tienen acerca del aprendizaje de función cuadrática.

*Nota:* Elaborado por el autor

## **11. Técnicas para el procesamiento y análisis de los datos**

Para el análisis y sistematización de la información recolectada en el presente estudio titulado "Aplicación del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa 'Ricardo Palma', Cajabamba, Cajamarca, 2024", se emplearon herramientas tecnológicas y procedimientos estadísticos que permitieron organizar, interpretar y otorgar significado a los datos obtenidos. En particular, se utilizaron los programas Microsoft Excel y SPSS versión 30.0, los cuales facilitaron el procesamiento de los resultados derivados de las pruebas pedagógicas aplicadas antes y después de la intervención, así como de las observaciones sistemáticas desarrolladas durante el proceso de implementación del software.

Se recurrió a la estadística descriptiva mediante el uso de medidas de tendencia central, como la media aritmética, y de dispersión, como la desviación estándar y el coeficiente de variación. Estas permitieron describir el comportamiento general de las puntuaciones obtenidas por los estudiantes en relación con el aprendizaje de la función cuadrática. Asimismo, se emplearon tablas de distribución de frecuencias porcentuales y gráficos estadísticos, lo cual permitió una representación visual clara y comprensible de los resultados obtenidos en ambas etapas del estudio.

De manera complementaria, se aplicó estadística inferencial con el propósito de responder al objetivo general de la investigación. Para ello, se realizó la prueba de hipótesis correspondiente, lo que permitió establecer inferencias válidas sobre la influencia del uso del software GeoGebra en la mejora del aprendizaje de la función cuadrática. Esta fase del análisis fue clave para determinar la eficacia de la estrategia didáctica basada en tecnologías digitales dentro del contexto educativo de los estudiantes participantes.

## **12. Validez y confiabilidad**

Con respecto a la validación de los instrumentos, se empleó el método de juicio de expertos, contando con la colaboración de profesionales con experiencia en el área de estudio, quienes evaluaron la pertinencia, coherencia y claridad de los ítems propuestos. En cuanto a la confiabilidad, se aplicó el coeficiente estadístico Alfa de Cronbach, el cual permitió determinar la consistencia interna del instrumento. Se obtuvo un valor de 0,818 para el Pre test y de 0,858 para el Post test, resultados que, según Nina-Cuchillo y Nina-Cuchillo (2021), se ubican dentro del rango de excelente confiabilidad, lo que valida la aplicación del instrumento en la muestra definitiva.

Para el cálculo de la confiabilidad, se trabajó con una muestra piloto conformada por 10 estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa “Ramón Castilla” – Malcas, ubicada en una zona cercana a la Institución Educativa “Ricardo Palma” – Chaquicocha. La elección de esta muestra se basó en que los estudiantes presentaban características similares a los de la muestra del estudio, lo que permitió una estimación válida de la consistencia del instrumento.

## **CAPÍTULO IV**

### **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

#### **1. Resultados de las variables de estudio**

La finalidad de esta investigación fue determinar si utilizar el Software Educativo GeoGebra mejora el aprendizaje de las estudiantes de del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”. Se utilizó un diseño pre experimental de Pre test y Post test con un solo grupo predeterminado, o grupo intacto.

La investigación demostró que el uso del Software Educativo GeoGebra tuvo un impacto positivo en el aprendizaje de la función cuadrática por parte de las estudiantes de cuarto grado.

#### **2. Análisis y discusión de resultados**

##### **2.1. Análisis estadístico descriptivo, por dimensión, de los calificativos obtenidos mediante la aplicación de las Pruebas Evaluativas Pre test y Post test al Grupo Experimental**

Durante el desarrollo de esta investigación, siguiendo un diseño pre experimental con un grupo de 28 estudiantes, se administraron las pruebas Pre test y Post test al comienzo y al final del estudio, respectivamente.

Con el fin de asegurar el logro de la investigación, fue necesario identificar de manera adecuada las dimensiones y formular correctamente la hipótesis. Además, la estrategia utilizada para recolectar los datos fue crucial para el éxito del estudio. Esta tarea recae en el investigador, quien debe preocuparse por asegurar que los instrumentos diseñados para recolectar los datos cumplan con las cualidades básicas y necesarias para demostrar su validez en la recolección requerida para la investigación (Mejía Mejía, 2013).

Siguiendo el mismo punto de vista del autor previamente mencionado, podemos afirmar que tanto el Pre test como el Post test del experimento cumplen con estas características, lo que permitió determinar el impacto del Software Educativo GeoGebra en el proceso de aprendizaje de los estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo palma”, quienes fueron parte de la muestra seleccionada.

**Tabla 7**

*Calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Traduce, en las pruebas evaluativas Pre tes y Post test*

Nivel de Logro	Calificaciones	PRE TEST		POST TEST	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
<b>Previo al Inicio</b>	[2 – 3.6[	10	35.714	0	0.000
<b>Inicio</b>	[3.6 – 5.2[	16	57.143	2	7.143
<b>Proceso</b>	[5.2 – 6.8[	2	7.143	2	7.143
<b>Logro Esperado</b>	[6.8 – 8.4[	0	0.000	9	32.143
<b>Logro Destacado</b>	[8.4 – 10]	0	0.000	15	53.571
<b>Total</b>		28	100.000	28	100.000

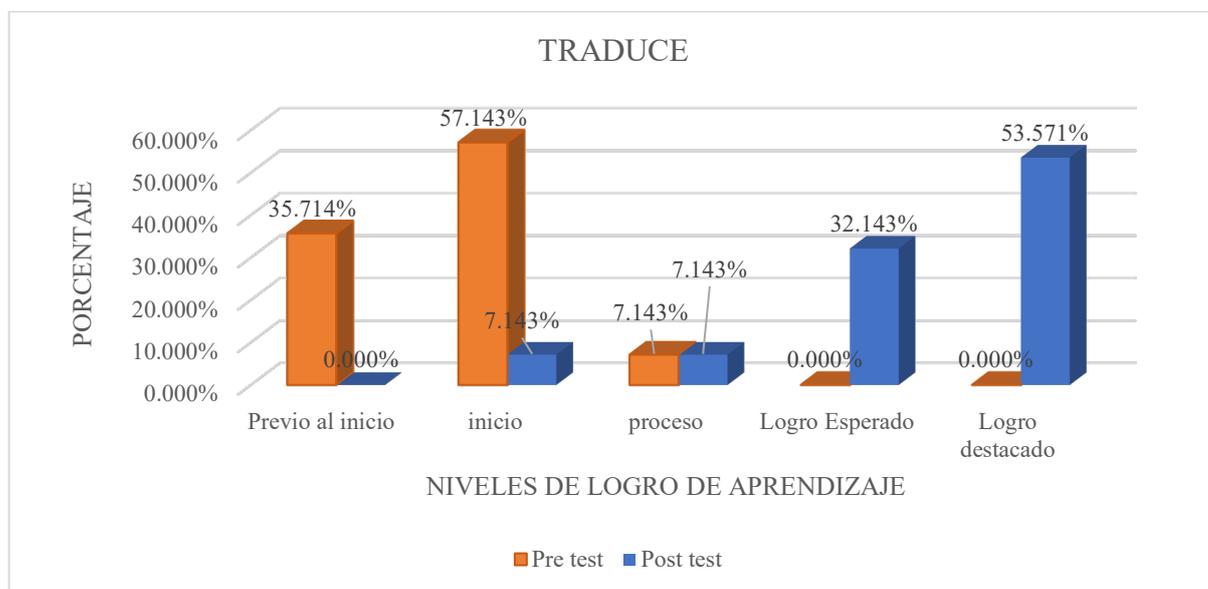
*Nota:* Data procedente del Pre test y Post test, aplicada a estudiantes del G.E. de la I.E.

“Ricardo Palma”, Cajabamba, 2024.

**Figura 15**

*Resultado gráfico sobre los calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión:*

*Traduce, en las pruebas escritas Pre test y Post tes.*



*Nota:* Elaboración propia basada en los resultados del Pre test y Post test de la dimensión:

Traduce, aplicada a la muestra en 2024.

### **Análisis y discusión**

En la Tabla 7 y figura 15, para la dimensión: *Traduce*, se observa que 10 estudiantes (35,714%) del G.E., en el Pre test, antes de la experiencia educativa, han estado en el nivel de logro previo al inicio, 16 (57,143 %) en inicio, 2 (7,143%) en proceso, ninguno en el nivel de logro esperado así como en el nivel de logro destacado, en comparación del Post test, donde se identificó a solo 2 estudiantes (7,143 %) en el nivel de inicio, 2 estudiantes (7,143%) en proceso, 9 (32,143%) en logro esperado y 15 estudiantes (53,571 %) en el nivel de logro destacado. Lo que permite indicar que, los estudiantes elevaron su nivel de desarrollo en esta dimensión, gracias a la experiencia

educativa vivida con respecto a la aplicación del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

Los resultados según el Pre test en la dimensión Traduce, la mayoría se ubican en, Previo al Inicio e Inicio, ya que, el 35.714% y 57.143% de estudiantes respectivamente se ubicaron en estos niveles, ello da a conocer que los estudiantes tienen dificultad para identificar relaciones entre magnitudes y traducirlos en expresiones algebraicas, además, les costó analizar expresiones algebraicas o gráficas. Carrillo (2020) obtuvo resultados muy similares en su estudio, pero, sostiene que al aplicar el Software Educativo GeoGebra mejora significativamente los aprendizajes de los estudiantes, lo cual también se nota en los resultados en el Post test del presente estudio después del tratamiento con GeoGebra, donde, una gran proporción se ubicaron en los niveles de Logro esperado y logro destacado.

**Tabla 8**

*Medidas de tendencia central de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Traduce, en las pruebas escritas Pre test y Post test*

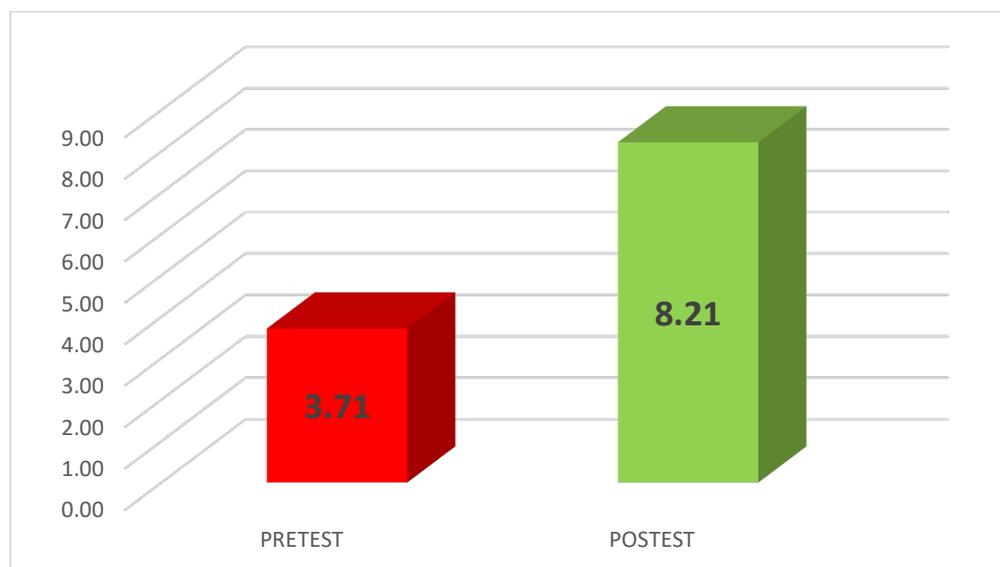
		N	Media	Desv. estándar	Mediana
Par 1	Pre_test	28	3.7143	1.30120	4
	Post_test	28	8.2143	1.54817	9

*Nota:* Data procedente del Pre test y Post test, aplicada a estudiantes del G.E. de la I.E. “Ricardo Palma”, Cajabamba, 2024

## Figura 16

Resultado gráfico sobre los promedios de los estudiantes del G.E. en la dimensión:

*Traduce*, en las pruebas escritas Pre test y Post test



*Nota:* Elaboración propia basada en los resultados del Pre test y Post test de la dimensión: Traduce, aplicada a la muestra en 2024.

### Análisis y discusión

De la tabla 8 y figura 16, para la dimensión: *Traduce*, se observa que los estudiantes del G.E., en el Pre test, es decir, antes de la experiencia educativa, han obtenido un promedio de 3,71 y una mediana de 4 puntos; en comparación del Post test, donde se nota un aumento en el promedio de 4,5 puntos es decir, han obtenido un promedio de 8,21 puntos y con respecto a la mediana se nota un aumento de 5 puntos, es decir una mediana de 9 puntos; situación que nos permite señalar que más del 50% de estudiantes elevaron su nivel a Logro Esperado y Logro Destacado en el desarrollo en esta dimensión, gracias a la experiencia educativa vivida con respecto a la aplicación del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

Corrobora también, Sheik Qasem (2020), que al realizar sesiones con el software educativo GeoGebra a los estudiantes, resulta ser efectivo para mejorar su promedio en el aprendizaje de funciones, permitiendo que logren establecer relaciones entre variables y las traduzcan a expresiones algebraicas, y así, logren graficar y visualizar de forma interactiva el trazo de una función cuadrática. Respecto a este tema sobre coordinar los diferentes sistemas de representación semiótica Duval argumenta que para la comprensión de la matemática sobre todo en funciones cuadráticas es necesario representar en sus diferentes expresiones algebraicas y relacionarlas con su respectiva gráfica y es allí donde GeoGebra ayuda al estudiante a tener una comprensión más profunda ya que al modificar sus valores el trazo se actualiza dinámicamente.

**Tabla 9**

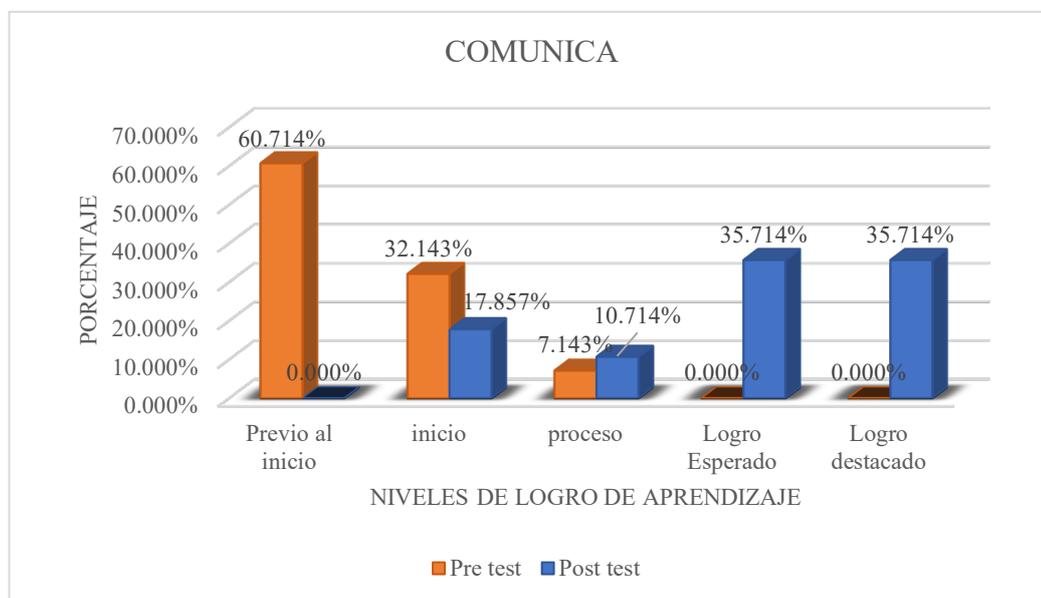
*Calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Comunica, en las pruebas escritas Pre test y Post test*

Categoría	Calificativos	PRE TEST		POST TEST	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Previo al inicio	[2 – 3.6[	17	60.714	0	0.000
Inicio	[3.6 – 5.2[	9	32.143	5	17.857
Proceso	[5.2 – 6.8[	2	7.143	3	10.714
Logro Esperado	[6.8 – 8.4[	0	0.000	10	35.714
Logro Destacado	[8.4 – 10]	0	0.000	10	35.714
<b>Total</b>		28	100.000	28	100.000

*Nota:* Data procedente del Pre test y Post test, aplicada a estudiantes del G.E. de la I.E. “Ricardo Palma”, Cajabamba, 2024.

**Figura 17**

*Resultado gráfico sobre los calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Comunica, en las pruebas escritas Pre test y Post test*



*Nota:* Elaboración propia basada en los resultados del Pre test y Post test de la dimensión: Comunica, aplicada a la muestra en 2024.

### **Análisis y discusión**

En la Tabla 9 y figura 17, para la dimensión: *Comunica*, se observa que 17 estudiantes (60,714%) del G.E., en el Pre test, antes de la experiencia educativa, han estado en el nivel de logro previo al inicio, 9 (32,143 %) en inicio, 2 (7,143) en proceso, ninguno en el nivel de logro esperado así como en el nivel de logro destacado, en comparación del Post est, donde se identificó a solo 5 estudiantes (17,857 %) en el nivel de inicio, 3 estudiantes (10,714%) en proceso, 10 (35,714%) en logro esperado y también 10 estudiantes (35,714 %) en el nivel de logro destacado. Lo que permite indicar que, los estudiantes elevaron su nivel de desarrollo en esta dimensión gracias a la experiencia educativa vivida con respecto a la aplicación del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

De ello se puede deducir que un gran porcentaje de estudiantes se encontraron en la categoría previo al inicio e inicio en la dimensión comunica antes de la intervención con GeoGebra, estos estudiantes tuvieron inconvenientes para expresar con representación gráfica, tabular o con lenguaje algebraico, su comprensión sobre los valores de solución de una ecuación cuadrática; también les costó, manifestar con diferentes representaciones los conceptos de valores máximos, mínimos, interceptos, vértice y orientación de una función cuadrática. En opinión de Oropeza (2019) el uso de GeoGebra genera un impacto de influencia significativa para un adecuado proceso de aprendizaje sobre el tema de funciones, es por ello que en los resultados del Post test se observa a un gran porcentaje de estudiantes que lograron ubicarse en los niveles de Logro esperado y destacado.

**Tabla 10**

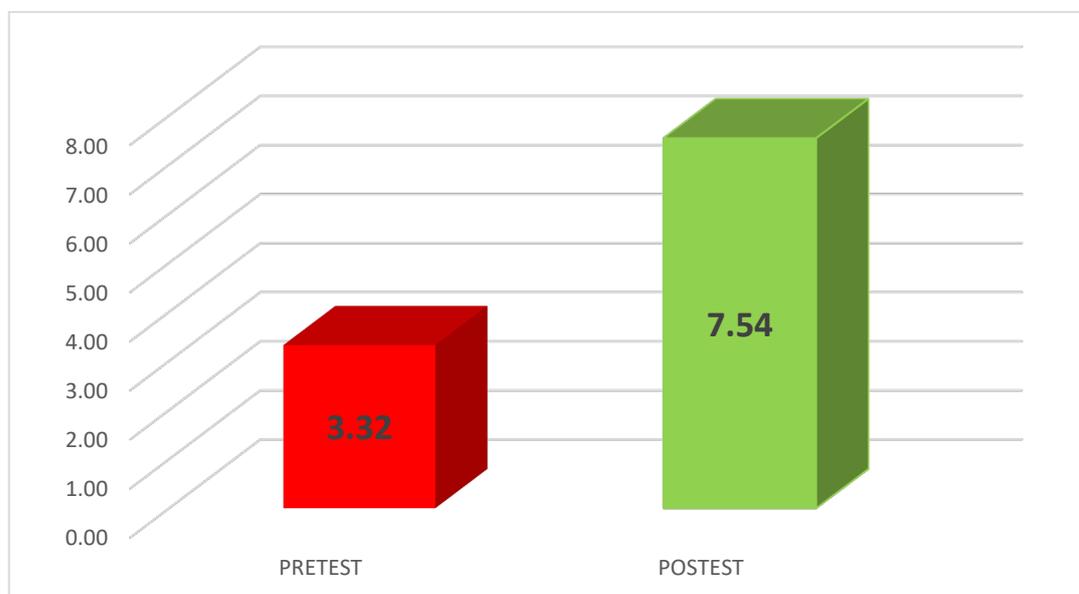
*Medidas de tendencia central de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Comunica, en las pruebas escritas Pre test y Post test*

		N	Media	Desv. estándar	Mediana
Par 1	Pre_test	28	3.3214	1.30678	3
	Post_test	28	7.5357	1.87542	8

*Nota:* Data procedente del Pre test y Post test, aplicada a estudiantes del G.E. de la I.E. “Ricardo Palma”, Cajabamba, 2024

## Figura 18

Resultado gráfico sobre los promedios de los estudiantes del G.E. en la dimensión: *Comunica*, en las pruebas escritas Pre test y Post test



*Nota:* Elaboración propia basada en los resultados del Pre test y Post test de la dimensión: *Comunica*, aplicada a la muestra en 2024.

### Análisis y discusión

De la tabla 10 y figura 18, para la dimensión: *Comunica*, se observa que los estudiantes del G.E., en el Pre test, es decir, antes de la experiencia educativa, han obtenido un promedio de 3,32 y una mediana de 3 puntos; en comparación del Post test, donde se nota un aumento en el promedio de 4,22 puntos, es decir, han obtenido un promedio de 7,54 puntos y con respecto a la mediana se nota un aumento de 5 puntos, es decir una mediana de 8 puntos; situación que nos permite señalar que los estudiantes elevaron su nivel de desarrollo en esta dimensión.

De acuerdo con Huerto (2022), este incremento se debe al uso correcto del Software Educativo GeoGebra, ya que es significativamente mejor que resolver problemas utilizando métodos tradicionales, permitiendo al estudiante que exprese lo que visualiza en la vista gráfica del software y mejore así su comprensión sobre el

comportamiento gráfico, sus puntos máximos y mínimos, interceptos, vértice y orientación de una función cuadrática.

**Tabla 11**

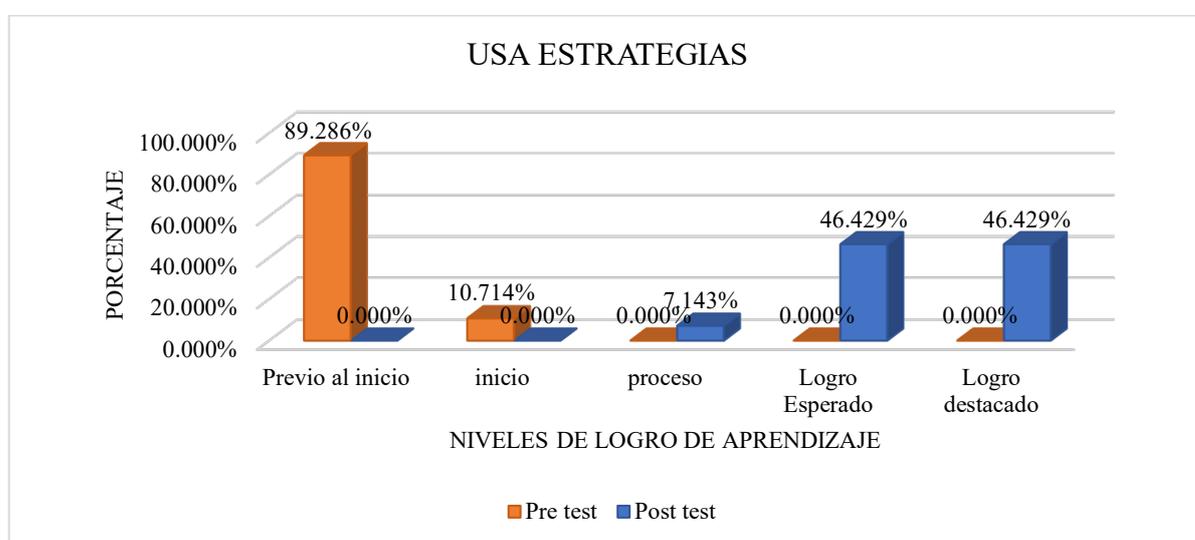
*Calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Usa estrategias, en las pruebas escritas Pre test y Post test*

Categoría	Calificaciones	PRET EST		POST TEST	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Previo al inicio	[2 – 3.6[	25	89.286	0	0.000
Inicio	[3.6 – 5.2[	3	10.714	0	0.000
Proceso	[5.2 – 6.8[	0	0.000	2	7.143
Logro Esperado	[6.8 – 8.4[	0	0.000	13	46.429
Logro Destacado	[8.4 – 10]	0	0.000	13	46.429
<b>Total</b>		<b>28</b>	<b>100.000</b>	<b>28</b>	<b>100.000</b>

*Nota:* Data procedente del Pre test y Post test, aplicada a estudiantes del G.E. de la I.E. “Ricardo Palma”, Cajabamba, 2024.

**Figura 19**

*Resultado gráfico sobre los calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Usa estrategias, en las pruebas escritas Pre test y Post test*



*Nota:* Elaboración propia basada en los resultados del Pre test y Post test de la dimensión: Usa estrategias, aplicada a la muestra en 2024.

## **Análisis y discusión**

En la tabla 11 y figura 19, para la dimensión: *Usa estrategias*, se observa que 25 estudiantes (89.286%) del G.E., en el Pre test, antes de la experiencia educativa, han estado en el nivel de logro previo al inicio, y 3 (10.714 %) en inicio, ninguno en el nivel de proceso así como en el nivel de logro esperado y destacado, en comparación del Post test, donde se identificó a solo 2 estudiantes (7,143 %) en el nivel de proceso, 13 (46,429%) en logro esperado y 13 estudiantes (46,429 %) en el nivel de logro destacado. Lo que permite indicar que, los estudiantes elevaron su nivel de desarrollo en esta dimensión gracias a la experiencia educativa vivida con respecto a la aplicación del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

Los resultados según el Pre test presentado de forma tabular en la tabla 11, el aprendizaje en la dimensión Usa estrategia, es deficiente, ya que el 89.286% y 10.714% se encontraron en la categoría previo al inicio e inicio, respectivamente. Esto indica que la mayoría de estudiantes tuvieron dificultad para emplear estrategias heurísticas y propiedades para transformar expresiones algebraicas, además, presentan un progreso mínimo para graficar e interpretar funciones cuadráticas; según la teoría de Duval para superar este nivel, formula las tres actividades cognitivas de representación ligadas a la semiosis, formación (diferentes formas de expresar una función algebraica), tratamiento (distintas representaciones en lenguaje algebraico) y conversión (transformación que genera una representación en un registro diferente al original). Se puso en práctica estas actividades con ayuda del software educativo GeoGebra y los resultados positivos se obtuvo en la prueba de salida, donde gran proporción de estudiantes lograron escalar al nivel logro esperado y logro destacado.

**Tabla 12**

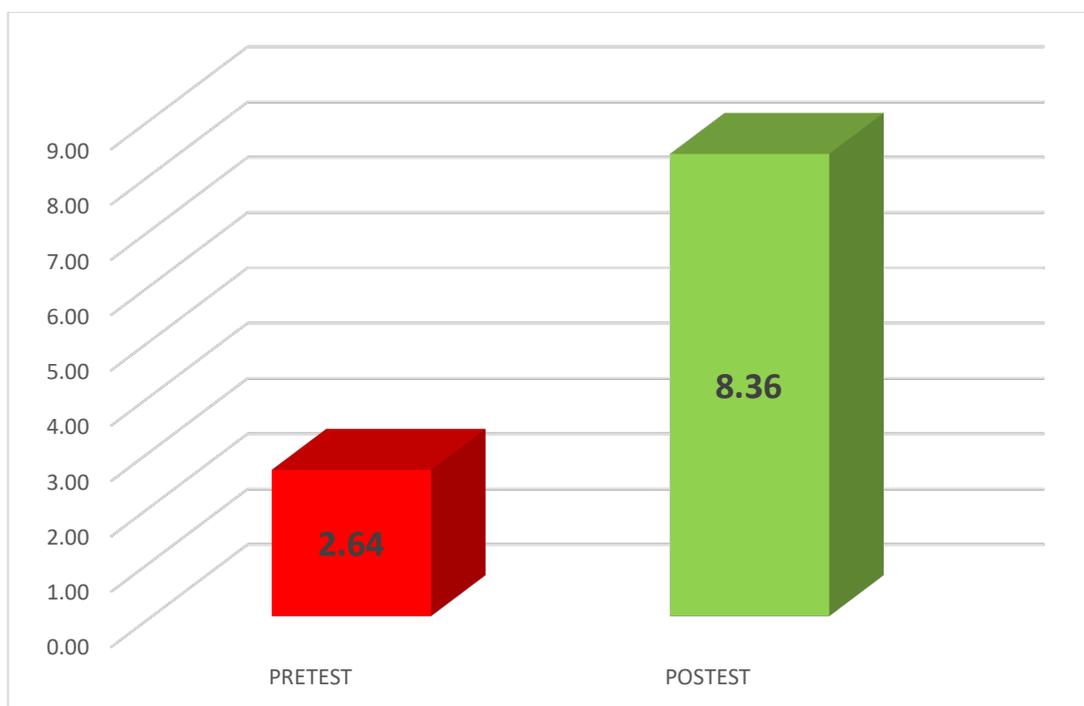
*Medidas de tendencia central de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Usa estrategia, en las pruebas escritas Pre test y Post test*

		N	Media	Desv. estándar	Mediana
Par 1	Pre_test	28	2.6429	.86984	2
	Post_test	28	8.3571	.95119	8

*Nota:* Data procedente del Pre test y Post test, aplicada a estudiantes del G.E. de la I.E. “Ricardo Palma”, Cajabamba, 2024

**Figura 20**

*Promedios de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Usa estrategia, en las pruebas escritas Pre test y Post test*



*Nota:* Elaboración propia basada en los resultados del Pre test y Post test de la dimensión: Usa estrategias, aplicada a la muestra en 2024.

## Análisis y discusión

De la tabla 12 y figura 20, para la dimensión: *Usa estrategias*, se observa que los estudiantes del G.E., en el Pre test, es decir, antes de la experiencia educativa, han obtenido un promedio de 2,64 y una mediana de 2 puntos, en comparación del Post test, donde se nota un aumento en el promedio de 5,72 puntos, es decir, han obtenido un promedio de 8,36 y con respecto a la mediana se nota un aumento de 6 puntos, es decir una mediana de 8 puntos; situación que nos permite señalar que los estudiantes elevaron su nivel de desarrollo en esta dimensión.

Según Vigotsky, este aumento significativo se da cuando el docente toma el papel de facilitador para enriquecer los saberes previos ya que existen estrategias heurísticas que pueden emplearse con el apoyo de una o más personas que se encuentren en un nivel óptimo para guiar al estudiante a emplear recursos y propiedades, de esta manera los estudiantes lograron simplificar o transformar expresiones algebraicas de forma adecuada, como también graficar funciones e interpretarlas.

**Tabla 13**

*Calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Argumenta, en las pruebas evaluativas Pre test y Post test*

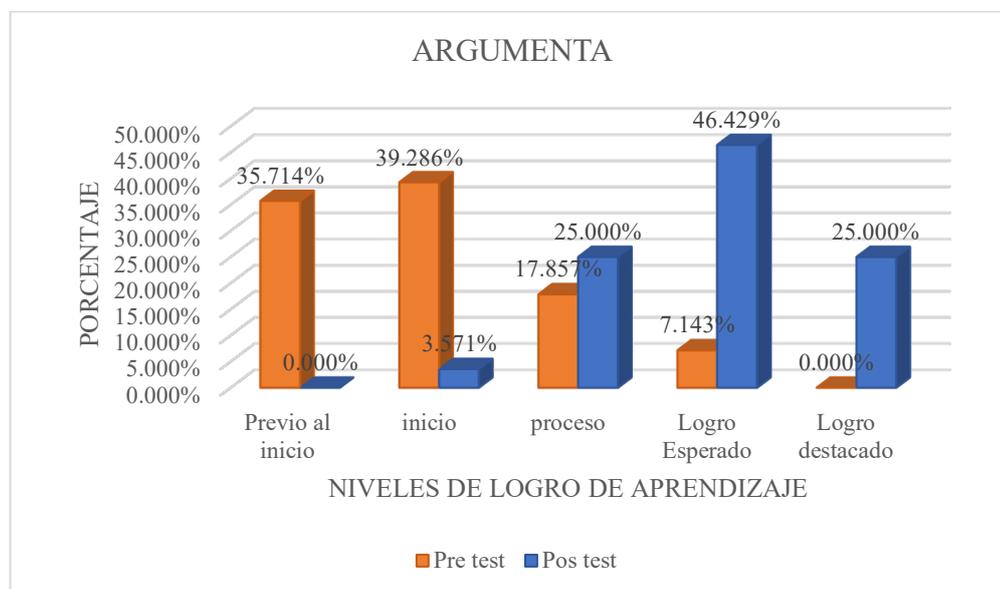
Categoría	Calificaciones	PRE TEST		POST TEST	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Previo al inicio	[2 – 3.6[	10	35.714	0	0.000
Inicio	[3.6 – 5.2[	11	39.286	1	3.571
Proceso	[5.2 – 6.8[	5	17.857	7	25.000
Logro Esperado	[6.8 – 8.4[	2	7.143	13	46.429
Logro Destacado	[8.4 – 10]	0	0.000	7	25.000
<b>Total</b>		28	100.000	28	100.000

*Nota:* Data procedente del Pre test y Post test, aplicada a estudiantes del G.E. de la I.E.

“Ricardo Palma”, Cajabamba, 2024.

**Figura 21**

*Calificativos de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Argumenta, en las pruebas escritas Pre test y Post test*



*Nota:* Elaboración propia basada en los resultados del Pre test y Post test de la dimensión: Argumenta, aplicada a la muestra en 2024.

### **Análisis y discusión**

En la tabla 13 y figura 21, para la dimensión: *Argumenta*, se observa que 10 estudiantes (35,714%) del G.E., en el Pre test, antes de la experiencia educativa, han estado en el nivel de logro previo al inicio, 11 (39,286 %) en inicio, 5 (17,857) en proceso, 2 (7,143%) en el nivel de logro esperado, y ninguno en el nivel de logro destacado, en comparación del Post test, donde se identificó a solo un estudiante (3,571 %) en el nivel de inicio, 7 estudiantes (25,000%) en proceso, 13 (46,429%) en logro esperado y 7 estudiantes (25,000 %) en el nivel de logro destacado. Lo que permite indicar que, los estudiantes elevaron su nivel de desarrollo en esta dimensión, gracias a la experiencia educativa vivida con respecto a la aplicación del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

De ello se puede deducir que un 70 % de estudiantes se ubicaron en la categoría previo al inicio e inicio, demostrando un aprendizaje deficiente en la dimensión Argumenta, tal como se planteó en una de las hipótesis específicas; en consecuencia, estos estudiantes tuvieron dificultad para plantear afirmaciones sobre relaciones de cambio que observe entre las variables dependiente e independientes de una función cuadrática, además, les cuesta justificar afirmaciones mediante propiedades matemáticas o razonamiento inductivo y deductivo. Huu Tong y otros (2021) recomiendan una enseñanza continua con la ayuda del programa informático GeoGebra para generar motivación y los resultados sean significativos, los cuales en el Post test una proporción de 71.429 % de estudiantes escalaron a la categoría, Logro esperado y Logro destacado.

**Tabla 14**

*Medidas de tendencia central de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Argumenta, en las pruebas escritas Pre test y Post test*

		N	Media	Desv. estándar	Mediana
Par 1	Pre_test	28	4.2857	1.43649	4
	Post_test	28	7.5000	1.29099	8

*Nota:* Data procedente del Pre test y Post test, aplicada a estudiantes del G.E. de la I.E. “Ricardo Palma”, Cajabamba, 2024

**Figura 22**

*Resultado gráfico sobre los promedios de los estudiantes del G.E. en la dimensión: Argumenta, en las pruebas evaluativas Pre test y Post test*



*Nota:* Elaboración propia basada en los resultados del Pre test y Post test de la dimensión: Argumenta, aplicada a la muestra en 2024.

### **Análisis y discusión**

De la tabla 14 y figura 22, para la dimensión: *Argumenta*, se observa que los estudiantes del G.E., en el Pre test, es decir, antes de la experiencia educativa, han obtenido un promedio de 4,29 y una mediana de 4 puntos, en comparación a los resultados del Post test, donde se nota un aumento en 3,21 puntos, es decir, han obtenido un promedio de 7,50 puntos y con respecto a la mediana se nota un aumento de 4 puntos, es decir una mediana de 8 puntos; situación que nos permite señalar que los estudiantes elevaron su nivel de desarrollo en esta dimensión, gracias a la experiencia educativa vivida con respecto a la aplicación del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

Tal y como afirma Ausubel, al haber aumento en las medidas de tendencia central en los resultados del Post test con respecto al Pre test, es porque hubo un aprendizaje significativo, ya que con la ayuda de GeoGebra genera motivación en los estudiantes para promover la distinción, el desarrollo y la solidez de los saberes previos, lo cual permitió una mejor orientación durante el proceso de enseñanza aprendizaje; generando que el estudiante logre plantear afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables dependiente e independiente de una función cuadrática, Además de justificar o descartar la validez de sus afirmaciones mediante propiedades matemáticas o razonamiento inductivo y deductivo.

## **2.2. Análisis estadístico de los calificativos obtenidos mediante la aplicación de las Pruebas Escritas Pre test y Post test al Grupo Experimental**

**Tabla 15**

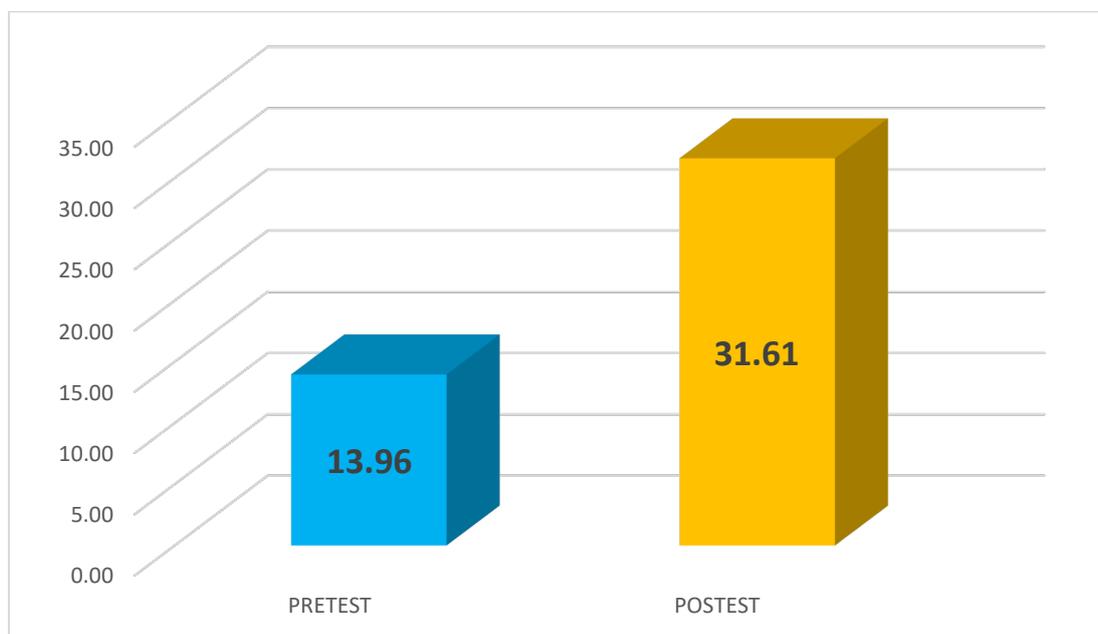
*Medidas de tendencia central de los estudiantes del G.E. de las pruebas escritas Pre test y Post test*

		N	N	Desv. estándar	Mediana
Par 1	Pre_test	28	13.9643	3.63606	15
	Post_test	28	31.6071	3.54170	31.5

*Nota:* Data procedente del Pre test y Post test, aplicada a estudiantes del G.E. de la I.E. “Ricardo Palma”, Cajabamba, 2024

**Figura 23**

*Resultado gráfico sobre los calificaciones promedio de los estudiantes del G.E. de las Pruebas Evaluativas Pre test y Post test*



*Nota:* Elaboración propia basada en los resultados generales del Pre test y Post test de la variable: Aprendizaje de la función cuadrática, aplicada a la muestra en 2024.

### **Análisis y discusión**

De la tabla 15 y figura 23, para el aprendizaje de la función cuadrática, se observa que los estudiantes del G.E., antes de la experiencia educativa, en el Pre test han obtenido un promedio de 13,96 y una mediana de 15 puntos; mientras que luego de dicha experiencia, es decir en el Post test, se hace notorio un incremento, pues han obtenido un promedio de 31,61 y una mediana de 31,5 puntos, mejorando ostensiblemente el aprendizaje de las funciones cuadráticas.

La aplicación de softwares educativos en la educación, como GeoGebra, viene demostrando un impacto significativo durante el proceso de enseñanza aprendizaje, ya que el estudiante se mantuvo más proactivo y pudo ver de forma dinámica conceptos

matemáticos complejos. Tocas (2023), también sostiene que el uso del Software GeoGebra tiene influencia positiva y mejora el aprendizaje en el tema de funciones algebraicas en los estudiantes del nivel secundario. Estos resultados, es atribuido gracias a las características dinámicas que presenta GeoGebra, ya que permite una comprensión más visual y practica de conceptos, fomentando un aprendizaje significativo. En este sentido, además de mejorar el aprendizaje, motivó a los estudiantes a participar activamente en clases.

### 3. Prueba de hipótesis

#### 3.1. Análisis Inferencial de los resultados de la aplicación de las Pruebas Evaluativas Pre test y Post test al Grupo Experimental

**Tabla 16**

*Prueba de Normalidad para los resultados obtenidos en las pruebas Evaluativas Pre test y Post test, por los estudiantes del G.E.*

<b>Total, de la Variable Dependiente: Aprendizaje de la función cuadrática</b>	<b>Estadístico</b>	<b>gl</b>	<b>Sig.</b>
Diferencia del antes y después de la Experiencia Educativa	0,889	28	0,006

*Nota:* Elaboración propia a partir de los resultados obtenidos en IBM SPSS Statistics V.30

Teóricamente sabemos que, para realizar la prueba de normalidad, empleamos Shapiro – Wilk, porque la muestra está conformada por menos de 50 estudiantes. Usamos el Software SPSS versión 27, estableciendo las siguientes hipótesis:

**H<sub>0</sub>:** La muestra sigue una distribución normal

**H<sub>a</sub>:** La muestra no sigue una distribución normal

Como se puede observar en la tabla 16, el valor obtenido (sig. = 0,006) es menor que 0,05, entonces existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula. Este resultado nos confirma que los datos no siguen una distribución normal, por lo que el estadístico de prueba que se tuvo que emplear para contrastar la hipótesis de investigación en el presente trabajo fue la prueba de los rangos con signos de Wilcoxon, adecuada para datos no paramétricos.

**Tabla 17**

*Prueba de los Rangos con signos de Wilcoxon para los resultados obtenidos por los estudiantes del G.E. en las pruebas Escritas.*

Variable	Prueba Escrita		N	Rango promedio	Suma de rangos
		Rangos negativos	0 <sup>a</sup>	0,00	0,00
	Post test	Rangos positivos	28 <sup>b</sup>	14,50	406,00
Traduce	Pre test	Empates	0 <sup>c</sup>		
		Total	28		
		Rangos negativos	0 <sup>d</sup>	0,00	0,00
	Post test	Rangos positivos	27 <sup>e</sup>	14,00	378,00
Comunica	Pre test	Empates	1 <sup>f</sup>		
		Total	28		
		Rangos negativos	0 <sup>g</sup>	0,00	0,00
	Post test	Rangos positivos	28 <sup>h</sup>	14,50	406,00
Usa estrategias	Pre test	Empates	0 <sup>i</sup>		
		Total	28		
		Rangos negativos	0 <sup>j</sup>	0,00	0,00
	Post test	Rangos positivos	28 <sup>k</sup>	14,50	406,00
Argumenta	Pre test	Empates	0 <sup>l</sup>		
		Total	28		
		<b>Rangos negativos</b>	<b>0<sup>m</sup></b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>
<b>Aprendizaje de la función cuadrática</b>	<b>Post test</b>	<b>Rangos positivos</b>	<b>28<sup>n</sup></b>	<b>14,50</b>	<b>406,00</b>
	<b>Pre test</b>	<b>Empates</b>	<b>0<sup>o</sup></b>		
		<b>Total</b>	<b>28</b>		

a. Traduce (post test) < Traduce (pre test)

- b. Traduce (post test) > Traduce (pre test)
- c. Traduce (post test) = Traduce (pre test)
- d. Comunica (post test) < Comunica (pre test)
- e. Comunica (post test) > Comunica (pre test)
- f. Comunica (post test) = Comunica (pre test)
- g. Usa estrategias (post tes) < Usa estrategias (pre test)
- h. Usa estrategias (post tes) > Usa estrategias (pre test)
- i. Usa estrategias (post test) = Usa estrategias (pre test)
- j. Argumenta (post test) < Argumenta (pre test)
- k. Argumenta (post test) > Argumenta (pre test)
- l. Argumenta (post test) = Argumenta (pre test)
- m. Aprendizaje de la función cuadrática (post test) < Aprendizaje de la función cuadrática (pre test)
- n. Aprendizaje de la función cuadrática (post test) > Aprendizaje de la función cuadrática (pre test)
- o. Aprendizaje de la función cuadrática (post test) = Aprendizaje de la función cuadrática (pre test)

*Nota:* Elaboración propia a partir de los resultados obtenidos en IBM SPSS Statistics V.30

### **Análisis y discusión**

La tabla 17 presenta los resultados del test no paramétrico de los rangos con signos de Wilcoxon aplicado a los puntajes obtenidos por estudiantes del Grupo Experimental (G.E.) en las pruebas escritas antes (Pre test) y después (Post test) de una intervención educativa. Esta prueba permite evaluar si existen diferencias estadísticamente significativas entre dos mediciones relacionadas, en este caso, los desempeños antes y después de la intervención.

### **Descripción de Resultados por Dimensión**

#### **Dimensión: Traduce**

- Rangos negativos: 0
- Rangos positivos: 28 (rango promedio = 14,50; suma de rangos = 406,00)

- Empates: 0

Todos los estudiantes mejoraron en la dimensión “Traduce”, ya que no se registraron disminuciones ni empates entre las mediciones Pre y Post test. Esto indica una mejora sistemática en esta habilidad.

### **Dimensión: Comunica**

- Rangos negativos: 0
- Rangos positivos: 27 (rango promedio = 14,00; suma de rangos = 378,00)
- Empates: 1

En la variable “Comunica”, 27 estudiantes mejoraron, y solo uno mantuvo el mismo puntaje. No se observan descensos en el desempeño, lo que sugiere una tendencia positiva generalizada.

### **Dimensión: Usa estrategias**

- Rangos negativos: 0
- Rangos positivos: 28 (rango promedio = 14,50; suma de rangos = 406,00)
- Empates: 0

Esta variable refleja un patrón idéntico al de "Traduce", con mejora total en todos los casos. Esto resalta el impacto positivo de la intervención en el uso de estrategias de resolución de problemas.

### **Dimensión: Argumenta**

- Rangos negativos: 0
- Rangos positivos: 28 (rango promedio = 14,50; suma de rangos = 406,00)
- Empates: 0

La argumentación también mejoró significativamente en todos los estudiantes.

**Variable Dependiente: Aprendizaje de la función cuadrática**

- Rangos negativos: 0
- Rangos positivos: 28 (rango promedio = 14,50; suma de rangos = 406,00)
- Empates: 0

Este resultado indica que la experiencia educativa tuvo un efecto positivo en el aprendizaje específico de la función cuadrática, sin casos de retroceso o estancamiento.

El análisis de la tabla revela una mejora general y consistente en todas las dimensiones evaluadas. En tres de las cuatro dimensiones, la totalidad de los estudiantes mostró progreso (100% de rangos positivos). En la dimensión “Comunica”, el 96,4% mejoró, mientras que el 3,6% mantuvo su nivel de desempeño.

Estos resultados permiten inferir que la experiencia educativa de la aplicación del software GeoGebra fue altamente efectiva para mejorar el aprendizaje de la función cuadrática de los estudiantes del Grupo Experimental. La ausencia de rangos negativos en todas las variables sugiere que la mejora fue sistemática y homogénea, sin evidencia de efectos adversos.

Desde una perspectiva estadística, el uso del test de Wilcoxon fue apropiado dado que se trata de comparaciones pareadas (antes y después) y no se asume normalidad en la distribución de los datos. Además, la presencia de rangos positivos significativos sugiere una diferencia significativa entre las mediciones, en favor del Post test.

El análisis de la Tabla 17 mediante la prueba de Wilcoxon demuestra que la aplicación del software GeoGebra generó mejoras estadísticamente significativas en el aprendizaje. La consistencia de los resultados en todas las dimensiones evaluadas permite

afirmar que el tratamiento fue eficaz para potenciar el aprendizaje en el ámbito de la función cuadrática.

**Tabla 18:**

*Estadístico de prueba para los resultados obtenidos por los estudiantes del G.E. en el Pre test y Post test.*

	Traduce	Comunica	Usa estrategias	Argumentación	Aprendizaje de la función cuadrática
Z	-4,657 <sup>b</sup>	-4,553 <sup>b</sup>	-4,700 <sup>b</sup>	-4,658 <sup>b</sup>	-4,636 <sup>b</sup>
Sig. (bilateral)	asintótica ,000	,000	,000	,000	,000

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos.

La prueba de los rangos con signo de Wilcoxon es una prueba no paramétrica utilizada para comparar dos medidas relacionadas; en este caso, las puntuaciones del Pre test y Post test de estudiantes del Grupo Experimental (G.E.) con el fin de verificar si hubo un cambio significativo después de la aplicación del software GeoGebra.

Para este estudio esta prueba se utiliza para contrastar las hipótesis estadísticas que se enuncian así:

**H<sub>0</sub>:** La mediana de las diferencias entre las puntuaciones del Pre test y el Post test es cero.

**H<sub>1</sub>:** La mediana de las diferencias no es cero (o, de forma direccional, que es mayor que cero si se espera una mejora).

La Tabla 18 presenta los valores del estadístico Z y la significación asintótica bilateral (p-valor) obtenidos mediante la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon, correspondiente a la comparación entre los resultados del Pre test y Post test aplicados a los estudiantes del Grupo Experimental (G.E.). Esta prueba se ha utilizado para validar

de forma inferencial si el uso del software educativo GeoGebra tuvo un impacto estadísticamente significativo en las distintas dimensiones del aprendizaje de la función cuadrática.

En todos los casos se trabaja con un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ , que es el estándar en investigaciones educativas. Si el p-valor  $< \alpha$ , se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se concluye que existe una diferencia estadísticamente significativa entre las puntuaciones antes y después de la intervención.

### **1. Dimensión: Traduce**

- $Z = -4.657$ ,
- Sig. asintótica (bilateral) = 0.000

El p-valor de 0.000 (que equivale a  $p < 0.001$ ) es considerablemente menor que 0.05, esto indica una mejora estadísticamente muy significativa en la capacidad de los estudiantes para traducir expresiones y representaciones relacionadas con la función cuadrática. El valor Z negativo (basado en rangos negativos) sugiere que la gran mayoría de los estudiantes mejoraron en el Post test respecto al Pre test.

### **2. Dimensión: Comunica**

- $Z = -4.553$ ,
- Sig. asintótica (bilateral) = 0.000

Interpretación: Nuevamente, el p-valor de  $p < 0.001$  indica que la diferencia entre los resultados del Pre test y Post test es altamente significativa. Esto sugiere que, tras el uso de GeoGebra, los estudiantes mejoraron notablemente su capacidad para comunicar ideas matemáticas en torno a la función cuadrática, tanto de forma oral como escrita.

### **3. Dimensión: Usa estrategias**

- $Z = -4.700$ ,

- Sig. asintótica (bilateral) = 0.000

El resultado indica una mejora estadísticamente muy significativa en la habilidad de los estudiantes para usar estrategias de solución, como el uso de tablas, gráficas o descomposición de problemas. El valor Z es uno de los más extremos, lo cual refuerza la conclusión de que el software GeoGebra potenció significativamente esta dimensión del aprendizaje.

#### **4. Dimensión: Argumentación**

- $Z = -4.658$ ,
- Sig. asintótica (bilateral) = 0.000

El valor Z y su p-valor asociado confirman una mejora significativa en la capacidad de argumentar o justificar procedimientos y resultados matemáticos relacionados con la función cuadrática. Este resultado indica que GeoGebra no solo favoreció la operatividad, sino también el razonamiento matemático estructurado.

#### **5. Variable Dependiente: Aprendizaje de la función cuadrática**

- $Z = -4.636$ ,
- Sig. asintótica (bilateral) = 0.000

Este resultado global sintetiza las dimensiones anteriores. El valor Z negativo, combinado con un p-valor  $< 0.001$ , demuestra que el aprendizaje integral de la función cuadrática mejoró de manera estadísticamente muy significativa tras la intervención con GeoGebra. Es evidencia sólida de que la propuesta pedagógica fue eficaz.

#### **Consideración sobre la nota “b” (basado en rangos negativos)**

La nota indica que el cálculo del estadístico Z está basado en los rangos negativos, lo cual es una convención estadística común en software como SPSS. En este contexto, un valor Z negativo y significativo implica que los rangos positivos (mejoras en el Post

test) fueron predominantemente mayores que los negativos, es decir, que la mayoría de los estudiantes mejoraron su rendimiento.

Dado que en todas las dimensiones evaluadas (Traduce, Comunica, Usa estrategias, Argumentación y Aprendizaje de la función cuadrática) se obtuvieron valores  $p = 0.000$ , lo cual es menor que el nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ , se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) en todos los casos.

Por tanto, se concluye que: Existen diferencias estadísticamente significativas entre las puntuaciones del Pre test y Post test en cada una de las dimensiones analizadas. Esto implica que la mediana de las diferencias no es cero, y que los estudiantes del Grupo Experimental mejoraron su rendimiento significativamente después de la aplicación del software educativo GeoGebra.

La Tabla 18, que presenta los estadísticos de prueba Z y sus correspondientes p-valores, refuerza de manera contundente las conclusiones obtenidas en el análisis descriptivo previo. En todas las dimensiones evaluadas, así como en la variable global de aprendizaje de la función cuadrática, la aplicación del software educativo GeoGebra produjo mejoras estadísticamente muy significativas en el rendimiento de los estudiantes del cuarto grado de la I.E. “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca.

Por tanto, la tesis cuenta con evidencia estadística robusta para afirmar que el uso de GeoGebra impactó positivamente en el aprendizaje de la función cuadrática, confirmando la eficacia de esta herramienta tecnológica en la enseñanza de conceptos matemáticos complejos.

#### **4. Hipótesis específicas**

El objetivo principal de esta investigación fue determinar la influencia del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en estudiantes

del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, en Cajabamba, Cajamarca, durante el año 2024. Para lograr este propósito, se adoptó un diseño pre-experimental que incluyó una evaluación diagnóstica (Pre test) y una evaluación final (Post test) en cuatro dimensiones del aprendizaje matemático: Traduce, Comunica, Usa estrategias y Argumenta. Los resultados están consignados en las Tablas 7, 9, 11 y 13. A continuación, se presenta el análisis de las hipótesis específicas formuladas, considerando además las bases teóricas de David Ausubel, Lev Vygotsky, y Raymond Duval.

#### **4.1. Análisis de H1: El nivel de aprendizaje de la función cuadrática, antes del uso del software GeoGebra, se encuentra mayoritariamente en los niveles más bajos de logro.**

El Pre test evidenció bajos niveles de aprendizaje en las dimensiones evaluadas. En la dimensión Traduce, el 92,86% de estudiantes se ubicó en los niveles “Previo al inicio” (35,71%) e “Inicio” (57,14%). En la dimensión Comunica, el 92,86% también se concentró en estos niveles bajos. En Usa estrategias, el 53,57% estaba en “Previo al inicio” y ninguno logró un desempeño destacado. En Argumenta, un 75% se situó entre “Previo al inicio” e “Inicio”.

Estos resultados respaldan la hipótesis H1, ya que revelan un dominio inicial o insuficiente respecto a la función cuadrática. Según la Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel, esta situación sugiere que los estudiantes poseían estructuras cognitivas débiles o no significativas, impidiendo la integración de nuevos conocimientos. La Teoría de Vygotsky también es pertinente, dado que los estudiantes requerían un andamiaje pedagógico para transitar desde su zona de desarrollo real hacia la zona de desarrollo próximo.

**4.2. Análisis de H2: La aplicación del software GeoGebra, con base en los resultados del Pre test, influirá significativamente en la mejora del aprendizaje de la función cuadrática.**

Tras la intervención con GeoGebra, los datos del Post test muestran una mejora significativa en todas las dimensiones. Por ejemplo:

- En la dimensión Traduce, el 85,71% alcanzó los niveles “Logro Esperado” (32,14%) y “Logro Destacado” (53,57%).
- En Comunica, el 71,43% se ubicó en los niveles superiores, lo cual representa un avance notable frente al 0% inicial.
- En Usa estrategias, el 92,86% de los estudiantes se posicionó en “Logro Esperado (46,43%)” y “Logro Destacado (46,43%)”.
- En Argumenta, el 71,43% alcanzó también los niveles superiores.

El promedio global de logro se elevó de 13,96 en el Pre test a 31,61 en el Post test. Esta mejora valida la hipótesis H2. Desde el enfoque de Raymond Duval, GeoGebra permitió aplicar representaciones dinámicas, lo que Duval denomina conversión entre registros semióticos (gráfico, algebraico y numérico), promoviendo una comprensión más profunda y significativa del concepto de función cuadrática.

#### **4.3. Análisis de H3: El nivel de aprendizaje de la función cuadrática, después del uso del software GeoGebra, se encuentra predominantemente en “Logro Esperado y Destacado”.**

En el Post test, se registró que:

- En Traduce, el 53,57% alcanzó “Logro Destacado” y el 32,14% “Logro Esperado”.
- En Comunica, ambos niveles altos obtuvieron 35.71% cada uno.
- En Usa estrategias, un empate perfecto entre “Logro Esperado” y “Logro Destacado” (46.43% cada uno).
- En Argumenta, 46.43% alcanzó “Logro Esperado” y 25% “Logro Destacado”.

Si bien la mayoría de los estudiantes se ubica entre “Logro Esperado” y “Logro Destacado”, en varias dimensiones la categoría modal fue “Logro Destacado”, lo cual supera las expectativas planteadas en H3. Esto indica que no solo se alcanzó el nivel esperado, sino que fue superado por una proporción significativa del grupo.

En términos de la Teoría de Duval, el uso intensivo de GeoGebra facilitó la movilización entre representaciones semióticas, lo que consolidó el aprendizaje conceptual. Asimismo, desde Ausubel, se logró la integración de nuevo conocimiento con base en anclajes significativos generados durante la intervención.

## CONCLUSIONES

1. Se comprobó que la aplicación del software educativo GeoGebra tuvo una influencia positiva estadísticamente significativa en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, de Cajabamba. Esta conclusión se respalda en los resultados de la prueba de hipótesis, en la cual la variable dependiente aprendizaje de la función cuadrática según prueba de rangos con signos de Wilcoxon para muestras relacionadas, el p valor es de 0.000 menor a 0.001. Esto demuestra que la diferencia entre los resultados del Pre test y Post test no fue producto del azar, sino del impacto directo de la aplicación del software como herramienta didáctica.
2. Antes de la intervención con GeoGebra, los estudiantes evidenciaban un nivel de logro mayoritariamente bajo en el aprendizaje de la función cuadrática. En el Pre test, el 92,86% de los estudiantes se ubicaban en los niveles “Previo al inicio” e “Inicio” en las dimensiones Traduce y Comunica; el 53,57% en Usa estrategias; y el 75% en Argumenta. Estos resultados reflejan un bajo nivel de comprensión conceptual y procedimental, lo que sugiere la ausencia de aprendizajes significativos previos en relación con esta función matemática.
3. Durante la intervención en base a los resultados del Pre test, se aplicó estratégicamente la herramienta del software GeoGebra para potenciar el aprendizaje visual, simbólico y gráfico de la función cuadrática. Esta implementación permitió mejoras significativas en todas las dimensiones evaluadas: en Traduce, el puntaje promedio aumentó en 4,50 puntos; en Comunica, en 4,22 puntos; en Usa estrategias, en 5,72 puntos; y en Argumenta, en 3,21 puntos. Estas variaciones positivas reflejan que los estudiantes no solo desarrollaron habilidades operativas, sino también una mayor comprensión y capacidad de análisis matemático.

4. Al finalizar la aplicación del software, los estudiantes alcanzaron un nivel de aprendizaje significativamente superior. La proporción de estudiantes que se ubican en Logro Esperado y Logro Destacado en cada una de las dimensiones son las siguientes: Traduce 85,71%, en Comunica: 71,43%, en Usa estrategias 92,86% y en Argumenta 71,43%. Esto da a conocer que la incorporación de herramientas tecnológicas como GeoGebra no solo favorece la participación activa y significativa del estudiante, sino que también permite superar con éxito los niveles de logro requeridos para el desarrollo de competencias matemáticas complejas, como la comprensión y aplicación de la función cuadrática.

## SUGERENCIAS

1. A los Especialistas en Educación del área Curricular de Matemática, de las Unidades de Gestión Educativa Local de cada región, se recomienda fomentar entre los docentes la integración del software GeoGebra en sus actividades pedagógicas. Esto contribuirá al aumento de los promedios en el área de Matemática, un área que, según el informe ENLA (2023), actualmente muestra una tendencia a la baja, con un porcentaje significativo de estudiantes ubicados en el nivel de logro "Inicio". El uso de herramientas tecnológicas innovadoras como GeoGebra puede ser clave para revertir esta situación y mejorar el rendimiento académico en este campo.
2. A los directores de las Instituciones Educativas, se recomienda proporcionar y promover el acceso a materiales tecnológicos, como tabletas y salas de computación, para facilitar el uso de herramientas digitales en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta inversión no solo mejorará el aprendizaje de los estudiantes, sino que también puede tener un impacto positivo en el rendimiento de los estudiantes en evaluaciones internacionales, como la prueba PISA, contribuyendo a la mejora de la posición de su institución en los niveles de desempeño académico global.
3. A los profesores de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, donde se realizó el estudio, se recomienda integrar GeoGebra en su planificación didáctica, dado su impacto positivo demostrado en el aprendizaje de la función cuadrática. El uso de esta herramienta fortalecerá el proceso de enseñanza, proporcionando a los estudiantes una educación que esté alineada con las tecnologías contemporáneas, preparándolos para los retos de la vida académica y profesional en un mundo digitalizado y dinámico.

## REFERENCIAS

- Agra, G., Soares, N., Simplício, P., Lopes, M., Melo, M., & Lima, M. (2019). Analysis of the concept of Meaningful Learning in light of the Ausubel's Theory. *Revista Brasileira de Enfermagem*, 72(1), 248-255. Obtenido de <https://www.scielo.br/j/reben/a/GDNMjLJgvzSJKtWd9fdDs3t/?format=pdf&lang=en>
- Agurto Mafaldo, D. M. (2022). *Interacción social y capacidad para aprender a aprender en estudiantes de una universidad pública de Lima, 2022*. Obtenido de <https://hdl.handle.net/20.500.13053/7734>
- Alfaro, C., Flores, P., & Valverde, G. (2019). La demostración matemática: significado, tipos, funciones atribuidas y relevancia en el conocimiento profesional de los profesores de matemáticas. *Revista Uniciencia*, 33(2), 1-21. Obtenido de [https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S2215-34702019000200055&script=sci\\_arttext](https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S2215-34702019000200055&script=sci_arttext)
- Álvaro Armas, A. J., & Guevara Navarro, E. (2024). *Actitud docente y aprendizaje significativo de los estudiantes del cuarto año de secundaria de la institución educativa "Valle Sagrado" de Urubamba durante la educación remota- año 2021*. Obtenido de <http://hdl.handle.net/20.500.12918/8557>
- Anato, P. (2022). GeoGebra y su incidencia en la enseñanza de la función. *Revista Científica DELECTUS*, 7(1), 1-15. Obtenido de <http://portal.amelica.org/ameli/journal/390/3902822003/html/>
- Arteaga, E., Medina, J., & del Sol, J. (2019). El GeoGebra: Una herramienta tecnológica para aprender matemática en la secundaria básica haciendo matemática. *Revista Conrado*, 15(70), 102-108. Obtenido de <http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v15n70/1990-8644-rc-15-70-102.pdf>
- Artemio Rios, J., Patricia Montoya, N., Luis Mendiola, C., & Silva Arce, P. (2017). *Texto escolar Matemática 3*. Santillana S.A.

- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* (Segunda ed.). Trillas.
- Bayés, A., Sombra, L., Costa, V., & Manceñido, M. (2019). Recursos educativos digitales para la enseñanza STEM basados en GeoGebra: una metodología para su adaptación a dispositivos móviles. *V Jornadas de Investigación, Transferencia y Extensión de la Facultad de Ingeniería (La Plata, 2019)*, (págs. 160-165). Argentina. Obtenido de [http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/75042/Documento\\_completo.pdf?sequence=1](http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/75042/Documento_completo.pdf?sequence=1)
- Calderón, L. (2020). Aplicación de GeoGebra en la enseñanza de la cinemática de un mecanismo de cuatro barras. *Revista del Instituto Internacional GeoGebra de São Paulo*, 9(2), 3-19. Obtenido de <http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i2p003-019>
- Carrillo Oyola, H. G. (2020). *Software geogebra en los aprendizajes de matemática de los estudiantes de 4to año de secundaria de una I.E. de Tumbes, 2020*. Obtenido de <http://repositorio.uct.edu.pe/handle/123456789/900>
- Castro, C., & Suavita, S. (2011). Formación, Tratamiento y conversión como actividades cognitivas de representación: una experiencia con estudiantes para profesor. *XIII conferencia interamericana de Educación Matemática*, (págs. 2 - 5). Recife, Brasil. Obtenido de [https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/viewFile/1358/300](https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1358/300)
- Coronel, F. M., Guilcapi, J. R., & Vargas, J. M. (2018). Uso De Geogebra Y Su Incidencia En El Proceso Enseñanza- Aprendizaje De Grafica De Funciones En El Nivel Superior. *European Scientific Journal*, 14(21). <https://doi.org/https://doi.org/10.19044/esj.2018.v14n21p1>
- Del Pilar Zumarán Alayo, O., Gutiérrez Orellana, B., Calero Saldaña, R., Villanueva Gastelú, R., Ramírez Ríos, A., Maguiña Palma, M., . . . Valderrama Mendoza, S. (2017). *Estadística para la investigación*. Universidad Cesar Vallejo.
- Dikkartin, F. (2018). The Impact of Instructing Quadratic Functions with the Use of Geogebra Software on Students' Achievement and Level of Reaching Acquisitions. *International*

- Education Studies*, 11(7), 1-11. Obtenido de <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1184124.pdf>
- Duval, R. (1999). *SEMIOSIS Y PENSAMIENTO HUMANO Registros semióticos y Aprendizajes intelectuales* (Segunda Edición ed.). (M. V. Restrepo, Trad.) Cali - Colombia: Universidad del Valle. Obtenido de <https://es.scribd.com/document/561444974/Semiosis-y-Pensamiento-Duval#>
- ECE. (2019). *Resultados de las evaluaciones nacionales de logros de aprendizaje*. Obtenido de <https://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2020/06/Reporte-Nacional-2019.pdf>
- EM. (2022). *Evaluación Muestral de Estudiantes 2022*. Obtenido de <http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2023/06/Reporte-Nacional-EM-2022.pdf>
- ENLA. (2023). *ENLA 2023 Resultado de aprendizajes*. Obtenido de [http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2024/05/Presentacion\\_de\\_logros\\_de\\_aprendizaje\\_ENLA\\_2023.pdf](http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2024/05/Presentacion_de_logros_de_aprendizaje_ENLA_2023.pdf)
- Espinoza Ramos, E. (2012). *Análisis Matemático I* (Sexta edición ed.). Lima, Perú: Editorial Edukperu.
- Esteban Nieto, N. (2018). *Tipos de investigación*. Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/250080756.pdf>
- Eulogio, P. J., & Ramos, A. W. (2019). *Representación semiótica en el aprendizaje de los números racionales en alumnos del primer grado de educación secundaria de la I.E. José Carlos Mariátegui de Huancayo*. Obtenido de <http://hdl.handle.net/20.500.12894/5570>
- Fernandes, D. (2018). Primeiras Aprendizagens Matemáticas com GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 7(1), 41-58. Obtenido de <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/35071/24924>
- Fernández, I., Riveros, V., & Montiel, G. (2017). Software educativo y las funciones matemáticas. Una estrategia de apropiación. *Omnia*, 23(1). Obtenido de <https://www.redalyc.org/journal/737/73753475002/html/>

- Gamba, A. (2018). *Teorías y métodos psicología genética y enfoque histórico cultural*. Bogotá, Colombia: Fundación Universitaria del Área Andina. Obtenido de <https://digitk.areandina.edu.co/handle/areandina/1231>
- Gamboa, J. (2018). Evolución de las Metodologías y Modelos utilizados en el Desarrollo de Software. *Revista de investigación INNOVA*, 3(10), 20-33. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6777227>
- Girón, R. A. (01 de Diciembre de 2018). *Foro Jurídico*. Obtenido de Sobre Lingüística y Semiótica Jurídica: <https://forojuridico.mx/sobre-linguistica-y-semiotica-juridica/>
- Gómez, A. L., Guirette, R., & Colorado, F. M. (2017). Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del software GeoGebra. *Educación Matemática*, 29(3), 189 - 224. Obtenido de <https://www.scielo.org.mx/pdf/edumat/v29n3/1665-5826-ed-29-03-189.pdf>
- González, G. (2011). *Tratamiento de las representaciones semióticas de la función cuadrática*. Universidad Autónoma de Manizales, Manizales, Colombia. Obtenido de <https://repositorio.autonoma.edu.co/handle/11182/471>
- Granados, C. A., & Padilla, I. A. (2021). El aprendizaje gráfico de la recta tangente a través de la modelación de las secciones cónicas utilizando GeoGebra. *Revista Científica*, 40(1). Obtenido de <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/16137/16691>
- Guachún, F., & Mora, B. (2019). El Software GeoGebra como recurso para la enseñanza de la función lineal: una propuesta didáctica. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 101(1), 103-112. Obtenido de <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/el-software-geogebra-como-recurso-para-la-ensenanza-de-la-funcion-lineal-una-propuesta-didactica/>
- Guevara, R. (2021). Geogebra en el desarrollo de competencias matemáticas, en estudiantes de la Institución Educativa Santa Edelmira, Víctor Larco. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 5(4), 5168-5183. Obtenido de <https://ciencialatina.org/index.php/cienciala/article/view/683/921>

- Guzñay , M., & Tenegusñay, G. (2014). *Utilización del software libre geogebra para el aprendizaje del bloque curricular de números y funciones y su relación en el rendimiento académico de los estudiantes de tercer año de bachillerato, de la unidad educativa universitaria milton reyes de la ci.* Obtenido de <https://1library.co/document/q2n720jq-utilizaci%C3%B3n-aprendizaje-curricular-rendimiento-estudiantes-bachillerato-universitaria-acad%C3%A9mico.html>
- Huerto, P. (2022). Uso del software geogebra bajo el registro de representación semiótico en el aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas. *Revista Peruana de Investigación e innovación Educativa*, 2(1), 1-12. <https://doi.org/https://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/repiie/article/view/21492/18067>
- Huu Tong, D., Phuong, B., Thi Diem, H., & Kim, L. (2021). The Effectiveness of Using GeoGebra Software in Mathematics Classrooms: A Case Study of Teaching Continuous Functions in High Schools. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)* , 48(9), 256-268. Obtenido de <http://jonuns.com/index.php/journal/article/view/742/739>
- Jiménez, J. G., & Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7). Obtenido de <https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654/736>
- Jiménez, R. (2011). *Matemáticas IV Funciones* (Segunda ed.). México: Pearson Educación. Obtenido de [https://www.academia.edu/45052974/Matem%C3%A1ticas\\_IV\\_Funciones\\_Ren%C3%A9\\_Jim%C3%A9nez\\_2ed](https://www.academia.edu/45052974/Matem%C3%A1ticas_IV_Funciones_Ren%C3%A9_Jim%C3%A9nez_2ed)
- Mansilla Fernández, L., Muñoz Solís, O., Chávez Espino, J. C., Támara Alazar, H. L., Cristóbal Jave, H. L., García Manyari, E., . . . Brañes Gutiérrez, L. C. (2023). *Fichas de Matemática 4*. Ministerio de Educación.
- Mejía Mejía, E. J. (2013). *La investigación científica en la educación* (Segunda ed.).

- Mex, D., Hernández, L., Cab , J., & Castillo, M. (2021). El desarrollo cognoscitivo de la parábola según Bruner, con el empleo de software educativo. *Revista Científica Uisrael*, 8(1), 145-164. Obtenido de <http://scielo.senescyt.gob.ec/pdf/rcuisrael/v8n1/2631-2786-rcuisrael-8-01-00137.pdf>
- MINEDU. (2014). *minedu*. Obtenido de <https://www.minedu.gob.pe/p/politicas-aprendizajes-comoaprenden.html>
- MINEDU. (2016). *Programa curricular de Educación Secundaria*. Obtenido de <https://www.ugelsanchezcarrion.gob.pe/wordpress/wp-content/uploads/2019/06/programa-secundaria-17-abril.pdf>
- MINEDU. (2016). *Programa curricular de Eucación Secundaria*. Obtenido de <https://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-curricular-educacion-secundaria.pdf>
- MINEDU. (2018). *Orientaciones para la evaluación de las competencias de matemática*. Obtenido de <https://iesppabyp.edu.pe/wp-content/uploads/2019/07/ORIENTACIONES-PARA-LA-EVALUACI%C3%93N-DE-MATEMATICA.pdf>
- Ministerio de Educación [MINEDU]. (2016). *Currículo Nacional de la Educaición Básica*. Obtenido de <https://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Mollakuque, V., Rexhepi, S., & Iseni, E. (2020). Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(1), 1-11. Obtenido de <https://www.iejme.com/download/incorporating-geogebra-into-teaching-circle-properties-at-high-school-level-and-its-comparison-with-9283.pdf>
- Morán Lozano, N. S., Peñafiel Loor, J. F., & García Rodríguez, R. (2023). Aprendizaje significativo en matemáticas con el uso de tecnologías. *Journal - TechInnovation*, 2(2), 60-69. <https://doi.org/https://doi.org/10.47230/Journal.TechInnovation.v2.n2.2023.60-69>

- Moreira Chóez, J. S., Beltron Cedeño, R. A., & Beltrón Cedeño, V. C. (2021). Aprendizaje significativo una alternativa para transformar la educación. *Dominio de las ciencias*, 7(2), 915-924. <https://doi.org/https://dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/view/1835>
- Ngoc, N. (2021). The discovery teaching of the problem of finding the shortest distance with the help of Geogebra software in Vietnam . *Educational Research and Reviews*, 16(8), 343-356. Obtenido de <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1312116.pdf>
- Nina-Cuchillo, J., & Nina-Cuchillo, E. E. (2021). *Análisis de confiabilidad: Cálculo del coeficiente alfa de Cronbach usando el Software SPSS*.
- Nthabiseng, M., & Ugorji, O. (2021). GeoGebra and students' learning achievement in trigonometric functions graphs representations and interpretations. *Cypriot Journal of Educational Science*, 16(2), 827-846. Obtenido de <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1296808.pdf>
- Oblitas Urrutia, M. E. (2021). *Influencia del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de las figuras geométricas del espacio en los estudiantes del 4to grado de educación secundaria de la Institución Educativa San Martín de Tours, Distrito de Pomahuaca, Jaén, año 2019*. Obtenido de <https://repositorio.unc.edu.pe/handle/20.500.14074/5523>
- Oropeza, D. (2019). *El uso de software educativo geogebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de funciones lineales en estudiantes de la institución educativa estatal José Olaya del distrito de Satipo - 2019*. Satipo: Universidad católica los ángeles de Chimbote. Obtenido de [http://repositorio.uladech.edu.pe/bitstream/handle/20.500.13032/14125/GEOGEBRA\\_ESTRATEGIA\\_DIDACTICA\\_SOFTWARE\\_EDUCATIVO\\_OROPEZA\\_ASCARZA\\_DHIELO\\_JESUS.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositorio.uladech.edu.pe/bitstream/handle/20.500.13032/14125/GEOGEBRA_ESTRATEGIA_DIDACTICA_SOFTWARE_EDUCATIVO_OROPEZA_ASCARZA_DHIELO_JESUS.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Pérez, F. (2019). Uso de geogebra como estrategia de aprendizaje en la enseñanza de las funciones. *Revista Electronica Amiutem*, 7(1), 27-33. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/20411/1/Perez2019Uso.pdf>

- Pérez, M. (2018). El método hipotético deductivo y su posibilidad de aplicación en caso práctico: la destitución de Fernando Lugo. *Revista Sociedad Global*, 5(1), 18. Obtenido de [https://ri.conicet.gov.ar/bitstream/handle/11336/162102/CONICET\\_Digital\\_Nro.9c3bb498-6652-46b1-a062-f13151567645\\_A.pdf?sequence=2&isAllowed=y](https://ri.conicet.gov.ar/bitstream/handle/11336/162102/CONICET_Digital_Nro.9c3bb498-6652-46b1-a062-f13151567645_A.pdf?sequence=2&isAllowed=y)
- Pineda, W., Sepúlveda, O., & Romera, G. (2022). Registros de representación semiótica para la comprensión de la elipse interactuando con GeoGebra. *Revista Boletín Redipe*, 11(3), 258-269. Obtenido de <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1719/1633>
- PISA. (2023). *Resultados nacionales PISA 2022*. Obtenido de <http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2024/01/Presentaci%C3%B3n-de-resultados-PISA-2022-Per%C3%BA.pdf>
- Rafael Linares, A. (2007). *Desarrollo Cognitivo: Las teorías de Piaget y de Vygotsky*. Barcelona.
- Ramos-Galarza, C., & García-Cruz, P. (2024). Guía para realizar estudios de revisión sistemática cuantitativa. *CienciAmérica*, 13(1), 1-6. <https://doi.org/10.33210/ca.v13i1.444>.
- Reyes Blácido, I., Damián Guerra, E., Ciriaco Reyes, N., Corimayhua Luque, O., & Urbina Olortegui, M. (2022). Métodos científicos y su aplicación en la investigación pedagógica. <https://doi.org/https://doi.org/10.46377/dilemas.v9i2.3106>
- Sánchez, R., & Borja, A. (2022). Geogebra en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas. *Dominio de las ciencias*, 8(2), 33-52. Obtenido de <https://www.dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/view/2737>
- Schunk, D. H. (2012). *Teorías del aprendizaje. Una perspectiva educativa* (Sexta ed.). México: Pearson. Obtenido de <https://fundasira.cl/wp-content/uploads/2017/03/TEORIAS-DEL-APRENDIZAJE.-DALE-SCHUNK..pdf>
- Sheikh Qasem, K. W. (2020). *The Impact of Geogebra Software on the Performance of Grade 10-Algebra Students in Graphing Quadratic Functions in AL Ain*. Thesis, AL Ain - Emiratos Árabes Unidos. Obtenido de [https://scholarworks.uaeu.ac.ae/curriculum\\_theses/7/](https://scholarworks.uaeu.ac.ae/curriculum_theses/7/)
- Stewart, J. (2012). *Cálculo de una variable. trascendentes tempranas* (Séptima ed.). Mexico.

- Taibe, C., Mendoza, E., Gallegos, J., Enriquez, V., Flores, H., & Huillca, M. (2021). Uso del GeoGebra en el aprendizaje de grafica de funciones. *Education, and Technology*, 1(1), 1-7. Obtenido de [https://laccei.org/LACCEI2021-VirtualEdition/full\\_papers/FP519.pdf](https://laccei.org/LACCEI2021-VirtualEdition/full_papers/FP519.pdf)
- Tocas Palma, G. E. (2023). *influencia de la aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje, de función lineal, de los estudiantes de segundo grado "B" de educación secundaria de la Institución Educativa "Felipe Huamán Poma de Ayala", El Tambo Bambamarca, 2023*. Obtenido de <http://hdl.handle.net/20.500.14074/6551>
- Tong, D., Uyen, B., Kieu, H., & Ngan, L. (2021). The Effectiveness of Using GeoGebra Software in Mathematics Classrooms: A Case Study of Teaching Continuous Functions in High Schools. *Journal of Hunan University*, 48(9), 257-268. Obtenido de <http://jonuns.com/index.php/journal/article/viewFile/742/739>
- Valderrama, S. (2016). *Pasos para elaborar proyectos de investigación científica cuantitativa, cualitativa y mixta* (Segunda ed.). Perú: San Marcos.
- Veiga, N., Otero, L., & Torres Julia. (2020). Reflexiones sobre el uso de la estadística inferencial en investigación didáctica. *InterCambios: Dilemas y Transiciones de la Educación Superior*, 7(2). <https://doi.org/ORG/10.29156/INTER.7.2.10>
- Veloso Pérez, E., Rodríguez Santos, R. M., López González, Y., & Veloso Rodríguez, A. (2006). Reflexiones sobre la teoría socio-cultural de L. S. Vigotski. <https://doi.org/10.21676/2389783X.609>
- Venero, A. (2016). *Matemática Básica* (Segunda ed.). Lima: Ediciones Gemar.

## **APÉNDICE / ANEXOS**

## APÉNDICE 01: FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA



# UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

## “NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA”

### FACULTAD DE EDUCACIÓN



## ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

### TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN

Aplicación del software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la institución educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024

### Ficha de observación sistemática para medir la aplicación del Software Educativo GeoGebra.

#### I. DATOS GENERALES

1. Institución Educativa: Ricardo Palma
2. Área curricular: Matemática
3. Bimestre Académico: \_\_\_\_\_
4. Unidad Programada: \_\_\_\_\_
5. Campo Temático: Aplicación del Software Educativo GeoGebra
6. Lugar y Fecha: Cajabamba \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2024

#### II. INTRODUCCIÓN

**Instrucciones:** A continuación, se muestra una ficha, donde el investigador marcará con un aspa (X) según sean los resultados de cada elemento de la muestra. Considerando los siguientes ítems:

#### III. FICHA



#### IV. LEYENDA

*I*<sub>1</sub>: Define la función cuadrática empleando la Barra de Entrada.

*I*<sub>2</sub>: Muestra u oculta los elementos presentes de la gráfica en su representación algebraica.

*I*<sub>3</sub>: Define el eje de simetría (primera coordenada del vértice) haciendo uso de la barra de entrada.

*I*<sub>4</sub>: Define la segunda coordenada del vértice en la barra de entrada.

*I*<sub>5</sub>: Logra generar deslizadores utilizando la barra de herramientas.

*I*<sub>6</sub>: Crea texto haciendo uso de la barra de herramientas.

*I*<sub>7</sub>: Vincula los deslizadores logrando incorporar un texto dinámico de la función.

*I*<sub>8</sub>: Obtiene el valor del discriminante de forma automatizada de acuerdo a los valores de la función.

*I*<sub>9</sub>: Ubica el vértice e interceptos de la función utilizando la barra de herramientas y el comando intersección.

*I*<sub>10</sub>: Explora la gráfica arrastrando los deslizadores.

#### V. ESCALA VALORATIVA

CUALITATIVO	CUANTITATIVO
Nunca	1
Pocas veces	2
A menudo	3
Siempre	4

**ANEXO 01: JUICIO DE EXPERTO (1)**  
**FICHA DE EVALUACIÓN DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA DE**  
**LA VARIABLE INDEPENDIENTE APLICACIÓN DEL SOFTWARE EDUCATIVO**  
**GEOGEBRA**  
**(JUICIO DE EXPERTO)**

Apellidos y Nombres del Evaluador: CESAR ENRIQUE ALVAREZ IPARRAGUIRRE

Título: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajamarca, Cajamarca, 2024

Variable independiente: Software Educativo GeoGebra

Autor: Evert Eli Abanto Rojas

Fecha: Cajamarca, 29 de AGOSTO de 2024

N°	CRITERIOS DE EVALUACIÓN							
	Pertinencia con el problema, objetivos e hipótesis de investigación		Pertinencia con la variable y dimensiones		Pertinencia con la dimensión / indicador		Pertinencia con los principios de la redacción científica (propiedad y coherencia)	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	X		X		X		X	
2	X		X		X		X	
3	X		X		X		X	
4	X		X		X		X	
5	X		X		X		X	
6	X		X		X		X	
7	X		X		X		X	
8	X		X		X		X	
9	X		X		X		X	
10	X		X		X		X	

  
 FIRMA

DNI: 1787/524

**VALIDACIÓN DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA DE LA  
VARIABLE INDEPENDIENTE APLICACIÓN DEL SOFTWARE EDUCATIVO  
GEOGEBRA  
(JUICIO DE EXPERTO)**

Yo, CÉSAR ENRIQUE ALVAREZ IPARRAGUIRRE,  
identificado con DNI N° 1787/524, con grado académico de:  
DOCTOR EN CIENCIAS,  
Universidad: NACIONAL DE CAJAMARCA.

Hago constar que he leído y revisado los (10) ítems correspondientes a la Tesis de Licenciado en Educación: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Los ítems de la ficha de observación están distribuidos en (02) dimensiones de apoyo a la aplicación del Software Educativo GeoGebra: Vista Algebraica (04 ítems), y vista Gráfica (06). Para la evaluación de los ítems, se tomaron en cuenta (03) indicadores: Claridad, coherencia y adecuación.

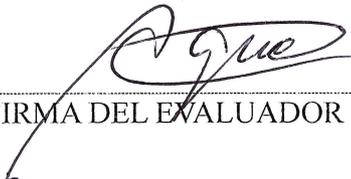
El instrumento corresponde a la tesis: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Luego de la evaluación de cada ítem y realizada las correcciones respectivas, los resultados son los siguientes:

CUESTIONARIO DE ENCUESTA		
N° de ítems	N° de ítems válidos	% de ítems válidos
<u>10</u>	<u>10</u>	<u>100%</u>

Lugar y fecha: Cajamarca, 29 de AGOSTO de 2024

Nombres y Apellidos del Evaluador: CÉSAR ENRIQUE ALVAREZ IPARRAGUIRRE

  
FIRMA DEL EVALUADOR

**ANEXO 02: JUICIO DE EXPERTO (2)**  
**FICHA DE EVALUACIÓN DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA DE**  
**LA VARIABLE INDEPENDIENTE APLICACIÓN DEL SOFTWARE EDUCATIVO**  
**GEOGEBRA**  
**(JUICIO DE EXPERTO)**

Apellidos y Nombres del Evaluador: Ever Rojas Huamán

Título: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024

Variable independiente: Software Educativo GeoGebra

Autor: Evert Eli Abanto Rojas

Fecha: Cajamarca, 29 de agosto de 2024

N°	CRITERIOS DE EVALUACIÓN							
	Pertinencia con el problema, objetivos e hipótesis de investigación		Pertinencia con la variable y dimensiones		Pertinencia con la dimensión / indicador		Pertinencia con los principios de la redacción científica (propiedad y coherencia)	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	X		X		X		X	
2	X		X		X		X	
3	X		X		X		X	
4	X		X		X		X	
5	X		X		X		X	
6	X		X		X		X	
7	X		X		X		X	
8	X		X		X		X	
9	X		X		X		X	
10	X		X		X		X	

  
 \_\_\_\_\_  
 FIRMA

DNI: 26694311

**VALIDACIÓN DE LA FICHA DE OSERVACIÓN SISTEMÁTICA DE LA VARIABLE  
INDEPENDIENTE APLICACIÓN DEL SOFTWARE EDUCATIVO GEOGEBRA  
(JUICIO DE EXPERTO)**

Yo, Ever Rojas Huamán,  
identificado con DNI N° 26694311, con grado académico de:  
Magister  
Universidad: Nacional "Pedro Ruiz Gallo"

Hago constar que he leído y revisado los (10) ítems correspondientes a la Tesis de Licenciado en Educación: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Los ítems de la ficha de observación están distribuidos en (02) dimensiones de apoyo a la aplicación del Software Educativo GeoGebra: Vista Algebraica (04 ítems), y vista Gráfica (06). Para la evaluación de los ítems, se tomaron en cuenta (03) indicadores: Claridad, coherencia y adecuación.

El instrumento corresponde a la tesis: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Luego de la evaluación de cada ítem y realizada las correcciones respectivas, los resultados son los siguientes:

CUESTIONARIO DE ENCUESTA		
N° de ítems	N° de ítems válidos	% de ítems válidos
<u>10</u>	<u>10</u>	<u>100%</u>

Lugar y fecha: Cajamarca, 29 de agosto de 2024

Nombres y Apellidos del Evaluador: Ever Rojas Huamán.

  
FIRMA DEL EVALUADOR

## APÉNDICE 02: PRE TEST



# UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA "NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA" FACULTAD DE EDUCACIÓN



## ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

### TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN

Aplicación del software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024

### PRUEBA EVALUATIVA (PRE TEST)

#### I. DATOS GENERALES

1. Institución educativa: Ricardo Palma
2. Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_
3. Área curricular: Matemática
4. Bimestre Académico: \_\_\_\_\_
5. Unidad Programada: \_\_\_\_\_
6. Campo Temático: Teoría de funciones Algebraicas
7. Lugar y Fecha: Cajabamba \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2024

#### II. INTRODUCCIÓN

**Instrucciones:** Estimado(a) estudiante, a continuación, se le muestra un instrumento correspondiente a una prueba evaluativa, con el fin de verificar tu aprendizaje en el campo temático antes mencionado. Para lo cual debes resolver cada una de las preguntas en completo silencio.

#### III. DIMENSIONES A EVALUAR:

- Traduce
- Comunica
- Usa estrategias
- Argumenta

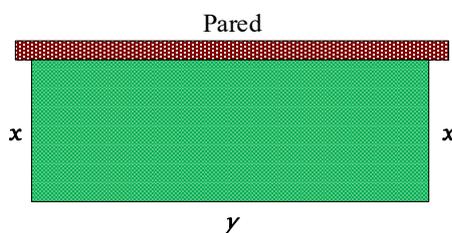
#### IV. ESCALA VALORATIVA

CUANTITATIVO	CUALITATIVO
1	Previo al inicio
2	Inicio
3	Proceso
4	Logro esperado
5	Logro destacado

## V. PREGUNTAS

### (Traduce)

Marcos tiene 16 metros de malla para cercar un corral de forma rectangular para sus pavos, Si uno de los lados coincide con una pared, establece relaciones entre las magnitudes y da respuesta a las siguientes preguntas.



1. ¿Cuáles son las variables y qué representa la relación entre las variables?
2. ¿Para qué valores de  $x$  se tiene la mayor área del terreno? Sabiendo que una función cuadrática alcanza su máximo o mínimo valor cuando  $h = -\frac{b}{2a}$

### (Comunica)

3. De las cuatro esquinas de una pieza rectangular de latón, se cortan cuadrados de 1 cm de lado. De esta manera, al doblar los extremos salientes, se obtiene una caja abierta sin tapa, de modo que las medidas de su base difieren en 4 cm, Si la caja resultante presenta  $32 \text{ cm}^3$  de volumen, ¿Qué medidas tiene la pieza original del latón?
4. Una empresa dedicada a empacar y transportar huevos ha proyectado sus ingresos (I), según los miles de huevos empacados (h), con la siguiente función:

$$I(h) = -100h^2 + 1000h + 7500, \text{ con } h \geq 0$$

¿Para qué valores de  $h$  se alcanzan el ingreso máximo? Sabiendo que una función cuadrática alcanza su máximo o mínimo valor cuando  $h = -\frac{b}{2a}$

### (Usa estrategias)

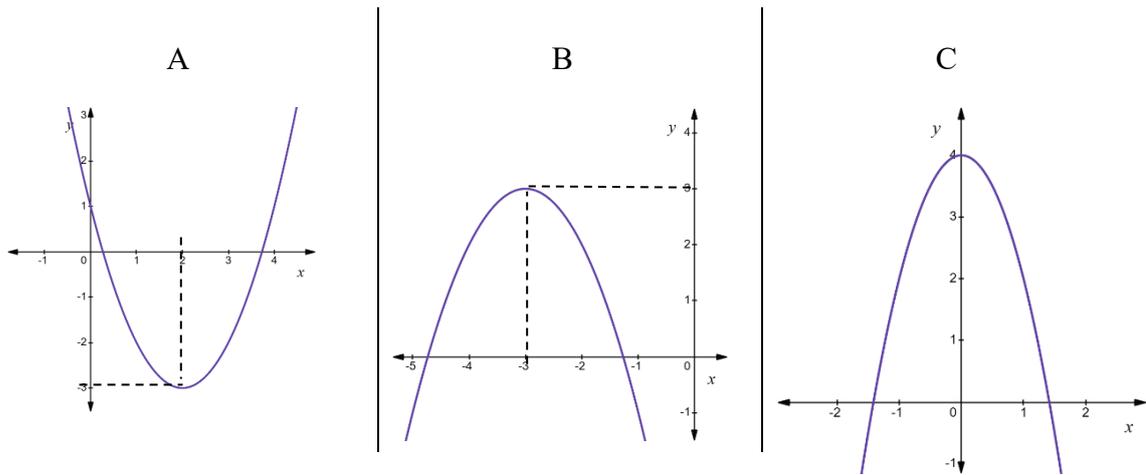
Teniendo la siguiente función cuadrática en su forma general:  $y = f(x) = x^2 - 6x + 5$

5. Deduzca su forma canónica de la función, utilizando el método de completar cuadrados.
6. Bosquejar la función determinada en la pregunta anterior.

### (Argumenta)

7. Esbozando o con ayuda de algún software educativo, plantea las siguientes afirmaciones si son verdaderas (V) o falsas (F) con respecto a la función  $f(x) = x^2$ .
  - I. La gráfica de  $f(x) = (x - 3)^2$ , es desplazada 3 unidades hacia la izquierda ( )  
¿Por qué?
  - II. La gráfica de  $f(x) = (x - 3)^2 + 4$ , es desplazada en 4 unidades hacia arriba ( )  
¿por qué?

8. Analiza la gráfica de cada función y relacionala con su respectiva expresión algebraica.



- I. La gráfica de  $f(x) = -(x + 3)^2 + 3$ , es la letra: ( ) ¿Por qué estás seguro de ello?
- II. La gráfica de  $g(x) = (x - 2)^2 - 3$ , es la letra: ( ) ¿Por qué estás seguro de ello?
- III. La gráfica de  $h(x) = -2(x + 0)^2 + 4$ , es la letra: ( ) ¿Por qué estás seguro de ello?

**ANEXO 03: JUICIO DE EXPERTO (1)**  
**FICHA DE EVALUACIÓN DE PRUEBA EVALUATIVA (PRE TEST) DE LA**  
**VARIABLE DEPENDIENTE APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA**  
**(JUICIO DE EXPERTO)**

Apellidos y Nombres del Evaluador: CÉSAR ENRIQUE ALVAREZ PARRAQUIRE

Título: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024

Variable Dependiente: Aprendizaje de la función cuadrática

Autor: Evert Eli Abanto Rojas

Fecha: Cajamarca, 29 de AGOSTO de 2024

N°	CRITERIOS DE EVALUACIÓN							
	Pertinencia con el problema, objetivos e hipótesis de investigación		Pertinencia con la variable y dimensiones		Pertinencia con la dimensión / indicador		Pertinencia con los principios de la redacción científica (propiedad y coherencia)	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	
2	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	
3	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	
4	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	
5	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	
6	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	
7	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	
8	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	

  
 \_\_\_\_\_  
 FIRMA

DNI: 17871524

**VALIDACIÓN DE PRUEBA EVALUATIVA (PRE TEST) DE LA VARIABLE  
DEPENDIENTE APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA  
(JUICIO DE EXPERTO)**

Yo, CÉSAR ENRIQUE ALVAREZ IPARRAQUIRRE,  
identificado con DNI N° 1783/524, con grado académico de:  
DOCTOR EN CIENCIAS,  
Universidad: NACIONAL DE CAJAMARCA.

Hago constar que he leído y revisado los (08) ítems correspondientes a la Tesis de Licenciado en Educación: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Los ítems de la ficha de observación están distribuidos en (04) dimensiones de apoyo al aprendizaje de la función cuadrática: Traduce (02 ítems), Comunica (02), Usa estrategias (02) y Argumenta (02). Para la evaluación de los ítems, se tomaron en cuenta (03) indicadores: Claridad, coherencia y adecuación.

El instrumento corresponde a la tesis: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Luego de la evaluación de cada ítem y realizada las correcciones respectivas, los resultados son los siguientes:

CUESTIONARIO DE ENCUESTA		
N° de ítems	N° de ítems válidos	% de ítems válidos
8	8	100

Lugar y fecha: Cajamarca, 29 de AGOSTO de 2024

Nombres y Apellidos del Evaluador: CÉSAR ENRIQUE ALVAREZ IPARRAQUIRRE.

  
FIRMA DEL EVALUADOR

**ANEXO 04: JUICIO DE EXPERTO (2)**  
**FICHA DE EVALUACIÓN DE PRUEBA EVALUATIVA (PRE TEST) DE LA**  
**VARIABLE DEPENDIENTE APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA**  
**(JUICIO DE EXPERTO)**

Apellidos y Nombres del Evaluador: Ever Rojas Huamán

Título: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024

Variable Dependiente: Aprendizaje de la función cuadrática

Autor: Evert Eli Abanto Rojas

Fecha: Cajamarca, 29 de agosto de 2024

N°	CRITERIOS DE EVALUACIÓN							
	Pertinencia con el problema, objetivos e hipótesis de investigación		Pertinencia con la variable y dimensiones		Pertinencia con la dimensión / indicador		Pertinencia con los principios de la redacción científica (propiedad y coherencia)	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	x		x		x		x	
2	x		x		x		x	
3	x		x		x		x	
4	x		x		x		x	
5	x		x		x		x	
6	x		x		x		x	
7	x		x		x		x	
8	x		x		x		x	



FIRMA

DNI: 26694311

**VALIDACIÓN DE PRUEBA EVALUATIVA (PRE TEST) DE LA VARIABLE  
DEPENDIENTE APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA  
(JUICIO DE EXPERTO)**

Yo, Ever Rojas Huamán,  
identificado con DNI N° 26694311, con grado académico de:  
Magister  
Universidad: Nacional "Petro Ruiz Gallo"

Hago constar que he leído y revisado los (08) ítems correspondientes a la Tesis de Licenciado en Educación: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Los ítems de la ficha de observación están distribuidos en (04) dimensiones de apoyo al aprendizaje de la función cuadrática: Traduce (02 ítems), Comunica (02), Usa estrategias (02) y Argumenta (02). Para la evaluación de los ítems, se tomaron en cuenta (03) indicadores: Claridad, coherencia y adecuación.

El instrumento corresponde a la tesis: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Luego de la evaluación de cada ítem y realizada las correcciones respectivas, los resultados son los siguientes:

CUESTIONARIO DE ENCUESTA		
N° de ítems	N° de ítems válidos	% de ítems válidos
<u>8</u>	<u>8</u>	<u>100%</u>

Lugar y fecha: Cajamarca, 29 de agosto de 2024  
Nombres y Apellidos del Evaluador: Ever Rojas Huamán

  
FIRMA DEL EVALUADOR

## APÉNDICE 03: POST TES



# UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA "NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA" FACULTAD DE EDUCACIÓN



## ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

### TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN

Aplicación del software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024

### PRUEBA EVALUATIVA (POST TEST)

#### I. DATOS GENERALES

1. Institución educativa: Ricardo Palma
2. Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_
3. Área curricular: Matemática
4. Bimestre Académico: \_\_\_\_\_
5. Unidad Programada: \_\_\_\_\_
6. Campo Temático: Teoría de funciones Algebraicas
7. Lugar y Fecha: Cajabamba \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2024

#### II. INTRODUCCIÓN

**Instrucciones:** Estimado(a) estudiante, a continuación, se le muestra un instrumento correspondiente a una prueba evaluativa, con el fin de verificar tu aprendizaje en el campo temático antes mencionado. Para lo cual debes resolver cada una de las preguntas en completo silencio.

#### III. DIMENSIONES A EVALUAR:

- Traduce
- Comunica
- Usa estrategias
- Argumenta

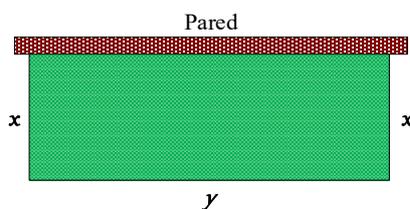
#### IV. ESCALA VALORATIVA

CUANTITATIVO	CUALITATIVO
1	Previo al inicio
2	Inicio
3	Proceso
4	Logro esperado
5	Logro destacado

## VI. PREGUNTAS

### (Traduce)

Lucia tiene 16 metros de malla para cercar un corral de forma rectangular para sus pavos, Si uno de los lados coincide con una pared, establece relaciones entre las magnitudes y da respuesta a las siguientes preguntas.



1. ¿Cuáles son las variables y qué representa la relación entre las variables?
2. ¿Para qué valores de  $x$  se tiene la mayor área del terreno? Sabiendo que una función cuadrática alcanza su máximo o mínimo valor cuando  $h = -\frac{b}{2a}$

### (Comunica)

3. De las cuatro esquinas de una pieza rectangular de latón, se cortan cuadrados de 1 cm de lado. De esta manera, al doblar los extremos salientes, se obtiene una caja abierta sin tapa, de modo que las medidas de su base difieren en 3 cm, Si la caja resultante presenta  $28 \text{ cm}^3$  de volumen, ¿Qué medidas tiene la pieza original del latón?
4. Una empresa dedicada a empacar y transportar huevos ha proyectado sus ingresos (I), según los miles de huevos empacados (h), con la siguiente función:

$$I(h) = -100h^2 + 1000h + 7500, \text{ con } h \geq 0$$

¿Para qué valores de  $h$  se alcanzan el ingreso máximo? Sabiendo que una función cuadrática alcanza su máximo o mínimo valor cuando  $h = -\frac{b}{2a}$

### (Usa estrategias)

Teniendo la siguiente función cuadrática en su forma general:  $y = f(x) = x^2 - 6x + 5$

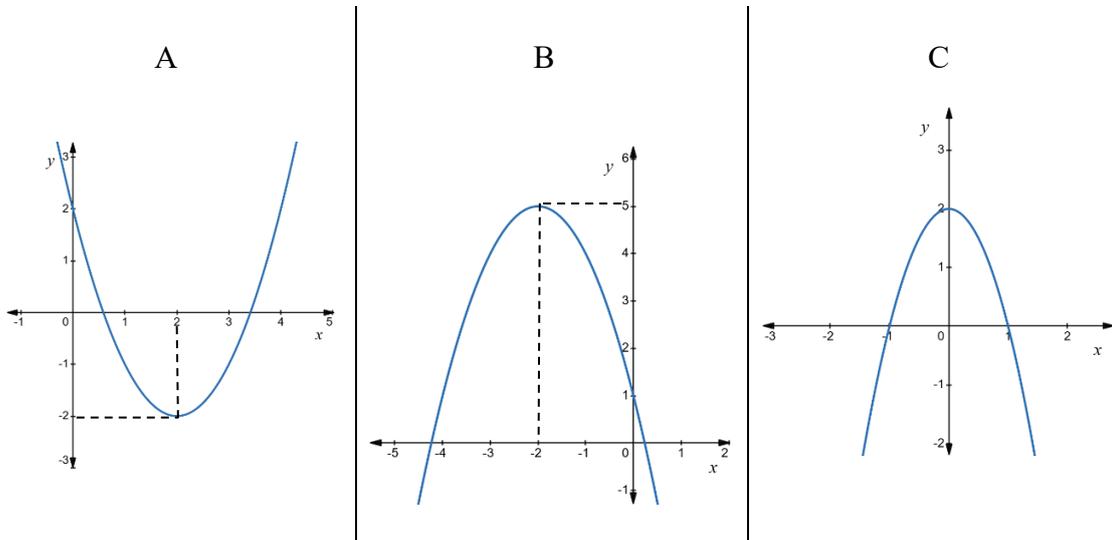
5. Deduzca su forma canónica de la función, utilizando el método de completar cuadrados.
6. Bosquejar la función determinada en la pregunta anterior.

### (Argumenta)

7. Con ayuda del Software Educativo, plantea las siguientes afirmaciones si son verdaderas (V) o falsas (F) con respecto a la función  $f(x) = x^2$ .
  - I. La gráfica de  $f(x) = (x - 4)^2$ , es desplazada 4 unidades hacia la izquierda ( ) ¿por qué?

II. La gráfica de  $f(x) = (x - 3)^2 + 2$ , es desplazada en 2 unidades hacia arriba ( ) ¿por qué?

8. Analiza la gráfica de cada función y relacionala con su respectiva expresión algebraica.



I. La gráfica de  $f(x) = -(x + 2)^2 + 5$ , es la letra: ( ) ¿por qué estás seguro de ello?

II. La gráfica de  $g(x) = (x - 2)^2 - 2$ , es la letra: ( ) ¿por qué estás seguro de ello?

III. La gráfica de  $h(x) = -2(x + 0)^2 + 2$ , es la letra: ( ) ¿por qué estás seguro de ello?

**ANEXO 05: JUICIO DE EXPERTO (1)**  
**FICHA DE EVALUACIÓN DE PRUEBA EVALUATIVA (POST TEST) DE LA**  
**VARIABLE DEPENDIENTE APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA**  
**(JUICIO DE EXPERTO)**

Apellidos y Nombres del Evaluador: CESAR ENRIQUE ALVAREZ IPARRAGUIRRE

Título: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Variable Dependiente: Aprendizaje de la función cuadrática

Autor: Evert Eli Abanto Rojas

Fecha: Cajamarca, 29 de AGOSTO de 2024

N°	CRITERIOS DE EVALUACIÓN							
	Pertinencia con el problema, objetivos e hipótesis de investigación		Pertinencia con la variable y dimensiones		Pertinencia con la dimensión / indicador		Pertinencia con los principios de la redacción científica (propiedad y coherencia)	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	X		X		X		X	
2	X		X		X		X	
3	X		X		X		X	
4	X		X		X		X	
5	X		X		X		X	
6	X		X		X		X	
7	X		X		X		X	
8	X		X		X		X	

  
 \_\_\_\_\_  
 FIRMA

DNI: 7871524

**VALIDACIÓN DE PRUEBA EVALUATIVA (POST TEST) DE LA VARIABLE  
DEPENDIENTE APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA  
(JUICIO DE EXPERTO)**

Yo, CÉSAR ENRIQUE ALVAREZ IPARRA QUIRRE,  
identificado con DNI N° 17871524, con grado académico de:  
DOCTOR EN CIENCIAS,  
Universidad: NACIONAL DE CAJAMARCA.

Hago constar que he leído y revisado los (08) ítems correspondientes a la Tesis de Licenciado en Educación: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Los ítems de la ficha de observación están distribuidos en (04) dimensiones de apoyo al aprendizaje de la función cuadrática: Traduce (02 ítems), Comunica (02), Usa estrategias (02) y Argumenta (02). Para la evaluación de los ítems, se tomaron en cuenta (03) indicadores: Claridad, coherencia y adecuación.

El instrumento corresponde a la tesis: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Luego de la evaluación de cada ítem y realizada las correcciones respectivas, los resultados son los siguientes:

CUESTIONARIO DE ENCUESTA		
N° de ítems	N° de ítems válidos	% de ítems válidos
8	8	100%

Lugar y fecha: Cajamarca, 29 de AGOSTO de 2024

Nombres y Apellidos del Evaluador: CÉSAR ENRIQUE ALVAREZ IPARRA QUIRRE.

  
FIRMA DEL EVALUADOR

**ANEXO 06: JUICIO DE EXPERTO (2)**  
**FICHA DE EVALUACIÓN DE PRUEBA EVALUATIVA (POST TEST) DE LA**  
**VARIABLE DEPENDIENTE APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA**  
**(JUICIO DE EXPERTO)**

Apellidos y Nombres del Evaluador: Ever Rojas Huamán

Título: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024

Variable Dependiente: Aprendizaje de la función cuadrática

Autor: Evert Eli Abanto Rojas

Fecha: Cajamarca, 29 de agosto de 2024

N°	CRITERIOS DE EVALUACIÓN							
	Pertinencia con el problema, objetivos e hipótesis de investigación		Pertinencia con la variable y dimensiones		Pertinencia con la dimensión / indicador		Pertinencia con los principios de la redacción científica (propiedad y coherencia)	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	✓		✓		✓		✓	
2	✓		✓		✓		✓	
3	✓		✓		✓		✓	
4	✓		✓		✓		✓	
5	✓		✓		✓		✓	
6	✓		✓		✓		✓	
7	✓		✓		✓		✓	
8	✓		✓		✓		✓	

  
 \_\_\_\_\_  
 FIRMA

DNI: 26694311

**VALIDACIÓN DE PRUEBA EVALUATIVA (POST TEST) DE LA VARIABLE  
DEPENDIENTE APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA  
(JUICIO DE EXPERTO)**

Yo, Ever Rojas Huamán,  
identificado con DNI N° 26694311, con grado académico de:  
Magister  
Universidad: Nacional "Pedro Ruiz Gallo"

Hago constar que he leído y revisado los (08) ítems correspondientes a la Tesis de Licenciado en Educación: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Los ítems de la ficha de observación están distribuidos en (04) dimensiones de apoyo al aprendizaje de la función cuadrática: Traduce (02 ítems), Comunica (02), Usa estrategias (02) y Argumenta (02). Para la evaluación de los ítems, se tomaron en cuenta (03) indicadores: Claridad, coherencia y adecuación.

El instrumento corresponde a la tesis: Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024.

Luego de la evaluación de cada ítem y realizada las correcciones respectivas, los resultados son los siguientes:

CUESTIONARIO DE ENCUESTA		
N° de ítems	N° de ítems válidos	% de ítems válidos
<u>8</u>	<u>8</u>	<u>100%</u>

Lugar y fecha: Cajamarca, 29 de agosto de 2024  
Nombres y Apellidos del Evaluador: Ever Rojas Huaman.

  
FIRMA DEL EVALUADOR



APÉNDICE 04: CONSTANCIA DE AUTORIZACIÓN  
DIRECCIÓN REGIONAL DE EDUCACIÓN - CAJAMARCA  
UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA LOCAL - CAJABAMBA  
*Institución Educativa "Ricardo Palma"*  
CHAQUICOCHA



**AUTORIZACIÓN PARA EJECUCIÓN DE PROYECTO DE TESIS**

A quien corresponda:

Yo, **José Agustín Medina Aliaga**, en calidad de Director de la Institución Educativa "Ricardo Palma", por medio de la presente **autorizo** a **Evert Eli Abanto Rojas** con **DNI: 75492944**, Bachiller en Educación de la Especialidad de Matemática e Informática de la Universidad Nacional de Cajamarca, a realizar su Proyecto de Tesis, titulado, "Aplicación del Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca, 2024".

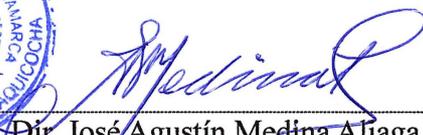
Reconozco el esfuerzo y dedicación reflejados en su propuesta. Le animo a seguir trabajando con dedicación, cumpliendo con los lineamientos académicos de nuestra institución y manteniendo una coordinación efectiva con la comunidad educativa a lo largo del desarrollo del proyecto.

Como institución agradecemos su atención y disposición para facilitar el desarrollo académico de nuestros estudiantes.

Chaquicocha, 03 de septiembre de 2024

Atentamente,



  
Dir. José Agustín Medina Aliaga  
I.E. "Ricardo Palma"

## APÉNDICE 05: RESULTADOS

### Análisis de confiabilidad de Instrumentos

Alfa de Cronbach para el instrumento Pre test (prueba piloto)

PRE TEST								
ENCUESTADOS	ítem 01	ítem 02	ítem 03	ítem 04	ítem 05	ítem 06	ítem 07	ítem 08
1	3	2	2	2	2	2	3	2
2	2	2	3	2	2	2	2	3
3	2	2	2	3	2	2	2	2
4	2	1	2	2	1	1	3	2
5	3	2	3	2	2	2	2	3
6	2	2	3	2	2	2	4	4
7	3	1	2	1	1	1	2	2
8	2	1	2	1	1	1	2	2
9	2	2	2	2	2	2	2	2
10	1	2	2	1	1	1	2	2

### Resumen de procesamiento de casos

		N	%
Casos	Válido	10	100,0
	Excluido <sup>a</sup>	0	,0
	Total	10	100,0

a. La eliminación por lista se basa en todas las variables del procedimiento.

### Estadísticas de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,818	8

### Estadísticas de total de elemento

	Media de escala si el elemento se ha suprimido	Varianza de escala si el elemento se ha suprimido	Correlación total de elementos corregida	Alfa de Cronbach si el elemento se ha suprimido
ÍTEM01	13,8000	8,844	,142	,853
ÍTEM02	14,3000	8,011	,561	,796
ÍTEM03	13,7000	7,789	,651	,786
ÍTEM04	14,2000	7,511	,538	,797
ÍTEM05	14,4000	7,156	,853	,757
ÍTEM06	14,4000	7,156	,853	,757
ÍTEM07	13,6000	8,044	,314	,835
ÍTEM08	13,6000	6,933	,640	,782

Alfa de Cronbach para el instrumento Post test (prueba piloto)

POST TEST								
ENCUESTADOS	ítem 01	Ítem 02	ítem 03	ítem 04	ítem 05	ítem 06	ítem 07	ítem 08
1	2	1	2	2	2	2	2	2
2	3	2	3	2	2	2	2	3
3	3	3	3	3	3	1	2	2
4	2	3	3	3	2	2	3	3
5	3	3	3	3	3	1	2	2
6	2	3	3	3	2	2	3	3
7	3	2	3	3	3	3	2	3
8	2	1	2	1	1	1	2	2
9	2	2	3	3	3	2	2	3
10	1	2	2	2	2	1	1	1

**Resumen de procesamiento de casos**

		N	%
Casos	Válido	10	100,0
	Excluido <sup>a</sup>	0	,0
	Total	10	100,0

a. La eliminación por lista se basa en todas las variables del procedimiento.

**Estadísticas de fiabilidad**

Alfa de Cronbach	N de elementos
,858	8

**Estadísticas de total de elemento**

	Media de escala si el elemento se ha suprimido	Varianza de escala si el elemento se ha suprimido	Correlación total de elementos corregida	Alfa de Cronbach si el elemento se ha suprimido
ÍTEM01	15,9000	11,433	,501	,853
ÍTEM02	16,0000	10,667	,561	,848
ÍTEM03	15,5000	10,944	,939	,815
ÍTEM04	15,7000	10,011	,819	,813
ÍTEM05	15,9000	11,211	,556	,846
ÍTEM06	16,5000	11,833	,407	,863
ÍTEM07	16,1000	11,878	,505	,851
ÍTEM08	15,8000	10,622	,673	,832

## Resultados de los estudiantes en el Pre test

PRE - TEST														
VARIABLE DEPENDIENTE: APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA														
No	ESTUDIANTES	TRADUCE			COMUNICA			USA ESTRATEGIAS			ARGUMENTA			SUMA
		ítem 1	ítem 2	suma	ítem 3	ítem 4	suma	ítem 5	ítem 6	suma	ítem 7	ítem 8	suma	
1	ABANTO ABANTO Veronica Sindy	2	1	3	3	2	5	1	2	3	3	3	6	17
2	ANGULO LLARO Jhonmy Roxana	2	1	3	2	1	3	1	1	2	2	3	5	13
3	ANGULO RUIZ Maycol Jhoel	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	3	9
4	ANTICONA BIBIANO Yessica Marisol	3	1	4	2	1	3	1	1	2	2	1	3	12
5	ARANA POLO Lili Yohana	3	3	6	2	1	3	1	1	2	3	3	6	17
6	BRICEÑO CRUZ Milagritos Jubely	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	8
7	CASTILLO DE LA CRUZ Josue Samuel	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	3	9
8	CRISOLOGO RIOS Yesenia Mayli	3	1	4	3	3	6	1	2	3	2	2	4	17
9	CUBA GAMBOA Katia Jimena	3	1	4	3	3	6	1	2	3	1	3	4	17
10	CUBAS ABANTO Nahomi Jhamilet Lolita	1	1	2	2	1	3	2	1	3	1	2	3	11
11	CUENCA GAMBOA Jhajaira Jhamileth	3	1	4	2	1	3	1	1	2	3	3	6	15
12	ESCORZA COTRINA Dayana Suley	1	1	2	2	1	3	1	1	2	2	1	3	10
13	GARRIDO RAMIREZ Jhoana Maylin	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	3	9
14	GORMAS ROMERO Clinton Ruben	4	1	5	1	1	2	1	2	3	2	3	5	15
15	HUAYAN POLO Maryori Anadin	3	1	4	3	2	5	1	2	3	2	1	3	15
16	MARCELO ACOSTA Angel Leonel	3	2	5	2	1	3	1	1	2	2	2	4	14
17	PAREDES FASABI Miguel Angel	3	2	5	2	2	4	2	1	3	3	2	5	17
18	QUIROZ TAPIA Abdías Nahum	3	3	6	2	2	4	2	3	5	3	3	6	21
19	QUISPE POLO Jheyson Smith	2	2	4	2	2	4	2	1	3	3	2	5	16
20	RAMIREZ ACOSTA Mary Liseth	3	1	4	1	1	2	1	1	2	2	2	4	12
21	RODRIGUEZ CERNA Jhoyner Josue	3	2	5	2	3	5	1	3	4	2	2	4	18
22	RODRIGUEZ CERNA Marlon Aldair	3	1	4	3	1	4	1	2	3	2	2	4	15
23	RORIGUEZ RORIGUEZ Karin Yoselin	3	1	4	1	1	2	1	1	2	2	1	3	11
24	SALDAÑA VARGAS Diego Yandel	1	3	4	1	1	2	1	2	3	3	4	7	16
25	SILVA ABANTO Kedin Brando	1	1	2	1	1	2	1	1	2	3	3	6	12
26	TRINIDAD BLAS Diana Marisol	3	2	5	3	2	5	2	3	5	2	2	4	19
27	VARGAS RUIZ Ronaldinho Rodrigo	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	8
28	VASQUEZ GARCIA Angel Jharen	3	2	5	2	2	4	1	1	2	3	4	7	18

## Resultados de los estudiantes en el Post test

POST - TEST														
VARIABLE DEPENDIENTE: APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA														
No	ESTUDIANTES	TRADUCE			COMUNICA			USA ESTRATEGIAS			ARGUMENTA			SUMA
		ítem 1	ítem 2	suma	ítem 3	ítem 4	suma	ítem 5	ítem 6	suma	ítem 7	ítem 8	suma	
1	ABANTO ABANTO Veronica Sindy	4	5	9	4	3	7	4	4	8	4	4	8	32
2	ANGULO LLARO Jhonmy Roxana	3	5	8	3	4	7	5	3	8	3	3	6	29
3	ANGULO RUIZ Maycol Jhoel	4	3	7	1	3	4	4	4	8	3	3	6	25
4	ANTICONA BIBIANO Yessica Marisol	3	3	6	4	5	9	4	4	8	3	3	6	29
5	ARANA POLO Lili Yohana	4	4	8	4	3	7	5	4	9	5	4	9	33
6	BRICEÑO CRUZ Milagritos Jubely	3	3	6	5	3	8	5	4	9	3	3	6	29
7	CASTILLO DE LA CRUZ Josue Samuel	4	5	9	5	4	9	5	3	8	3	4	7	33
8	CRISOLOGO RIOS Yesenia Mayli	5	5	10	3	5	8	5	4	9	2	4	6	33
9	CUBA GAMBOA Katia Jimena	5	5	10	3	5	8	5	5	10	4	4	8	36
10	CUBAS ABANTO Nahomi Jhamilet Lolita	4	4	8	5	3	8	5	4	9	4	4	8	33
11	CUENCA GAMBOA Jhajaira Jhamileth	4	5	9	3	1	4	5	4	9	4	5	9	31
12	ESCORZA COTRINA Dayana Suley	2	3	5	3	3	6	4	4	8	3	3	6	25
13	GARRIDO RAMIREZ Jhoana Maylin	4	4	8	5	5	10	5	1	6	5	4	9	33
14	GORMAS ROMERO Clinton Ruben	4	5	9	5	5	10	5	4	9	4	5	9	37
15	HUAYAN POLO Maryori Anadin	4	5	9	3	2	5	5	4	9	4	4	8	31
16	MARCELO ACOSTA Angel Leonel	3	5	8	3	3	6	5	3	8	3	4	7	29
17	PAREDES FASABI Miguel Angel	4	5	9	4	5	9	3	3	6	3	4	7	31
18	QUIROZ TAPIA Abdías Nahum	4	5	9	5	5	10	4	4	8	4	4	8	35
19	QUISPE POLO Jheyson Smith	4	5	9	3	4	7	4	4	8	5	4	9	33
20	RAMIREZ ACOSTA Mary Liseth	5	5	10	3	5	8	5	3	8	3	4	7	33
21	RODRIGUEZ CERNA Jhoyner Josue	4	4	8	3	4	7	5	5	10	3	4	7	32
22	RODRIGUEZ CERNA Marlon Aldair	4	3	7	4	5	9	5	4	9	3	3	6	31
23	RORIGUEZ RORIGUEZ Karin Yoselin	4	5	9	4	1	5	5	4	9	4	4	8	31
24	SALDAÑA VARGAS Diego Yandel	4	5	9	1	4	5	4	4	8	4	4	8	30
25	SILVA ABANTO Kedin Brando	1	3	4	4	5	9	5	3	8	4	4	8	29
26	TRINIDAD BLAS Diana Marisol	5	5	10	5	5	10	5	4	9	5	4	9	38
27	VARGAS RUIZ Ronaldinho Rodrigo	3	4	7	3	3	6	4	3	7	3	2	5	25
28	VASQUEZ GARCIA Angel Jharen	5	5	10	5	5	10	4	5	9	5	5	10	39

## Resultados de los estudiantes en la Ficha de Observación Sistemática

FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA													
VARIABLE INDEPENDIENTE: APLICACIÓN DEL SOFTWARE EDUCATIVO GEOGEBRA													
N°	ESTUDIANTE	DIMENSIÓN 1: Vista algebraica					DIMENSIÓN 2: Vista gráfica						
		I1	I2	I3	I4	SUMA	I5	I6	I7	I8	I9	I10	SUMA
1	ABANTO ABANTO Veronica Sindy	4	4	4	4	16	4	4	4	3	3	4	22
2	ANGULO LLARO Jhonmy Roxana	4	4	4	4	16	4	4	4	4	4	4	24
3	ANGULO RUIZ Maycol Jhoel	3	3	2	3	11	4	4	4	4	4	4	24
4	ANTICONA BIBIANO Yessica Marisol	4	4	3	3	14	4	4	4	4	4	4	24
5	ARANA POLO Lili Yohana	4	4	4	4	16	4	4	4	4	3	4	23
6	BRICEÑO CRUZ Milagritos Jubely	3	4	4	4	15	3	4	4	4	4	3	22
7	CASTILLO DE LA CRUZ Josue Samuel	4	3	4	4	15	4	4	4	4	4	4	24
8	CRISOLOGO RIOS Yesenia Mayli	4	3	4	4	15	4	4	4	4	4	4	24
9	CUBA GAMBOA Katia Jimena	4	4	4	4	16	3	3	3	3	4	4	20
10	CUBAS ABANTO Nahomi Jhamilet Lolita	4	3	4	4	15	4	3	4	4	3	4	22
11	CUENCA GAMBOA Jhajaira Jhamileth	3	4	4	4	15	4	3	3	3	4	3	20
12	ESCORZA COTRINA Dayana Suley	3	3	2	2	10	4	3	3	4	3	4	21
13	GARRIDO RAMIREZ Jhoana Maylin	4	3	4	4	15	4	3	4	4	4	4	23
14	GORMAS ROMERO Clinton Ruben	4	4	4	4	16	4	3	4	4	4	4	23
15	HUAYAN POLO Maryori Anadin	4	3	4	4	15	4	3	4	3	3	4	21
16	MARCELO ACOSTA Angel Leonel	4	3	4	4	15	4	4	4	3	4	3	22
17	PAREDES FASABI Miguel Angel	3	4	3	3	13	4	4	4	3	3	4	22
18	QUIROZ TAPIA Abdías Nahum	4	4	4	4	16	4	3	4	4	4	4	23
19	QUISPE POLO Jheyson Smith	4	4	3	3	14	4	3	4	4	4	4	23
20	RAMIREZ ACOSTA Mary Liseth	4	4	4	3	15	4	3	4	2	3	4	20
21	RODRIGUEZ CERNA Jhoyner Josue	3	4	3	3	13	4	4	4	3	3	4	22
22	RODRIGUEZ CERNA Marlon Aldair	4	4	4	4	16	4	3	4	3	3	4	21
23	RORIGUEZ RORIGUEZ Karin Yoselin	4	3	4	4	15	3	3	4	3	3	4	20
24	SALDAÑA VARGAS Diego Yandel	4	4	4	3	15	4	3	4	3	3	4	21
25	SILVA ABANTO Kedin Brando	3	3	3	3	12	3	3	4	4	4	3	21
26	TRINIDAD BLAS Diana Marisol	4	4	4	4	16	4	4	4	3	4	4	23
27	VARGAS RUIZ Ronaldinho Rodrigo	3	3	2	2	10	4	3	3	4	3	3	20
28	VASQUEZ GARCIA Angel Jharen	4	4	4	4	16	4	4	4	4	4	4	24

## APÉNDICE 06: MATRIZ DE CONSISTENCIA

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	TÉCNICAS / INSTRUMENTOS	METODOLOGÍA
<p>Problema general:</p> <p>¿Cuál es la influencia de la aplicación del Software GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en estudiantes de cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024?</p> <p>Problemas derivados:</p> <p><b>P1</b> ¿Cuál es el nivel de logro de aprendizaje de la función cuadrática,</p>	<p>Objetivo general:</p> <p>Determinar la influencia de la aplicación del Software GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024.</p> <p>Objetivos específicos:</p> <p><b>O1</b> Identificar el nivel de logro de aprendizaje, de la función</p>	<p>Hipótesis general:</p> <p>Existe una influencia positiva del Software GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024.</p> <p>Hipótesis específicas:</p> <p><b>H1</b> El nivel de logro en el aprendizaje de la función cuadrática, en</p>	<p style="text-align: center;"><b>Variable independiente</b></p> <p style="text-align: center;">Software Educativo GeoGebra</p>	<p>Vista Algebraica</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Define la función cuadrática empleando la Barra de Entrada.</li> <li>• Muestra u oculta los elementos presentes de la gráfica en su representación algebraica.</li> <li>• Define el eje de simetría (primera coordenada del vértice) haciendo uso de la barra de entrada.</li> <li>• Define la segunda coordenada del vértice en la barra de entrada.</li> </ul>	<p>Observación / Ficha de observación sistemática</p>	<p><b>Tipo de investigación:</b></p> <p>Aplicada</p> <p><b>Enfoque:</b></p> <p>Cuantitativo</p> <p><b>Diseño:</b></p> <p>pre experimental</p> <p><b>GE: O<sub>1</sub> --- X --- O<sub>2</sub></b></p> <p><b>Donde:</b></p> <p>GE: Grupo de sujetos (Grupo Experimental).</p> <p>X: Variable independiente (Tratamiento)</p> <p>O<sub>1</sub>: Pre test (Medición previa).</p> <p>O<sub>2</sub>: Post test (Medición posterior).</p>
				<p>Vista Gráfica</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Logra generar deslizadores utilizando la barra de herramientas.</li> <li>• Crea texto haciendo uso de la barra de herramientas.</li> <li>• Vincula los deslizadores logrando generar un texto dinámico de la función cuadrática.</li> </ul>		

<p>antes de aplicar el Software Educativo GeoGebra en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024?</p>	<p>cuadrática antes de aplicar el Software Educativo GeoGebra en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024.</p>	<p>los estudiantes de cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024, es Previo al Inicio e Inicio.</p>			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Obtiene el valor del discriminante de forma automatizada de acuerdo a los valores de la función.</li> <li>• Ubica el vértice e interceptos de la función utilizando barra de herramientas y el comando intersección</li> <li>• Explora la gráfica al arrastrar los deslizadores.</li> </ul>		
<p><b>P2</b> ¿La aplicación del Software Educativo GeoGebra, en base a los resultados del Pre test, influirá en el aprendizaje de función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”,</p>	<p><b>O2</b> Aplicar el Software Educativo GeoGebra, en base a los resultados del Pre test, para que influya en el aprendizaje de función cuadrática, en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”,</p>	<p><b>H2</b> La aplicación del Software Educativo GeoGebra, conforme a los resultados del Pre test, mejorará el aprendizaje de función cuadrática, en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba –</p>	<p><b>Variable dependiente</b></p> <p>Aprendizaje de la función cuadrática.</p>	<p>Traduce</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece relaciones entre magnitudes, y las transforma a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas.</li> <li>• Evalúa estas expresiones algebraicas o gráficas y determina cual represento mejor las condiciones del problema.</li> </ul>	<p>Prueba cognoscitiva / Prueba escrita</p>	
				<p>Comunica</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares, simbólicas y con</li> </ul>		

<p>Cajabamba – Cajamarca, 2024?</p> <p><b>P3</b> ¿Cuál es el nivel de aprendizaje, con respecto a la función cuadrática, luego de haber aplicado el Software GeoGebra en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024?</p>	<p>Cajabamba – Cajamarca, 2024.</p> <p><b>O3</b> Establecer el nivel de aprendizaje, con respecto a la función cuadrática, luego de haber aplicado el Software GeoGebra en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024.</p>	<p>Cajamarca, 2024.</p> <p><b>H3</b> El nivel de aprendizaje, con respecto a la función cuadrática, luego de haber aplicado el Software GeoGebra en estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa “Ricardo Palma”, Cajabamba – Cajamarca, 2024, es Logro Esperado y Logro Destacado..</p>			<p>lenguaje algebraico, su comprensión sobre la solución o soluciones de una ecuación cuadrática, para interpretar un problema en su contexto.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico la relación entre la variación de los coeficientes, dominio, rango, el comportamiento gráfico de una función cuadrática, sus valores máximos, mínimos e interceptos, su eje de simetría, vértice y orientación, para interpretar un problema en su contexto.</li> </ul>		
				<p>Usa estrategias</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos, y propiedades algebraicas para simplificar o transformar</li> </ul>		

					<p>expresiones algebraicas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Combina y adapta estrategias heurísticas para graficar funciones cuadráticas.</li> </ul>		
				Argumenta	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática.</li> <li>• Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante propiedades matemáticas o razonamiento inductivo y deductivo.</li> </ul>		

## APÉNDICE 07: SESIONES DE APRENDIZAJE

### PLAN DE SESIÓN DE APRENDIZAJE No 1

**TÍTULO DE LA SESIÓN:** Construimos aprendizajes sobre funciones cuadráticas: El arte de la parábola.

#### I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : “Ricardo Palma”
- 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
- 1.3. GRADO : Cuarto
- 1.4. SECCIÓN : Única
- 1.5. DURACIÓN : 45 minutos
- 1.6. FECHA : 27/09/2024
- 1.7. RESPONSABLE : Bach. Evert Eli Abanto Rojas

#### II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE:

Competencia	Capacidad	Desempeño	Instrumento de Evaluación
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre magnitudes, y las transforma a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas.	PRUEBA ESCRITA
Evidencias de Aprendizaje	Ficha N° 2 del cuaderno de trabajo Matemática 4°.		

#### III. ENFOQUE TRANSVERSAL

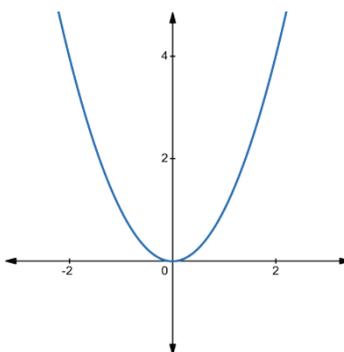
Enfoque transversal	valores	actitudes
Enfoque ambiental.	Solidaridad planetaria y equidad intergeneracional.	Disposición para colaborar con el bienestar y la calidad de vida de las generaciones presentes y futuras, así como con la naturaleza asumiendo el cuidado del planeta.

#### IV. SECUENCIA DIDÁCTICA:

##### INICIO (10 minutos)

RECUPERACIÓN DE SABERES: (Motivación)

- ✓ El bachiller saluda a los estudiantes y establece el diálogo de respeto hacia ellos.
- ✓ Se dirige a los estudiantes por su nombre.
- ✓ Les propone participar en la elaboración de los acuerdos de convivencia (3 acuerdos de convivencia)
- ✓ El bachiller proyecta en la pizarra una gráfica y solicita a cada estudiante a participar en ella.



Luego se plantea las siguientes preguntas:

- ¿Qué se observa en la pizarra?
- ¿Qué nombre tiene la recta horizontal y vertical?
- ¿Qué conjunto de números existe en las rectas  $x$  e  $y$ ?
- ¿Qué nombre tiene el trazo de color azul en el plano cartesiano?

El bachiller anota en la pizarra las ideas fuerza de cada intervención resaltando la importancia del respeto que debe existir entre ellos.

#### GENERACIÓN DE CONFLICTO COGNITIVO

El bachiller manifiesta “Si se tiene una ecuación cuadrática como  $y = x^2$ , ¿Cuál es la variable que depende de la otra?”

#### DESARROLLO (30 minutos)

#### PROPÓSITO:

- *Establecer relaciones entre magnitudes, y transformarlas a expresiones algebraicas o gráficas que incluyan funciones cuadráticas.*

#### ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES

- Luego se construye el aprendizaje sobre función cuadrática a través de la teoría, con ayuda del Software Educativo GeoGebra.

#### FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Son aquellas que tienen la forma general  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ;  $a \neq 0$ ;  $a, b$  y  $c$ , son constantes; esta ecuación corresponde a parábolas que tienen como Dominio a  $\mathbb{R}$ , con vértice  $V = (h; k)$ .

#### VARIABLES:

$x$ : *Variable independiente*  
 $y$ : *Variable dependiente*

#### TÉRMINOS:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

Donde:

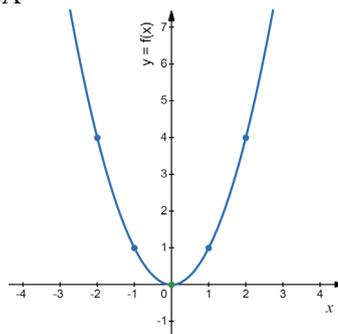
- $ax^2$ : *es el término cuadrático*
- $bx$ : *es el término lineal*
- $c$ : *es el término independiente o constante*

REPRESENTACIÓN TABULAR: Se halla asignando valores a  $x$  y reemplazando en  $f(x)$ .

Ejemplo: Dada la función cuadrática  $f(x) = x^2$ .

$x$	$f(x)$
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

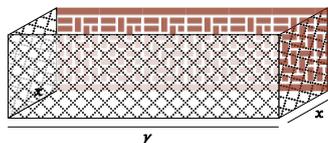
#### REPRESENTACIÓN GRÁFICA



- Luego se presenta la siguiente actividad:

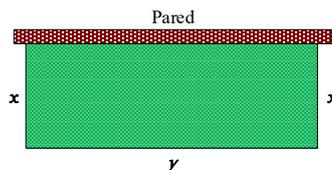
“Malla para cercar”

Lucia tiene 12 metros de malla para cercar un corral de forma rectangular para sus pavos. Si uno de los lados coincide con una pared, establece relaciones entre las magnitudes con respecto al área y da respuesta a las siguientes preguntas ¿cuáles son las variables y qué representa la relación entre las variables?



**RESOLUCIÓN:**

Del dato y del gráfico se tiene:



$$\begin{aligned}x + y + x &= 12 \\y + 2x &= 12 \\y &= -2x + 12\end{aligned}$$

Se sabe que:

Área del corral es:  $A = \text{ancho} * \text{largo}$

$\text{ancho} = x$

$\text{largo} = -2x + 12$

La expresión algebraica para calcular el área es:

$$\begin{aligned}A(x) &= x(-2x + 12) \\A(x) &= -2x^2 + 12x\end{aligned}$$

- Se reconoce que:

- Variable independiente: ancho del terreno ( $x$ )
- Variable dependiente: área del terreno  $A(x)$

- La relación de estas dos variables está representada por la siguiente función cuadrática:

$$A(x) = -2x^2 + 12x$$

- Luego Solicita formar parejas de trabajo y responder las preguntas de la situación significativa “Entradas al teatro” de la Ficha N° 2 del cuaderno de trabajo Matemática 4°.

MIENTRAS TANTO:

- El bachiller monitorea el avance y acompaña el aprendizaje de las y los estudiantes.
- Se despejan las dudas e inquietudes de cada estudiante proponiendo preguntas y repreguntas en búsqueda del logro de aprendizaje.
- El bachiller traslada las inquietudes a los demás participantes de la sesión, buscando dar participación con sus respuestas.

**CIERRE (5 minutos)**

**EVALUACIÓN**

Para consolidar el aprendizaje, y verificar si el propósito es logrado, el bachiller pregunta a los estudiantes ¿Qué estrategias utilizaste para determinar la variable dependiente e independiente?

**METACOGNICIÓN** (reflexión de lo aprendido)

¿Cómo te sentiste realizar el trabajo en equipo? ¿Cómo puedes aplicar lo aprendido en la vida diaria? ¿Qué fue lo más difícil del trabajo realizado y como lo superaste?

**EXTENSIÓN**

Investigar con que otros nombres se les conoce a los ejes del plano cartesiano

## V. EVALUACIÓN

CRITERIOS DE EVALUACIÓN/indicadores	EVIDENCIAS	INSTRUMENTO
Establece relaciones entre magnitudes, y las transforma a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas.	Ficha N°2 del cuaderno de trabajo	PRUEBA ESCRITA

**PLAN DE SESIÓN DE APRENDIZAJE No 2**  
**TÍTULO DE LA SESIÓN: Vértice y eje de simetría en funciones cuadráticas**

**I. DATOS INFORMATIVOS:**

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : “Ricardo Palma”
- 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
- 1.3. GRADO : Cuarto
- 1.4. SECCIÓN : Única
- 1.5. DURACIÓN : 45 minutos
- 1.6. FECHA : 27/09/2024
- 1.7. RESPONSABLE : Bach. Evert Eli Abanto Rojas

**II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE:**

Competencia	Capacidades	Desempeños	Instrumento de Evaluación
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Evalúa expresiones algebraicas o gráficas y determina cual representa mejor las condiciones del problema.	PRUEBA ESCRITA Y FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA
<b>Evidencias de Aprendizaje</b>	Ficha N° 2 del cuaderno de trabajo Matemática 4°.		

**III. ENFOQUE TRANSVERSAL**

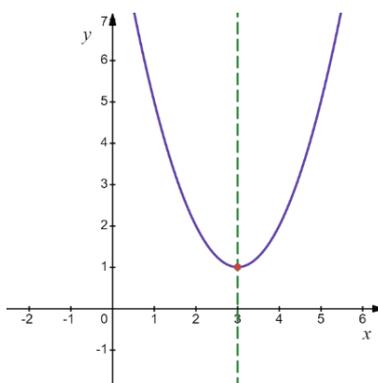
Enfoque transversal	valores	actitudes
Enfoque ambiental.	Justicia y solidaridad	Disposición a evaluar los impactos y costos ambientales de las acciones y actividades cotidianas, y a actuar en beneficio de todas las personas, así como de los sistemas, instituciones y medios compartidos de los que todos dependemos.

**IV. SECUENCIA DIDÁCTICA:**

**INICIO (10 minutos)**

RECUPERACIÓN DE SABERES: (Motivación)

- ✓ El bachiller saluda a los estudiantes y establece el diálogo de respeto hacia ellos.
- ✓ Les propone participar en la elaboración de los acuerdos de convivencia (3 acuerdos de convivencia)
- ✓ El bachiller proyecta en la pizarra una gráfica y solicita a cada estudiante a participar en ella.



Luego se plantea las siguientes preguntas:

- ¿Qué observan en la pizarra?
- ¿Qué representara el punto de color rojo?
- ¿Qué representa la línea punteada de color verde?
- ¿Cómo podremos determinar el vértice y eje de simetría?
- El bachiller anota en la pizarra las ideas fuerza de cada intervención resaltando la importancia del respeto que debe existir entre ellos.

#### GENERACIÓN DE CONFLICTO COGNITIVO

El bachiller manifiesta “¿El eje de simetría no siempre pasa por el valor de  $x$  en el vértice?, teniendo en cuenta que el eje de simetría se halla mediante la fórmula  $x = -\frac{b}{2a}$ ; verifiquen en el aplicativo GeoGebra y argumenten su conclusión.”

El bachiller plantea en la pizarra diferentes expresiones de funciones cuadráticas para que el estudiante determine su eje de simetría.

#### DESARROLLO (30 minutos)

#### PROPÓSITO:

- ***Evalúa expresiones algebraicas o gráficas y determina cual representa mejor las condiciones del problema.***

#### ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES

- Luego se construye el aprendizaje sobre vértice y eje de simetría de una función cuadrática a través de la teoría, con ayuda del Software Educativo GeoGebra.

#### VÉRTICE

Con respecto a la parábola:

$$f(x) = ax^2 + bx + C$$

se le denomina vértice de la parábola a,

$$V = (h; k)$$

$$h = -\frac{b}{2a}; k = \frac{4ac-b^2}{4a} = f(h)$$

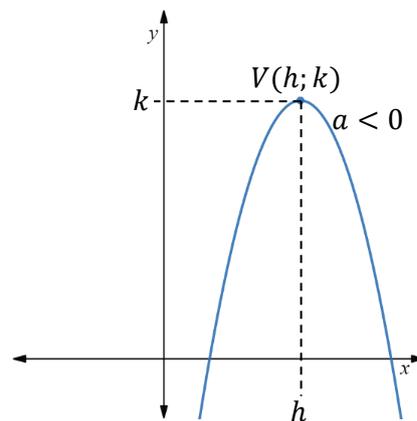
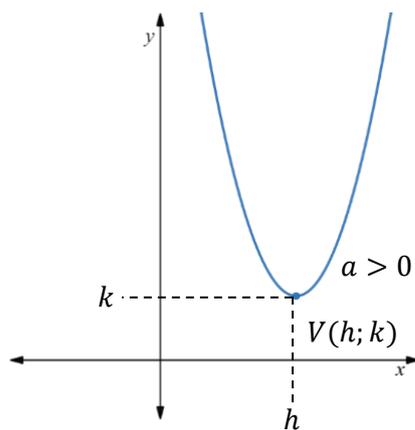
Con respecto a la parábola:

$$f(x) = a(x - h)^2 + k :$$

se le denomina vértice de la parábola a,

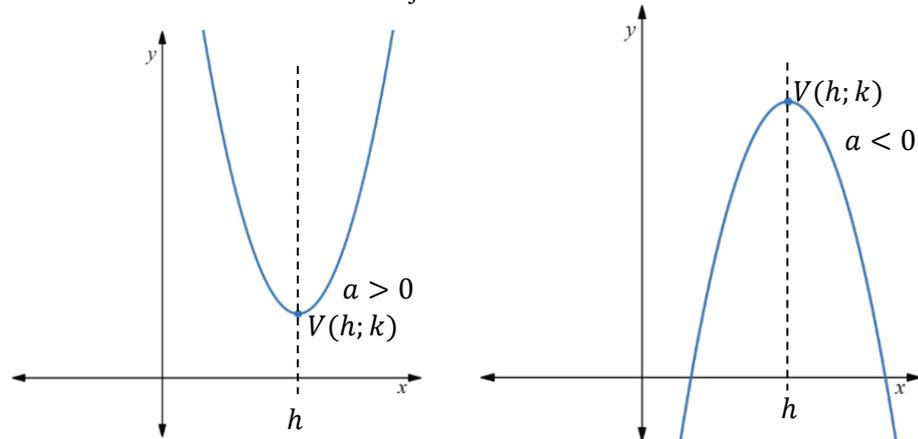
$$V = (h; k)$$

Teniendo así el bosquejo de la función cuadrática:



### EJE SIMETRÍA

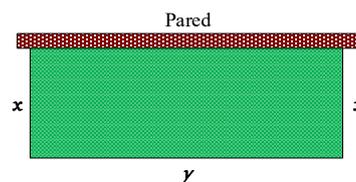
A la recta vertical  $x = h$  se le llama eje de simetría.



- Luego se presenta la siguiente actividad:

“Malla para cercar”

Lucia tiene 12 metros de malla para cercar un corral de forma rectangular para sus pavos. Si uno de los lados coincide con una pared, ¿Para qué valores de  $x$  se tiene la mayor área del terreno?



En la sesión anterior determinamos que la relación de estas dos variables está representada por la siguiente función cuadrática:  $A(x) = -2x^2 + 12x$ , entonces:

La mayor área del terreno será cuando la función cuadrática alcance su punto máximo que es el vértice  $V(h; k)$ , para ello:

$$h = -\frac{b}{2a} \quad ; \quad k = f(h)$$

$$h = -\frac{12}{2(-2)} \quad ; \quad k = f(h)$$

$$h = 3 \quad ; \quad k = 18$$

∴ cuando  $x$  sea igual a 3 metros se tendrá la mayor área del terreno que es  $18 \text{ m}^2$ .

Se verifica el procedimiento aplicando el **Software Educativo GeoGebra**, los pasos están en RECURSO 1.

- Luego Solicita formar parejas de trabajo y responder las preguntas de la situación significativa “A” de la Ficha de Matemática 4.

#### MIENTRAS TANTO:

- El bachiller monitorea el avance y acompaña el aprendizaje de las y los estudiantes.
- Se despejan las dudas e inquietudes de cada grupo proponiendo preguntas y repreguntas en búsqueda del logro de aprendizaje.
- El bachiller traslada las inquietudes a los demás participantes de la sesión, buscando dar participación con sus respuestas.
- El bachiller propicia el diálogo y argumentación, considerando la exposición de su actividad y las dificultades que tuvieron en el desarrollo de esta.
- Seguidamente se invita a exponer las conclusiones a las que cada equipo ha llegado, se propicia el diálogo reflexivo sobre sus argumentos.
- Los estudiantes están atentos a los comentarios, de propuestas de resolución y a los aportes de sus demás compañeros.

<b>CIERRE (5 minutos)</b>
<p><b>EVALUACIÓN</b>          Para consolidar el aprendizaje, y <u>verificar si el propósito es logrado</u>, el bachiller pregunta a los estudiantes ¿Qué representaciones (<b>algebraica; tabular y gráfica</b>) se debe realizar para estar seguro de las condiciones del problema? ¿Qué recurso te fue útil en el desarrollo de la actividad?</p> <p><b>METACOGNICIÓN</b> (reflexión de lo aprendido)          ¿Cómo te sentiste realizar el trabajo en equipo? ¿Cómo puedes aplicar lo aprendido en la vida diaria?          ¿Qué fue lo más difícil del trabajo realizado y como lo superaste?</p> <p><b>EXTENSIÓN</b>          Investigar cuando el Vértice es un punto máximo y un punto mínimo</p>

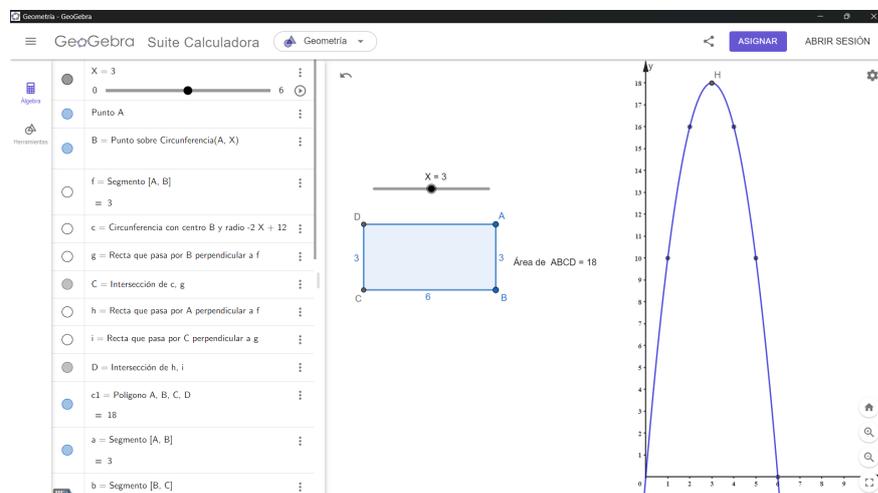
## V. EVALUACIÓN

CRITERIOS DE EVALUACIÓN/indicadores	EVIDENCIAS	INSTRUMENTO
Evalúa estas expresiones algebraicas o gráficas y determina cual represento mejor las condiciones del problema.	Ficha N°2 del cuaderno de trabajo	PRUEBA ESCRITA Y FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA

### RECURSO 1: Aplicación de GeoGebra Sesión de aprendizaje No 2

- Abrir el aplicativo GeoGebra, en la barra de menú seleccionar *Cambiar calculadora* escoger la calculadora de Geometría, es en esta donde se plasmará la situación planteada, para ello, realizar los pasos siguientes:
- Para visualizar El plano cartesiano, seleccionar el icono de *engranaje*, activar *mostrar ejes y cuadrícula visible* en tipo de cuadrícula seleccionar *Cuadrícula mayor y menor* y cerrar la ventana.
- En HERRAMIENTAS, activar todas las pestañas dando clic en *MÁS*, luego en la pestaña Medición, seleccionar la opción *Deslizador* y clic en la Vista Gráfica, aparecerá una ventana en la cual se debe cambiar el nombre *a por X*; en la versión móvil este cambio se hace desde las propiedades del deslizador, a la vez se puede modificar los intervalos: **Min = 0; Máx = 6; Incremento = 1** y pulsar OK.
- En HERRAMIENTAS, en la pestaña Rectas, se creará un lado del rectángulo, para ello, seleccionar *Segmento de Longitud dada*, luego clic en la vista Gráfica, aparecerá una ventana en la cual ingresamos el nombre del deslizador: **X**, luego clic en OK, seguidamente dirigirse a la pestaña Herramientas Básicas, y clic en *Elige y mueve* para poner el segmento de forma vertical ya que este representa el ancho "**x**" del terreno.
- En HERRAMIENTAS, ahora se creará el largo del terreno, en la pestaña Circunferencias, seleccionar *Circunferencia: centro y radio*, luego clic en el punto **B**, he ingresar: **-2X + 12**, luego ok, verificar en la vista algebraica que esta expresión se haya ingresado correctamente en la barra de entrada.
- En Herramientas, en la pestaña Construcción, seleccionar *Perpendicular* y dar clic en el punto **B** y la recta **AB**, seguidamente dirigirse a la pestaña Herramientas Básicas, seleccionar *Punto* y dar clic en la intersección de la recta que se genera y la circunferencia, generando así un punto **C**.
- En Herramientas, se debe generar los demás lados del terreno, en la pestaña Construcción, seleccionamos *Recta Perpendicular*, luego clic en el segmento **AB** y el punto **A**, clic en el segmento **BC** y el punto **C**, ahora dirigirse a la pestaña Herramientas Básicas y seleccionar *Punto*, dar clic en la intersección de las rectas que pasan por los puntos **A y C**, generando así el punto **D**.
- En HERRAMIENTAS, En la pestaña Edición, seleccionar *Mostrar/ocultar objeto*, dar clic en las rectas, en la circunferencia y el segmento **AB**, luego en la pestaña Herramientas Básicas, seleccionar *Elige y Mueve* quedando solo los puntos **A, B, C y D**, si se ocultara el deslizador, dirigirse a la vista algebraica y en la barra de entrada definida se podrá mostrar nuevamente.

- En HERRAMIENTAS, en la pestaña Herramientas Básicas, seleccionar *Polígono*, y dar clic en los puntos **A, B, C, D y A**. Que representa a la forma rectangular del terreno.
- En Herramientas, se plasmará las medidas de sus lados, para ello, dirigirse a la pestaña Medición, y seleccionar *Distancia longitud*, clic en los tres lados del rectángulo en los cuales según la situación se cercará con malla.
- En Herramientas, para calcular el área, dirigirse a la pestaña Medición, seleccionar *Área*, y dar clic en el centro del rectángulo, ahora dirigirse a la pestaña Herramientas Básicas, seleccionar *Elige y Mueve*, para ubicar en mejor posición el resultado del área, también se puede mover todo el polígono desde el punto **A**.
- En Herramientas, en la pestaña Herramientas Básicas, seleccionar, *Punto*, luego clic en el origen del plano cartesiano, generando así el punto **E**, luego en la pestaña Rectas, seleccionar *Segmento de longitud dada*, clic en el punto **E**, se abrirá una ventana en donde ingresaremos el nombre del deslizador: **X**, que presenta el ancho del terreno, generando el segmento  $\overline{EF}$ .
- En Herramientas, en la pestaña Construcción, seleccionar *Perpendicular*, luego clic en el segmento  $\overline{EF}$  y el punto **F**.
- Ahora en La Vista Algebraica, verificar cuál es su etiqueta del área del rectángulo, en este caso es:  $+c1$ .
- En HERRAMIENTAS, en la pestaña Rectas, seleccionar *Segmento de longitud dada*, luego dar clic en el punto **F**, se abrirá una ventana en la cual ingresamos  $+c1$ , generando así el segmento  $\overline{FG}$ .
- En HERRAMIENTAS, en la pestaña Circunferencias, seleccionar *Circunferencia: centro y punto*, clic en los puntos **F y G**. Luego en la pestaña Herramientas Básicas, seleccionar, *Punto* y dar clic en la intersección de la circunferencia con la recta que pasa por el punto **F**, generando así el punto **H**.
- En HERRAMIENTAS, en la pestaña Edición seleccionar *Mostrar/ocultar objetos*, dar clic en los segmentos  $\overline{EF}$  y  $\overline{FG}$  luego en los puntos **E; F; G**, Seguidamente en la circunferencia y finalmente en la recta perpendicular que pasa por el punto **F**; de tal manera que quede solo el punto **H**. Luego en la pestaña Herramientas Básicas seleccionar *Elige y mueve*.
- En la vista gráfica dar clic en el punto **H**, clic en los puntos, luego propiedades y activar la casilla mostrar rastro.
- Para verificar si la gráfica representa el área del terreno; en la vista algebraica, en la última barra de entrada ingresar la función:  $q(x) = -2x^2 + 12x$ , esta grafica debe coincidir con el rastro del punto **H**, ya que ambos representan al Área del terreno.



**PLAN DE SESIÓN DE APRENDIZAJE No 3**

**TÍTULO DE LA SESIÓN:** Métodos para determinar los interceptos de una función cuadrática

**I. DATOS INFORMATIVOS:**

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : “Ricardo Palma”
- 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
- 1.3. GRADO : Cuarto
- 1.4. SECCIÓN : Única
- 1.5. DURACIÓN : 45 minutos
- 1.6. FECHA : 03/10/2024
- 1.7. RESPONSABLE : Bach. Evert Eli Abanto Rojas

**II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE:**

Competencia	Capacidad	Desempeño	Instrumento de Evaluación
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la solución o soluciones de una ecuación cuadrática, para interpretar un problema en su contexto.	PRUEBA ESCRITA / FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA
<b>Evidencias de Aprendizaje</b>	Ficha N° 2 del cuaderno de trabajo Matemática 4°.		

**III. ENFOQUE TRANSVERSAL**

Enfoque transversal	valores	actitudes
Enfoque ambiental.	Respeto a toda forma de vida	Aprecio, valoración y disposición para el cuidado a toda forma de vida sobre la Tierra desde una mirada sistémica y global, revalorando los saberes ancestrales.

**IV. SECUENCIA DIDÁCTICA:**

**(10 minutos)**

RECUPERACIÓN DE SABERES: (Motivación)

- ✓ El bachiller saluda a los estudiantes y establece el diálogo de respeto hacia ellos.
- ✓ Se dirige a los estudiantes por su nombre.
- ✓ Les propone participar en la elaboración de los acuerdos de convivencia (3 acuerdos de convivencia)
- ✓ El bachiller proyecta en la pizarra una gráfica y solicita a cada estudiante a participar en ella.

$f(x) = x^2 - 6x + 5$

Luego se plantea las siguientes preguntas:

- ¿Qué observan en la pizarra?
- ¿Qué representara los puntos de color rojo?
- ¿Cómo podremos determinar las raíces de una ecuación cuadrática?

El bachiller anota en la pizarra las ideas fuerza de cada intervención resaltando la importancia del respeto que debe existir entre ellos.

#### GENERACIÓN DE CONFLICTO COGNITIVO

El bachiller manifiesta “¿El método del aspa simple siempre será aplicable para encontrar los interceptos en una ecuación cuadrática? Resuelvan la ecuación  $x^2 - 5x + 6 = 0$  utilizando el método del aspa simple y verifiquen si se puede aplicar correctamente en este caso. Luego, consideren una ecuación cuadrática diferente, por ejemplo,  $6x^2 + 7x + 2 = 0$ , y expresen si el método del aspa simple funcionaria para encontrar los interceptos en esta situación.

#### DESARROLLO (30 minutos)

##### PROPÓSITO:

- **Expresar, con diversas representaciones gráficas, tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico, la comprensión sobre la solución o soluciones de una ecuación cuadrática, para interpretar un problema en el contexto.**

##### ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES

- Luego se construye el aprendizaje sobre métodos para hallar los interceptos de una función cuadrática y con ayuda del Software Educativo GeoGebra se reforzará los aprendizajes.

##### INTERCEPTO CON EL “eje x”

Para hallar el intercepto de la parábola:  
 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ , con el eje de las abscisas primero se hará lo siguiente:  
Determinar el valor del discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$  y si este es igual o mayor que cero entonces se reemplaza  $y = 0$ .  
 $0 = x^2 + bx + c$

##### MÉTODOS PARA DETERMINAR LAS RAÍCES

###### Aspa simple

Se descomponen los términos extremos en su producto de dos cantidades.  
Se multiplica en aspa para comprobar que la suma resultante de el término central.  
El resultado son dos factores que se toman en forma horizontal.  
Ejemplo:

$$\begin{array}{r} x^2 - 6x + 5 = 0 \\ x \quad \nearrow \quad \searrow \\ x \quad \nearrow \quad \searrow \end{array} \begin{array}{l} -1 \\ -5 \end{array}$$

##### INTERCEPTO CON EL “eje y”

Para hallar el intercepto de la parábola:  
 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ , con el eje de las ordenadas haremos lo siguiente:  
Se reemplaza  $x = 0$ , es decir:  
 $y = f(0) = a(0)^2 + b(0) + c$   
 $y = f(0) = c$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} y &= f(x) = x^2 - 6x + 5 \\ \rightarrow y &= f(0) = (0)^2 + 6(0) + 5 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

La ecuación factorizada queda la siguiente:

$$(x - 1)(x - 5) = 0$$

Igualando a cero cada factor:

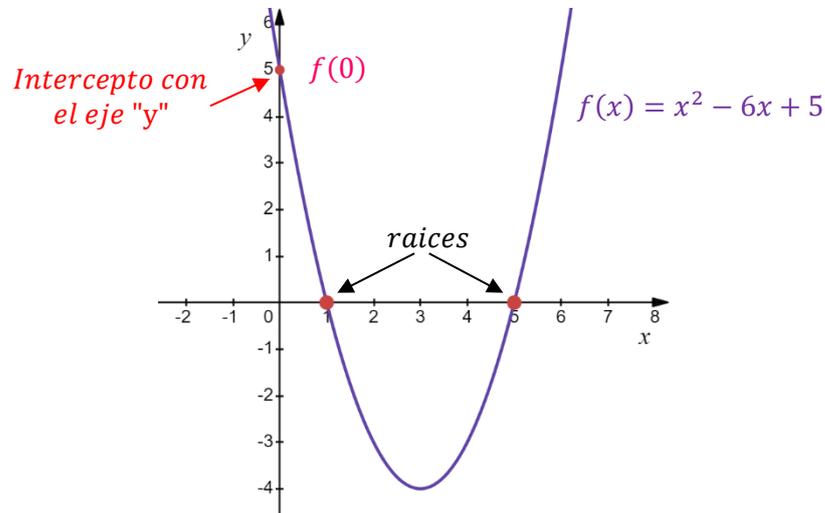
$$\begin{array}{lcl} x - 1 = 0 & \vee & x - 5 = 0 \\ x = 1 & \vee & x = 5 \end{array}$$

### Fórmula General

Dada la función  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ , reemplazando  $y = 0$ , queda la siguiente ecuación cuadrática:  $0 = ax^2 + bx + c$ .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

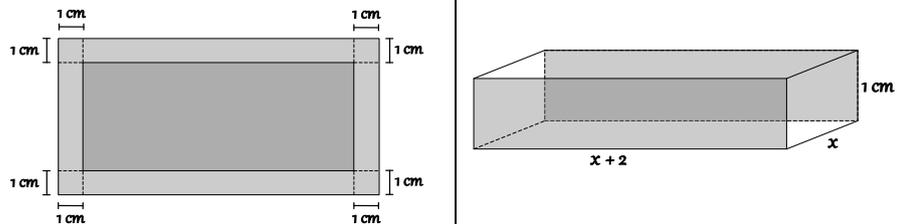
Teniendo así el bosquejo de la función cuadrática:



- Luego se presenta la siguiente actividad:

### “Construyendo una caja”

De las cuatro esquinas de una pieza rectangular de latón, se cortan cuadrados de 1 cm de lado. De esta manera, al doblar los extremos salientes, se obtiene una caja abierta sin tapa, de modo que las medidas de su base difieren en 2 cm. Si la caja resultante presenta  $48 \text{ cm}^3$  de volumen, ¿Qué medidas tiene la pieza original del latón?



Se sabe que el volumen de una caja es:  $V = \text{Largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}$

$$V(x) = (x + 2)(x)(1)$$

$$V(x) = x^2 + 2x$$

Por dato, el volumen es  $48 \text{ cm}^3$ , entonces se reemplaza:

$$48 = x^2 + 2x$$

$$0 = x^2 + 2x - 48$$

Ahora se hallará los valores de  $x$  factorizando la expresión cuadrática por aspa simple

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} x & \nearrow & -6 \\ & \times & \\ x & \searrow & 8 \end{array}$$

$$(x - 6)(x + 8) = 0$$

$$x - 6 = 0 \quad \vee \quad x + 8 = 0$$

$$\boxed{x = 6} \quad \vee \quad x = -8$$

$\therefore$  las medidas de la pieza original del latón son:

$$\text{Largo: } 1 + (x + 2) + 1 = 1 + 6 + 2 + 1 = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Ancho: } 1 + x + 1 = 8 \text{ cm}$$

Se pide verificar en **GeoGebra** si los interceptos o raíces de la parábola son verdaderamente los que se ha determinado. Los pasos están en RECURSO 2.

- Luego Solicita formar parejas de trabajo y responder las preguntas de la situación significativa “B” propuesta en la ficha N° 2 del cuaderno de trabajo de Matemática 4.

MIENTRAS TANTO:

- El bachiller monitorea el avance y acompaña el aprendizaje de las y los estudiantes.
- Se despejan las dudas e inquietudes de cada grupo proponiendo preguntas y repreguntas en búsqueda del logro de aprendizaje.
- El bachiller traslada las inquietudes a los demás participantes de la sesión, buscando dar participación con sus respuestas.
- El bachiller propicia el diálogo y argumentación, considerando la exposición de su actividad y las dificultades que tuvieron en el desarrollo de esta.
- Seguidamente se invita a exponer las conclusiones a las que cada equipo ha llegado, se propicia el diálogo reflexivo sobre sus argumentos.
- Los estudiantes están atentos a los comentarios, de propuestas de resolución y a los aportes de sus demás compañeros.

**CIERRE (5 minutos)**

**EVALUACIÓN**

Para consolidar el aprendizaje, y verificar si el propósito es logrado, el bachiller pregunta a los estudiantes ¿Qué estrategias utilizaste para determinar el los interceptos de una función cuadrática?

¿Qué recurso te fue útil en el desarrollo de la actividad?

**METACOGNICIÓN** (reflexión de lo aprendido)

¿Cómo te sentiste realizar el trabajo en equipo? ¿Cómo puedes aplicar lo aprendido en la vida diaria? ¿Qué fue lo más difícil del trabajo realizado y como lo superaste?

**EXTENSIÓN**

Investigar, cual es el método de PO-SHEN LOH para ecuaciones de segundo grado.

## V. EVALUACIÓN

CRITERIOS DE EVALUACIÓN/indicadores	EVIDENCIAS	INSTRUMENTO
Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la solución o soluciones de una ecuación cuadrática, para interpretar un problema en su contexto.	Ficha N°2 del cuaderno de trabajo	PRUEBA ESCRITA Y FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA

## RECURSO 2: Aplicación de GeoGebra

### SESIÓN DE APRENDIZAJE No 3

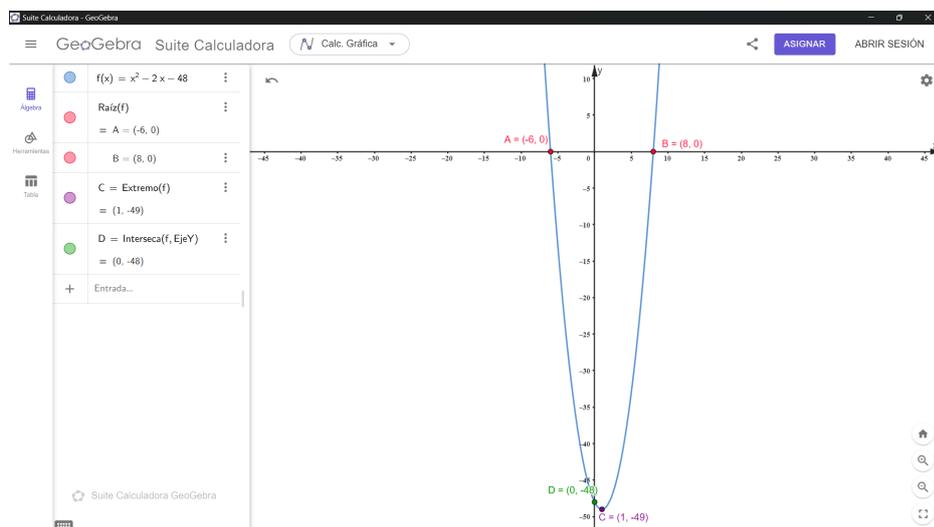
Abrir el aplicativo GeoGebra, en la barra de menú seleccionar *Cambiar calculadora*, escoger *Calculadora gráfica*, es en esta donde se hallará los interceptos; para ello, realizar los pasos siguientes:

En la barra de entrada de la Vista Algebraica, ingresar la función:  $f(x) = x^2 - 2x - 48$ , en la Vista Gráfica se obtendrá la parábola que representa esta función.

En la barra de entrada al frente de donde se ha definido la función cuadrática, se encuentran tres puntos en ellos dar clic, luego seleccionar *Puntos especiales*, se podrá notar en la Vista Algebraica, que nos muestra las raíces, el extremo que vendría a ser el Vértice de la parábola y el Intercepto de la parábola con el eje y.

En la Vista Gráfica se muestran estos puntos, para la **versión escritorio** se hará lo siguiente: presionamos la tecla ctrl, sin soltarlo seleccionar con un clic todos los puntos, luego clic en los tres puntos, seguidamente propiedades, desplegar *Etiqueta Visible* y seleccionar *Nombre y valor*.

Para la **versión móvil**: clic en el punto A, luego clic en los tres puntos, clic en *Rotulo* y seleccionar *Nombre y valor*, repetir estos pasos para los siguientes puntos. Obteniendo así la siguiente gráfica.



## PLAN DE SESIÓN DE APRENDIZAJE No 4

**TÍTULO DE LA SESIÓN:** Determinamos los extremos de una función cuadrática: Máximos y mínimos.

### I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : “Ricardo Palma”
- 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
- 1.3. GRADO : Cuarto
- 1.4. SECCIÓN : Única
- 1.5. DURACIÓN : 45 minutos
- 1.6. FECHA : 03/10/2024
- 1.7. RESPONSABLE : Bach. Evert Eli Abanto Rojas

### II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE:

Competencia	Capacidades	Desempeños	Instrumento de Evaluación
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico la relación entre la variación de los coeficientes, dominio, rango, el comportamiento gráfico de una función cuadrática, sus valores máximos, mínimos e interceptos, su eje de simetría, vértice y orientación, para interpretar un problema en su contexto.	PRUEBA ESCRITA / FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA
<b>Evidencias de Aprendizaje</b>	Ficha N° 2 del cuaderno de trabajo Matemática 4°.		

### III. ENFOQUE TRANSVERSAL

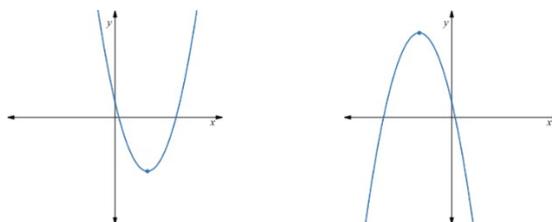
Enfoque transversal	valores	actitudes
Enfoque ambiental.	Solidaridad planetaria y equidad inter generacional.	Disposición para colaborar con el bienestar y la calidad de vida de las generaciones presentes y futuras, así como con la naturaleza asumiendo el cuidado del planeta.

### IV. SECUENCIA DIDÁCTICA:

#### INICIO (10 minutos)

RECUPERACIÓN DE SABERES: (Motivación)

- ✓ El bachiller saluda a los estudiantes y establece el diálogo de respeto hacia ellos.
- ✓ Se dirige a los estudiantes por su nombre.
- ✓ Les propone participar en la elaboración de los acuerdos de convivencia (3 acuerdos de convivencia)
- ✓ El bachiller proyecta en la pizarra las gráficas y solicita a cada estudiante a participar en ella.



Luego se plantea las siguientes preguntas:

- ¿Qué observan en la pizarra?
  - ¿Qué determina si la parábola de una función cuadrática abre hacia arriba o hacia abajo?
  - ¿Cómo afecta el signo de "a" al tipo de extremo (máximo o mínimo)?
  - ¿Cómo encontrar el máximo o mínimo de una función cuadrática sin esbozar la gráfica?
- El bachiller anota en la pizarra las ideas fuerza de cada intervención resaltando la importancia del respeto que debe existir entre ellos.

#### GENERACIÓN DE CONFLICTO COGNITIVO

El bachiller manifiesta "Imaginen que tienen dos funciones cuadráticas:  $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$  y  $g(x) = 2x^2 - 4x + 1$  ¿Cuál de las funciones tiene un máximo o un mínimo?, verifiquen en el aplicativo GeoGebra y argumenten su conclusión."

#### DESARROLLO (30 minutos)

#### PROPÓSITO:

- *Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico la relación entre la variación de los coeficientes, dominio, rango, el comportamiento gráfico de una función cuadrática, sus valores máximos, mínimos e interceptos, su eje de simetría, vértice y orientación, para interpretar un problema en su contexto.*

#### ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES

- Luego se construye el aprendizaje sobre máximos y mínimos a través de la teoría, con ayuda del Software Educativo GeoGebra.

#### EXTREMOS DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

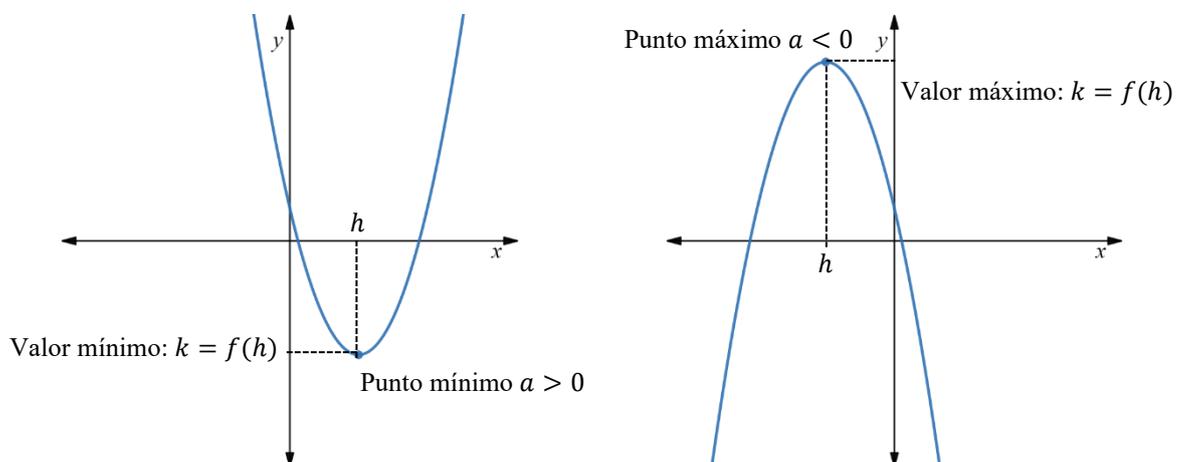
La expresión o gráfica de la parábola  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ , expresada en su forma canónica mediante el método de completar cuadrados como:  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ,  $a \neq 0$ , tienen valores extremos cuando:  $x = h = -\frac{b}{2a}$  y  $k = \frac{4ac - b^2}{4a} = f(h)$ . Por tanto, tiene un valor máximo o mínimo cuando ocurre que:

$$h = -\frac{b}{2a}$$

Y si  $a > 0$ , entonces  $k = f(h)$  es un valor mínimo.

Y si  $a < 0$ , entonces  $k = f(h)$  es un valor máximo.

#### REPRESENTACIÓN GRÁFICA



- Luego se presenta la siguiente actividad:

“Ingresos máximos”

Luis, integrante de una empresa dedicada a empacar y transportar huevos ha proyectado sus ingresos  $I(h)$ , según el número de pedidos ( $h$ ), con la siguiente función:

$$I(h) = -h^2 + 10h + 75, \text{ con } h \geq 0$$

¿Para qué valores de  $h$ , Luis alcanza su máximo ingreso? Sabiendo que una función cuadrática alcanza su máximo o mínimo valor cuando  $h = -\frac{b}{2a}$

RESOLUCIÓN:

El ingreso máximo será cuando la función cuadrática alcance su punto máximo, que vendría a ser el vértice de la parábola,  $V(h; k)$ :

$$h = -\frac{b}{2a} \quad ; \quad k = f(h) = -h^2 + 10h + 75$$

$$h = -\frac{10}{2(-1)} \quad ; \quad k = f(h) = -(5)^2 + 10(5) + 75$$

$$h = 5 \quad ; \quad k = 100$$

∴ cuando  $h$  sea igual a 5 pedidos Luis, obtendrá su ingreso máximo.

Se pide ingresar la función a **GeoGebra** para verificar si el vértice corresponde a **V(5; 100)** e interpretar estos valores en la gráfica.

- Luego Solicita formar parejas de trabajo y responder las preguntas de la situación significativa “C” propuesta en la ficha N° 2 del cuaderno de trabajo de Matemática.

**MIENTRAS TANTO**

- El bachiller monitorea el avance y acompaña el aprendizaje de las y los estudiantes.
- Se despejan las dudas e inquietudes de cada estudiante proponiendo preguntas y repreguntas en búsqueda del logro de aprendizaje.
- El bachiller traslada las inquietudes a los demás participantes de la sesión, buscando dar participación con sus respuestas.
- El bachiller propicia el diálogo y argumentación, considerando la exposición de su actividad y las dificultades que tuvieron en el desarrollo de las actividades y del uso del Software Educativo GeoGebra.
- Seguidamente se invita a exponer las conclusiones a las que cada equipo ha llegado, se propicia el diálogo reflexivo sobre sus argumentos.
- Se realiza una reflexión sobre la importancia del trabajo con **GeoGebra**.

**CIERRE (5 minutos)**

**EVALUACIÓN**

Para consolidar el aprendizaje, y verificar si el propósito es logrado, el bachiller pregunta a los estudiantes ¿Qué estrategias utilizaste para determinar el máximo y mínimo valor de una función cuadrática? ¿Qué recurso te fue útil en el desarrollo de la actividad?

**METACOGNICIÓN (reflexión de lo aprendido)**

¿Cómo te sentiste realizar el trabajo en equipo? ¿Cómo puedes aplicar lo aprendido en la vida diaria?

**EXTENSIÓN**

Investigar si una función cuadrática puede tener más de un extremo.

**V. EVALUACIÓN**

CRITERIOS DE EVALUACIÓN/indicadores	EVIDENCIAS	INSTRUMENTO
Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico la relación entre la variación de los coeficientes, dominio, rango, el comportamiento gráfico de una función cuadrática, sus valores máximos, mínimos e interceptos, su eje de simetría, vértice y orientación, para interpretar un problema en su contexto.	Ficha N°2 del cuaderno de trabajo	PRUEBA ESCRITA Y FICHA DE OBSERVACIÓN

## PLAN DE SESIÓN DE APRENDIZAJE No 5

**TÍTULO DE LA SESIÓN:** Otras representaciones algebraicas de la función cuadrática (en forma canónica y forma de sus raíces)

### I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : “Ricardo Palma”
- 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
- 1.3. GRADO : Cuarto
- 1.4. SECCIÓN : Única
- 1.5. DURACIÓN : 45 minutos
- 1.6. FECHA : 04/10/2024
- 1.7. RESPONSABLE : Bach. Evert Eli Abanto Rojas

### II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE:

Competencia	Capacidades	Desempeños	Instrumento de Evaluación
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Emplea estrategias heurísticas, recursos, y propiedades algebraicas para simplificar o transformar expresiones algebraicas.	PRUEBA ESCRITA
<b>Evidencias de Aprendizaje</b>	Ficha N° 2 del cuaderno de trabajo Matemática 4°.		

### III. ENFOQUE TRANSVERSAL

Enfoque transversal	valores	actitudes
Enfoque ambiental.	Justicia y solidaridad,	Disposición a evaluar los impactos y costos ambientales de las acciones y actividades cotidianas, y a actuar en beneficio de todas las personas, así como de los sistemas, instituciones y medios compartidos de los que todos dependemos.

### IV. SECUENCIA DIDÁCTICA:

(10 minutos)
<p>RECUPERACIÓN DE SABERES: (Motivación)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ El bachiller saluda a los estudiantes y establece el diálogo de respeto hacia ellos.</li> <li>✓ Se dirige a los estudiantes por su nombre.</li> <li>✓ Les propone participar en la elaboración de los acuerdos de convivencia (3 acuerdos de convivencia)</li> <li>✓ El bachiller proyecta en la pizarra las representaciones algebraicas de la función cuadrática, luego, solicita a cada estudiante a participar en ella.</li> </ul> $f(x) = ax^2 + bx + c ; a \neq 0 \quad \vdots \quad f(x) = a(x + h)^2 + k ; a \neq 0 \quad \vdots \quad f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ <p>Luego se plantea las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué se observa en la pizarra?</li> </ul>

- ¿Cómo se podrá transformar una función cuadrática de su forma general a su forma canónica?
- ¿Cómo se podrá transformar una función cuadrática de su forma general a su forma de raíces?
- El bachiller anota en la pizarra las ideas fuerza de cada intervención resaltando la importancia del respeto que debe existir entre ellos.

#### GENERACIÓN DE CONFLICTO COGNITIVO

El bachiller manifiesta “Si la utilidad de una empresa está representada por una función cuadrática ¿Cuál de las formas nos ayudaría a determinarlo más rápido? ¿por qué?”

#### DESARROLLO (30 minutos)

#### PROPÓSITO:

- *Emplea estrategias heurísticas, recursos, y propiedades algebraicas para simplificar o transformar expresiones algebraicas.*

#### ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES

Luego se construye el aprendizaje sobre, otras representaciones algebraicas de la función cuadrática, y se verifica con ayuda del Software Educativo GeoGebra.

Sea:  $y = f(x) = ax^2 + bx + c ; a \neq 0$ , entonces:

#### FUNCIÓN CUADRÁTICA EN SU FORMA CANÓNICA

##### Por el método de completar cuadrados

Si  $a$ , el coeficiente principal del término cuadrático no es igual a 1, dividir la función entre  $a$ .

**Después del término lineal, sumar y restar**, el cuadrado de la mitad del coeficiente del término lineal.

Factorizar el trinomio cuadrado perfecto al cuadrado de un binomio.

Ejemplo:  
 $f(x) = x^2 - 4x + 5$

$$f(x) = x^2 - 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 + 5$$

$$f(x) = (x - 2)^2 + 1$$

Sea:  $y = f(x) = ax^2 + bx + c ; a \neq 0$ , y si el discriminante  $\Delta > 0$  entonces:

#### FUNCIÓN CUADRÁTICA EN FORMA DE LAS RAÍCES

##### Por aspa simple

Se descomponen los términos extremos en su producto de dos cantidades.

Se multiplica en aspa para comprobar que la suma resultante de el término central.

El resultado son dos factores que se toman en forma horizontal.

Ejemplo:

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

$$\begin{array}{cc} x & \uparrow & -1 \\ & \times & \\ x & \downarrow & -5 \end{array}$$

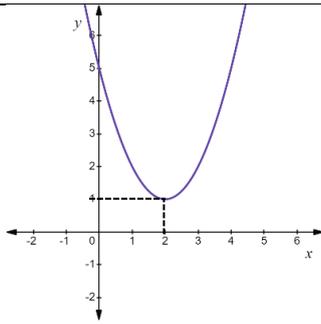
La función factorizada queda la siguiente:

$$f(x) = (x - 1)(x - 5)$$

Igualando a cero cada factor:

$$x - 1 = 0 \quad \vee \quad x - 5 = 0$$

$$x_1 = 1 \quad \vee \quad x_2 = 5$$



Entonces la función cuadrática en su forma canónica es:

$$f(x) = (x - h)^2 + k$$

Se puede concluir, que cuando las raíces son positivas o negativas; estas en su forma factorizada vienen a ser su opuesto aditivo, a la vez, se tiene que multiplicar la factorización por el mismo coeficiente "a".

#### Por fórmula General

Dada la función  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ , reemplazando  $y = 0$ , nos queda la siguiente ecuación cuadrática:  
 $0 = ax^2 + bx + c$ .

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} ; x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Entonces la función cuadrática en forma de las raíces es:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- Luego se presenta la siguiente actividad:

Teniendo la siguiente función cuadrática en su forma general:  $y = f(x) = x^2 + 6x + 7$   
 Deduzca su forma canónica de la función, utilizando el método de completar cuadrados.

#### RESOLUCIÓN

Comprender el problema: La actividad pide que a la función original se lo debe transformar a la forma  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ .

Diseñar una estrategia: Se debe emplear el método de completar cuadrados, que consiste en:

Primero, verificar si "a", el coeficiente principal del término cuadrático no es igual a 1, se debe factorizar el valor de "a" a toda la función.

Segundo, ubicarse después del término lineal para sumar y restar, el cuadrado de la mitad del coeficiente del término lineal.

Finalmente Factorizar el trinomio cuadrado perfecto al cuadrado de un binomio y simplificar.

#### Ejecutar la estrategia

$$y = f(x) = x^2 + 6x + 7$$

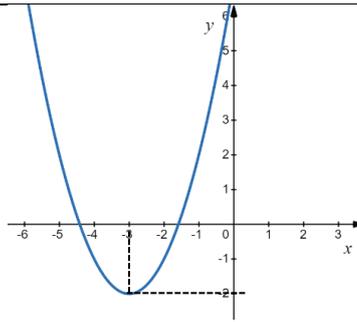
$$f(x) = x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 7$$

$$f(x) = x^2 + 6x + 3^2 - 3^2 + 7$$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 2$$

#### Reflexionar sobre el desarrollo

Bosquejar la función determinada en la pregunta anterior.



Se pide ingresar en **GeoGebra** las funciones:  $y = f(x) = x^2 + 6x + 7$  y  $g(x) = (x + 3)^2 - 2$ , los pasos están en el RECURSO 3.

- Luego se solicita formar parejas de trabajo y responder las 4 primeras preguntas propuesta en la ficha N° 2 del cuaderno de trabajo de Matemática 4.

**MIENTRAS TANTO:**

- El bachiller monitorea el avance y acompaña el aprendizaje de las y los estudiantes.
- Se despejan las dudas e inquietudes de cada grupo proponiendo preguntas y repreguntas en búsqueda del logro de aprendizaje.
- El bachiller traslada las inquietudes a los demás participantes de la sesión, buscando dar participación con sus respuestas.
- El bachiller propicia el diálogo y argumentación, considerando la exposición de su actividad y las dificultades que tuvieron en el desarrollo de esta.
- Seguidamente se invita a exponer las conclusiones a las que cada equipo ha llegado, se propicia el diálogo reflexivo sobre sus argumentos.
- Los estudiantes están atentos a los comentarios, de propuestas de resolución y a los aportes de sus demás compañeros.
- Se realiza una reflexión sobre la importancia del trabajo en grupo ¿Qué acuerdos se pusieron en práctica?

**CIERRE (5 minutos)**

**EVALUACIÓN**

Para consolidar el aprendizaje, y verificar si el propósito es logrado, el bachiller pregunta a los estudiantes ¿Qué estrategias utilizaste para determinar la forma canónica de una función cuadrática? ¿Qué recurso te fue útil en el desarrollo de la actividad?

**METACOGNICIÓN (reflexión de lo aprendido)**

¿Cómo te sentiste realizar el trabajo en equipo? ¿Qué fue lo más difícil del trabajo realizado y como lo superaste?

**EXTENSIÓN**

Investigar en qué casos se debe aplicar fórmula general a ecuaciones cuadráticas.

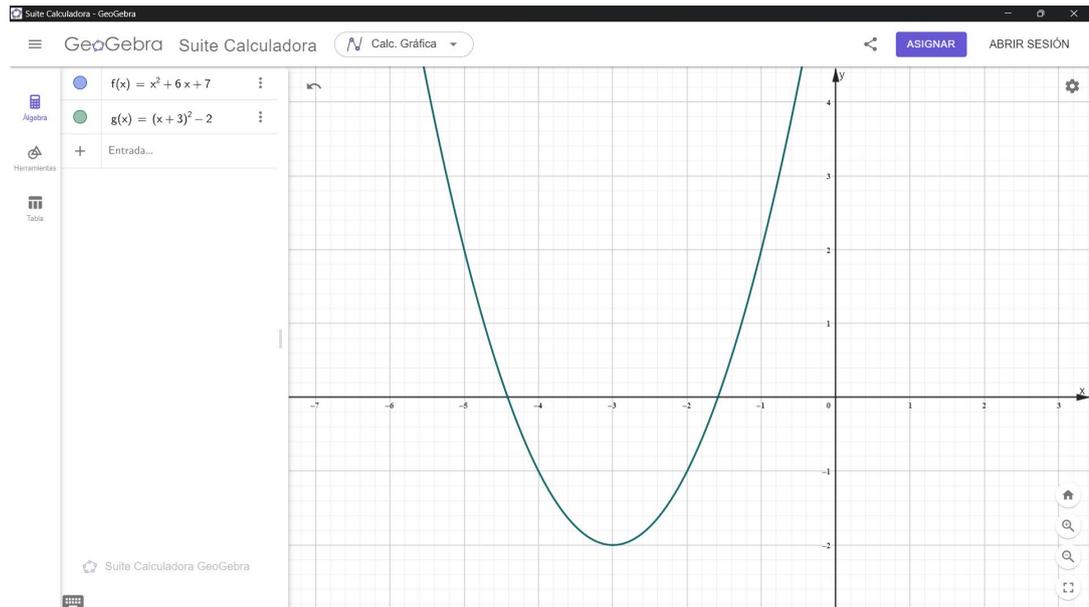
**V. EVALUACIÓN**

CRITERIOS DE EVALUACIÓN/indicadores	EVIDENCIAS	INSTRUMENTO
Emplea estrategias heurísticas, recursos, y propiedades algebraicas para simplificar o transformar expresiones algebraicas.	Ficha N°2 del cuaderno de trabajo	PRUEBA ESCRITA Y FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA

RECURSO 3  
PLAN DE SESIÓN DE APRENDIZAJE No 5

Abrir el aplicativo GeoGebra, en la barra de menú seleccionar *Cambiar calculadora*, escoger *Calculadora gráfica*, es en esta donde se ingresará ambas funciones, para ello, realizar los pasos siguientes:

En la barra de entrada de la Vista Algebraica, ingresar la función:  $f(x) = x^2 + 6x + 7$ , luego la función:  $g(x) = (x + 3)^2 - 2$ , en la Vista Gráfica se podrá visualizar que las parábolas se superponen, lo cual indica que las grafica es la misma, pero con diferente representación algebraica.



En la barra de entrada, a la izquierda de donde se ha definido cada función cuadrática, se encuentran círculos en los cuales se puede activar o desactivar el trazo de la parábola en la vista gráfica.

<input checked="" type="radio"/>	$f(x) = x^2 + 6x + 7$	⋮
<input checked="" type="radio"/>	$g(x) = (x + 3)^2 - 2$	⋮
+	Entrada...	

**PLAN DE SESIÓN DE APRENDIZAJE No 6**  
**TÍTULO DE LA SESIÓN:** Bosquejo de funciones cuadráticas en GeoGebra.

**I. DATOS INFORMATIVOS:**

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : “Ricardo Palma”
- 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
- 1.3. GRADO : Cuarto
- 1.4. SECCIÓN : Única
- 1.5. DURACIÓN : 45 minutos
- 1.6. FECHA : 04/10/2024
- 1.7. RESPONSABLE : Bach. Evert Eli Abanto Rojas

**II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE:**

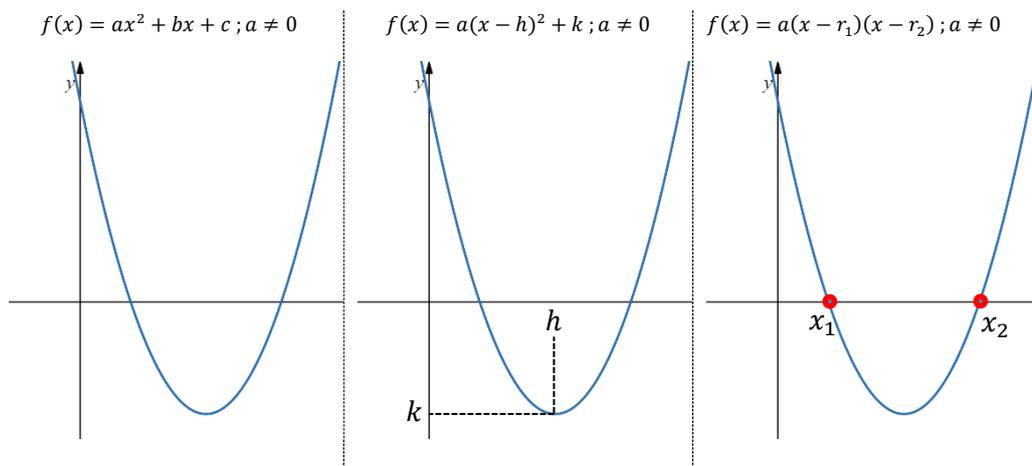
Competencia	Capacidades	Desempeño	Instrumento de Evaluación
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina y adapta estrategias heurísticas para graficar funciones cuadráticas.	PRUEBA ESCRITA / FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA
<b>Evidencias de Aprendizaje</b>	Ficha N° 2 del cuaderno de trabajo Matemática 4°.		

**III. ENFOQUE TRANSVERSAL**

Enfoque transversal	valores	actitudes
Enfoque ambiental.	Respeto a toda forma de vida	Aprecio, valoración y disposición para el cuidado a toda forma de vida sobre la Tierra desde una mirada sistémica y global, revalorando los saberes ancestrales.

**IV. SECUENCIA DIDÁCTICA:**

INICIO (10 minutos)
<p>RECUPERACIÓN DE SABERES: (Motivación)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ El bachiller saluda a los estudiantes y establece el diálogo de respeto hacia ellos invitándoles a colocarse una pegatina con su respectivo nombre, agradeciendo por su participación.</li> <li>✓ Se dirige a los estudiantes por su nombre.</li> <li>✓ Les propone participar en la elaboración de los acuerdos de convivencia (3 acuerdos de convivencia)</li> <li>✓ El bachiller proyecta en la pizarra las representaciones algebraicas y gráfica de la función cuadrática, luego, solicita a cada estudiante a participar en ella.</li> </ul>



Luego se plantea las siguientes preguntas:

- ¿Qué observan en la pizarra?
  - ¿Qué características gráficas tiene la función cuadrática en forma canónica?
  - ¿Qué características gráficas tiene la función cuadrática en forma de las raíces?
- El bachiller anota en la pizarra las ideas fuerza de cada intervención resaltando la importancia del respeto que debe existir entre ellos.

#### GENERACIÓN DE CONFLICTO COGNITIVO

El bachiller manifiesta: “*si se relaciona las características de las tres formas de una función cuadrática, ¿será suficiente para bosquejar la parábola en el plano cartesiano?*”

#### DESARROLLO (30 minutos)

PROPÓSITO:

- ***Combina y adapta estrategias heurísticas para graficar funciones cuadráticas.***

ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES

- Luego se construye el aprendizaje sobre el bosquejo de funciones cuadráticas en GeoGebra.

#### REPASO DE LA FORMA GENERAL:

La forma general de una función cuadrática es:  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ; Entonces en la función:  $f(x) = x^2 - 4x - 5$ , se pregunta a los estudiantes que identifiquen los coeficientes  $a$ ;  $b$  y  $c$ .

$$a = 1; b = -4; c = -5$$

Luego, se pregunta, ¿Qué podemos deducir solo con estos valores?

**Dado que  $a > 0$ , la parábola se abre hacia arriba.**

#### FORMA CANÓNICA:

La forma canónica de una función cuadrática es:  $y = f(x) = (x - h)^2 + k$ ; se pide a los estudiantes obtener en esta forma la función anterior:

$$f(x) = x^2 - 4x - 5$$

$$f(x) = x^2 - 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 5$$

$$f(x) = x^2 - 4x + (2)^2 - (2)^2 - 5$$

$$f(x) = (x - 2)^2 - 9$$

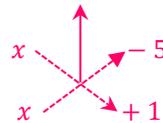
Se pregunta, ¿Cuál es el vértice de esta parábola?

$$V(2; -9)$$

### FORMA DE RAÍCES

La forma de sus raíces de una función lineal es:  $y = f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$ ; se vuelve a pedir a los estudiantes a obtener en esta forma la función:  $f(x) = x^2 - 4x - 5$ .

$$f(x) = x^2 - 4x - 5$$



$$f(x) = (x - 5)(x + 1)$$

Se pregunta: ¿En qué puntos corta la parábola al eje x?

Para ver en qué puntos corta al eje x, se tiene que igualar la función a cero, es decir:

$$0 = (x - 5)(x + 1)$$
$$x = r_1 = 5 \quad \vee \quad x = r_2 = -1$$

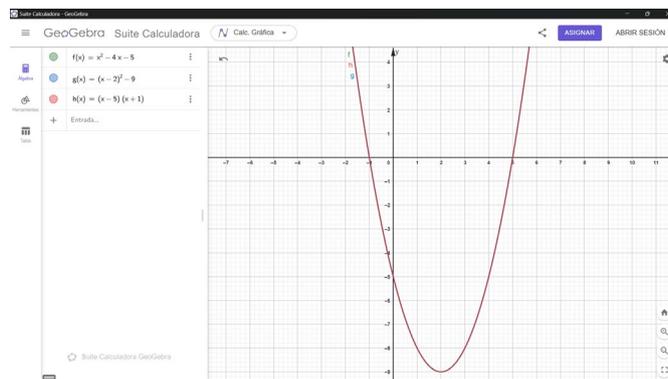
- Luego se presenta la siguiente actividad:

Relacionando las tres formas obtenidas, bosquejar la parábola en tu cuaderno, en seguida graficar las siguientes funciones:  $f(x) = x^2 - 4x - 5$ ,  $g(x) = (x - 2)^2 - 9$  y  $h(x) = (x - 5)(x + 1)$ , en GeoGebra.

**Comprender el problema:** tenemos una función cuadrática en sus tres formas, tanto en su forma general, forma canónica y en forma de sus raíces, las cuales se debe graficar en el plano cartesiano.

**Diseñar una estrategia:** Empleando GeoGebra, debemos ingresar las funciones  $f(x) = x^2 - 4x - 5$ ,  $g(x) = (x - 2)^2 - 9$  y  $h(x) = (x - 5)(x + 1)$ , en la barra de entrada de la vista algebraica.

**Ejecutar la estrategia:**



**Reflexionar sobre el desarrollo:** Responder la siguiente pregunta: ¿Por qué se superponen las parábolas en la Vista Gráfica?

- Luego se solicita formar parejas de trabajo y responder las 4 últimas preguntas propuestas en la ficha N° 2 del cuaderno de trabajo de Matemática 4.

MIENTRAS TANTO:

- El bachiller monitorea el avance y acompaña el aprendizaje de las y los estudiantes.
- Se despejan las dudas e inquietudes de cada grupo proponiendo preguntas y repreguntas en búsqueda del logro de aprendizaje.
- El bachiller traslada las inquietudes a los demás participantes de la sesión, buscando dar participación con sus respuestas.
- El bachiller propicia el diálogo y argumentación, considerando la exposición de su actividad y las dificultades que tuvieron en el desarrollo de la misma.
- Seguidamente se invita a exponer las conclusiones a las que cada equipo ha llegado, se propicia el diálogo reflexivo sobre sus argumentos.
- Los estudiantes están atentos a los comentarios, de propuestas de resolución y a los aportes de sus demás compañeros.

**CIERRE (5 minutos)**

**EVALUACIÓN**

Para consolidar el aprendizaje, y verificar si el propósito es logrado, el bachiller pregunta a los estudiantes ¿Qué estrategias utilizaste para bosquejar una función cuadrática? ¿Qué recurso te fue útil en el desarrollo de la actividad?

**METACOGNICIÓN (reflexión de lo aprendido)**

¿Cómo te sentiste realizar el trabajo en equipo? ¿Qué fue lo más difícil del trabajo realizado y como lo superaste?

**EXTENSIÓN**

Graficar la misma función  $f(x) = x^2 - 4x - 5$  pero, tabulando. Tomar valores para  $x$  desde  $-2$  hasta  $6$ .

## V. EVALUACIÓN

CRITERIOS DE EVALUACIÓN/indicadores	EVIDENCIAS	INSTRUMENTO
Combina y adapta estrategias heurísticas para graficar funciones cuadráticas.	Ficha N°2 del cuaderno de trabajo	PRUEBA ESCRITA Y FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA

**PLAN DE SESIÓN DE APRENDIZAJE No 7**

**TÍTULO DE LA SESIÓN:** Desplazamientos horizontales y verticales de la función cuadrática en su forma canónica.

**I. DATOS INFORMATIVOS:**

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : “Ricardo Palma”
- 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
- 1.3. GRADO : Cuarto
- 1.4. SECCIÓN : Única
- 1.5. DURACIÓN : 45 minutos
- 1.6. FECHA : 17/10/2024
- 1.7. RESPONSABLE : Bach. Evert Eli Abanto Rojas

**II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE:**

Competencia	Capacidad	Desempeño	Instrumento de Evaluación
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones de equivalencia y cambio	Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática.	PRUEBA ESCRITA / FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA
<b>Evidencias de Aprendizaje</b>	Ficha de refuerzo escolar N° 44, Situación 2: “Entre pelotas”		

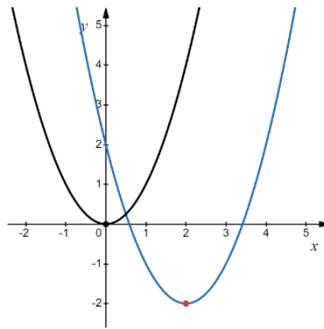
**III. ENFOQUE TRANSVERSAL**

Enfoque transversal	valores	actitudes
Enfoque ambiental.	Solidaridad planetaria y equidad intergeneracional.	Disposición para colaborar con el bienestar y la calidad de vida de las generaciones presentes y futuras, así como con la naturaleza asumiendo el cuidado del planeta.

**IV. SECUENCIA DIDÁCTICA:**

<b>INICIO (10 minutos)</b>
<p>RECUPERACIÓN DE SABERES: (Motivación)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ El bachiller saluda a los estudiantes y establece el diálogo de respeto hacia ellos.</li> <li>✓ Se dirige a los estudiantes por su nombre.</li> <li>✓ Les propone participar en la elaboración de los acuerdos de convivencia (3 acuerdos de convivencia)</li> <li>✓ El bachiller proyecta en la pizarra las representaciones algebraicas y grafica de la función cuadrática, luego, solicita a cada estudiante a participar en ella.</li> </ul>

$$f(x) = a(x - h)^2 + (-k); a \neq 0$$



Luego se plantea las siguientes preguntas:

- ¿Alguien recuerda que representa los valores  $h$  y  $k$ ?
- ¿Qué creen que sucede gráficamente, si modificamos los valores  $h$  y  $k$ ?
- ¿En qué dirección se desplaza la parábola si se modifica  $h$  y  $k$ ?

El docente anota en la pizarra las ideas fuerza de cada intervención resaltando la importancia del respeto que debe existir entre ellos.

#### GENERACIÓN DE CONFLICTO COGNITIVO

El bachiller manifiesta: “Si ya tengo la función cuadrática en su forma canónica:  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ;  $a \neq 0$ , y se conoce los valores  $h$  y  $k$ , entonces será suficiente para bosquejar la parábola en el plano cartesiano?”

#### DESARROLLO (30 minutos)

PROPÓSITO:

- **Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática.**

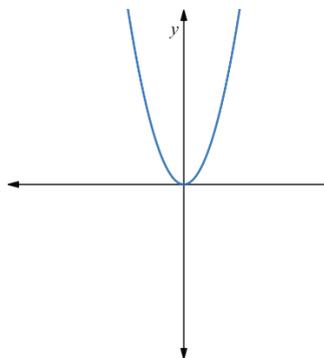
#### ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES

- Luego se construye el aprendizaje sobre Desplazamientos de funciones cuadráticas en su forma canónica con soporte GeoGebra.

#### DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

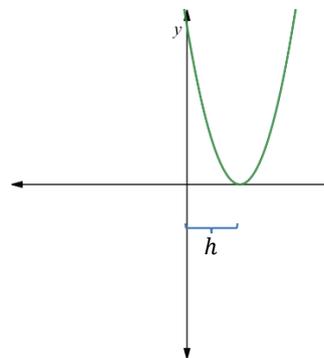
Si se tiene una función  $f(x) = x^2$ , y sea  $h$  un número positivo, entonces la gráfica de  $f(x) = (x - h)^2$ , es desplazada en  $h$  unidades hacia la derecha y la gráfica de  $f(x) = (x + h)^2$  es desplazada en  $h$  unidades a la izquierda.

$$f(x) = x^2$$



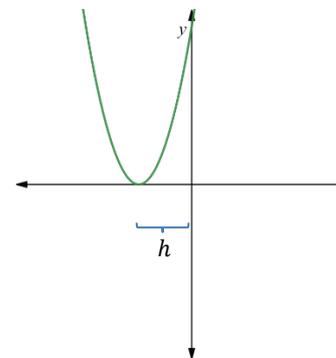
Función estándar

$$f(x) = (x - h)^2$$



Desplazamiento hacia la derecha

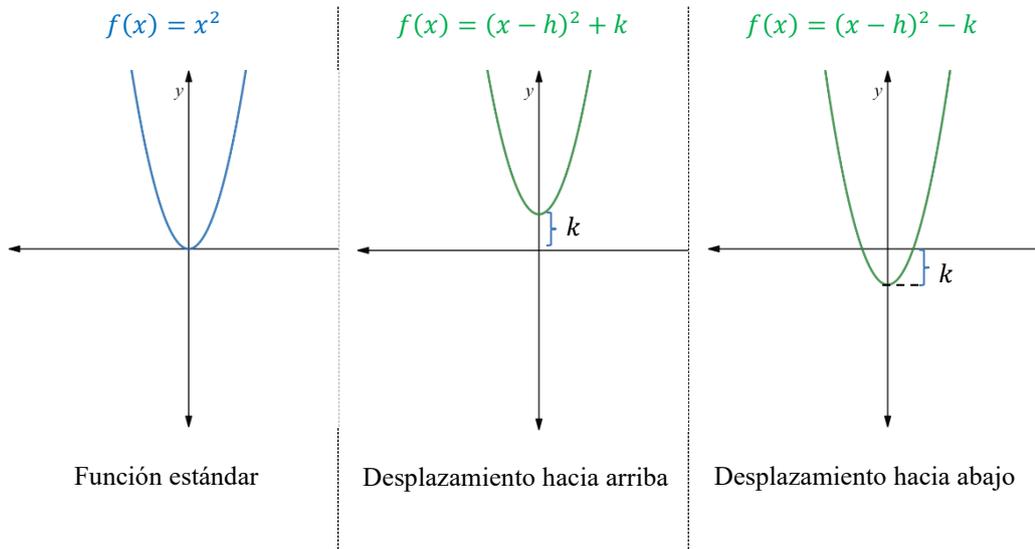
$$f(x) = (x + h)^2$$



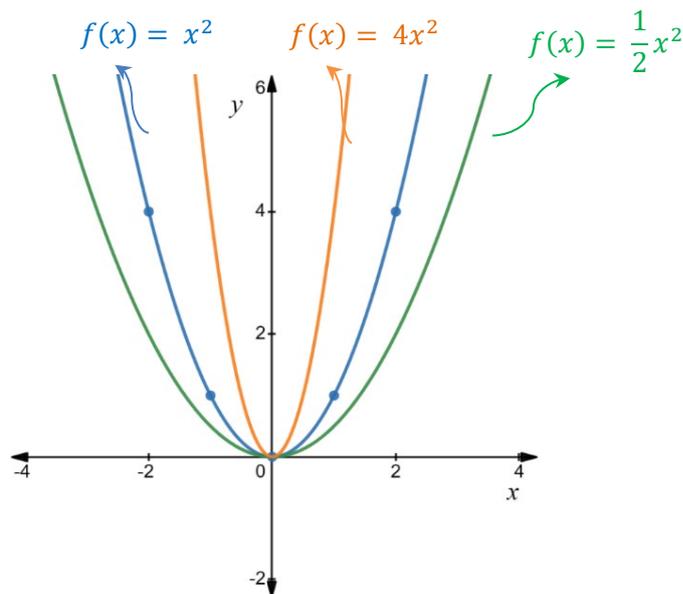
Desplazamiento hacia la izquierda

### DESPLAZAMIENTOS VERTICALES

Si se tiene una función  $f(x) = x^2$ , y sea  $k$  es un número positivo, entonces la gráfica de  $f(x) = (x - h)^2 + k$  es desplazada en  $k$  unidades hacia arriba y la gráfica de  $f(x) = (x + h)^2 - k$  es desplazada en  $k$  unidades hacia abajo.



Ahora se analizará, la mayor o menor abertura de las parábolas, mediante las siguientes gráficas:



Así que, la gráfica  $f(x) = ax^2$  es más angosta si  $|a| > 1$  y más ancha si  $0 < |a| < 1$ .

- Luego se presenta la siguiente actividad:

“Desplazamientos”

Plantea las siguientes afirmaciones si son verdaderas (V) o falsas (F) con respecto a la función  $f(x) = x^2$ .

La gráfica de  $f(x) = (x - 4)^2$ , es desplazada 4 unidades hacia la izquierda ( F ) ¿por qué? Porque según su forma canónica  $f(x) = (x - h)^2 + k$ , la gráfica se desplaza  $h$  unidades a la derecha.

La gráfica de  $f(x) = (x - 4)^2 + 4$ , es desplazada en 4 unidades hacia arriba ( V ) ¿por qué? Porque según su forma canónica  $f(x) = (x - h)^2 + k$ , la gráfica se desplaza  $k$  unidades hacia arriba.

- Luego se solicita formar parejas de trabajo y trabajar la ficha de refuerzo escolar N° 44 situación 2: “Entre pelotas”.

**MIENTRAS TANTO:**

- El bachiller monitorea el avance y acompaña el aprendizaje de las y los estudiantes.
- Se despejan las dudas e inquietudes de cada grupo proponiendo preguntas y repreguntas en búsqueda del logro de aprendizaje.
- El bachiller traslada las inquietudes a los demás participantes de la sesión, buscando dar participación con sus respuestas.
- Seguidamente se invita a exponer las conclusiones a las que cada equipo ha llegado, se propicia el diálogo reflexivo sobre sus argumentos.
- Los estudiantes están atentos a los comentarios, de propuestas de resolución y a los aportes de sus demás compañeros.

**CIERRE (5 minutos)**

**EVALUACIÓN**

Para consolidar el aprendizaje, y verificar si el propósito es logrado, el docente pregunta a los estudiantes ¿Qué tipos de desplazamientos existe en una función cuadrática en su forma canónica? ¿Qué recurso te fue útil en el desarrollo de la actividad?

**METACOGNICIÓN (reflexión de lo aprendido)**

¿Cómo te sentiste realizar el trabajo en equipo? ¿Qué fue lo más difícil del trabajo realizado y como lo superaste?

**EXTENSIÓN**

Resolver en casa la ficha de refuerzo escolar N°44, Situación 2.

**V. EVALUACIÓN**

CRITERIOS DE EVALUACIÓN/indicadores	EVIDENCIAS	INSTRUMENTO
Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática.	Ficha N°2 del cuaderno de trabajo	PRUEBA ESCRITA Y FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA

**PLAN DE SESIÓN DE APRENDIZAJE No 8**

**TÍTULO DE LA SESIÓN:** Concavidad de la parábola y uso de deslizadores en GeoGebra para graficar funciones cuadráticas

**I. DATOS INFORMATIVOS:**

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : “Ricardo Palma”
- 1.2. ÁREA : MATEMÁTICA
- 1.3. GRADO : Cuarto
- 1.4. SECCIÓN : Única
- 1.5. DURACIÓN : 45 minutos
- 1.6. FECHA : 17/10/2024
- 1.7. RESPONSABLE : Bach. Evert Eli Abanto Rojas

**II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE:**

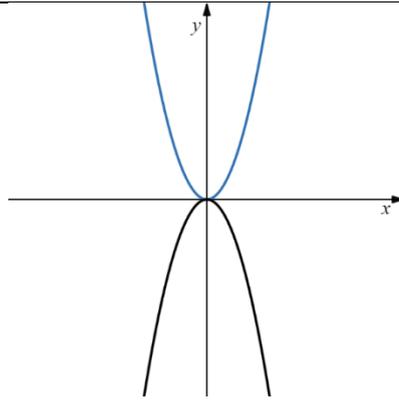
Competencia	Capacidad	Desempeño	Instrumento de Evaluación
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones de equivalencia y cambio	Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante propiedades matemáticas o razonamiento inductivo y deductivo	PRUEBA ESCRITA / FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA
<b>Evidencias de Aprendizaje</b>	Ficha de refuerzo escolar N.º 44, Situación 2: “Entre pelotas”		

**III. ENFOQUE TRANSVERSAL**

Enfoque transversal	valores	actitudes
Enfoque ambiental.	Justicia y solidaridad,	Disposición a evaluar los impactos y costos ambientales de las acciones y actividades cotidianas, y a actuar en beneficio de todas las personas, así como de los sistemas, instituciones y medios compartidos de los que todos dependemos.

**IV. SECUENCIA DIDÁCTICA:**

INICIO (10 minutos)
<p>RECUPERACIÓN DE SABERES: (Motivación)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ El bachiller saluda a los estudiantes y establece el diálogo de respeto hacia ellos.</li> <li>✓ Se dirige a los estudiantes por su nombre.</li> <li>✓ Les propone participar en la elaboración de los acuerdos de convivencia (3 acuerdos de convivencia)</li> <li>✓ El bachiller proyecta en la pizarra la gráfica de la función cuadrática, luego, solicita a cada estudiante a participar en ella.</li> </ul>



Luego se plantea las siguientes preguntas:

- ✓ ¿Cuántas parábolas se ve en el plano cartesiano?
- ✓ ¿Por qué la parábola de color azul se abre hacia arriba?
- ✓ ¿Por qué la parábola de color negro se abre hacia abajo?

El docente anota en la pizarra las ideas fuerza de cada intervención resaltando la importancia del respeto que debe existir entre ellos.

#### GENERACIÓN DE CONFLICTO COGNITIVO

El bachiller manifiesta: “Alex, afirma que todas las funciones expresas en forma canónica, donde  $h$  y  $k$  son valores positivos, se abren hacia arriba. ¿Estás de acuerdo con Alex? ¿De qué depende que una parábola sea cóncava hacia arriba o hacia abajo?”

#### DESARROLLO (30 minutos)

PROPÓSITO:

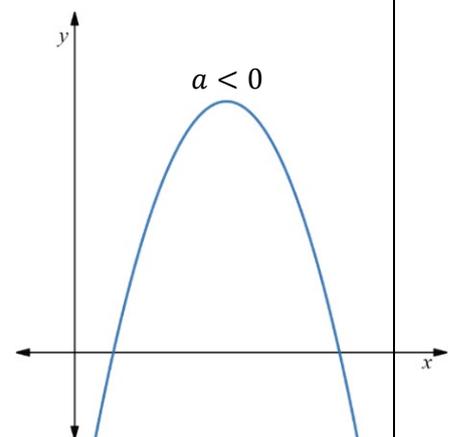
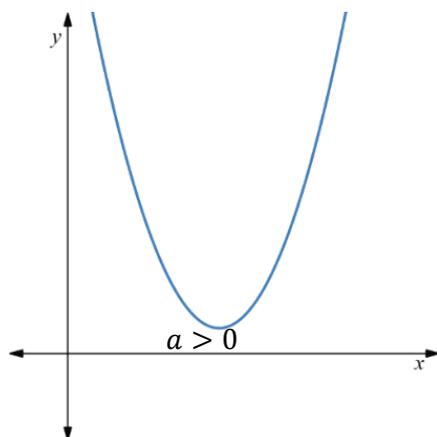
- *Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante propiedades matemáticas o razonamiento inductivo y deductivo.*

#### ESTRATEGIAS Y ACTIVIDADES

Luego se construye el aprendizaje sobre orientación o concavidad de la parábola de una función cuadrática, finalmente se realiza la gráfica con deslizadores en el Software Educativo GeoGebra.

#### ORIENTACIÓN O CONCAVIDAD DE LA PARÁBOLA

Sea  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ , en su forma general y  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ,  $a \neq 0$  en su forma canónica. Entonces se cumple que; si el coeficiente del término cuadrático es positivo, la parábola se abre hacia arriba y si es negativo, la parábola se abre hacia abajo.

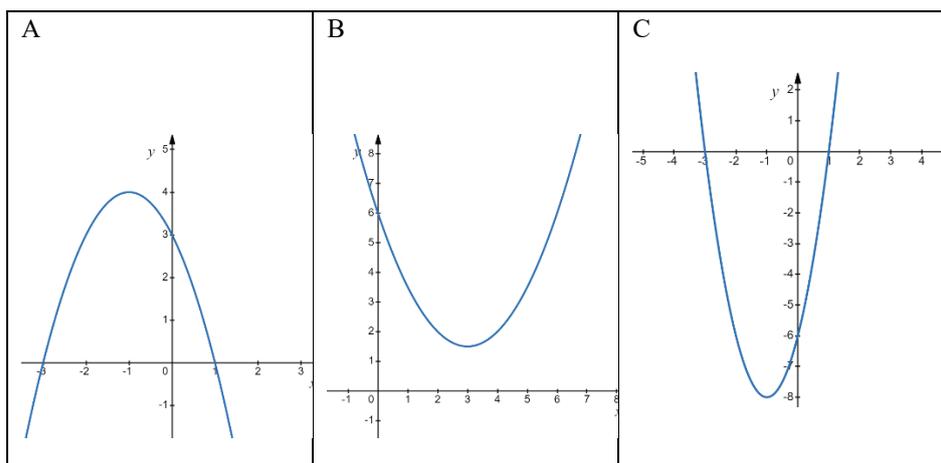


## USO DE DESLIZADORES EN GEOGEBRA PARA GRAFICAR FUNCIONES CUADRÁTICAS

En el RECURSO 4, están los pasos para graficar funciones cuadráticas en GeoGebra con ayuda de deslizadores, así lograr visualizar y explorar el comportamiento de las parábolas de forma interactiva.

- Luego se presenta la siguiente actividad:

Transformar de su forma general a su forma canónica, luego, Analizar la gráfica de cada función y relacionala con su respectiva expresión algebraica.



La gráfica de  $f(x) = 2(x + 3)(x - 1)$ , es la letra: ( **C** ) ¿Por qué estás seguro de ello?

Porque según la función cuadrática en forma de sus raíces  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ , indica que la parábola se abre hacia arriba porque " $a$ " es positivo, además, corta el **eje  $x$**  en  $x_1$  y  $x_2$ . Por lo tanto, en la gráfica "C" la parábola se abre hacia arriba, además, corta en  $x_1 = -3$  y  $x_2 = 1$ .

La gráfica de  $g(x) = 3 - 2x - x^2$ , es la letra: ( **A** ) ¿Por qué estás seguro de ello?

Porque según la forma general de una función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , si  $a < 0$ , la parábola abre hacia abajo. Por lo tanto, en la gráfica "A" la parábola se abre hacia abajo dado que, el término cuadrático de  $g(x)$  es menor que cero.

La gráfica de  $h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 6$ , es la letra: ( **B** ) ¿Por qué estás seguro de ello?

Porque según la forma general de función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , si  $0 < |a| < 1$ . Entonces, la parábola es más ancha. Por lo tanto, en la gráfica "B" la parábola es más ancha, dado que, el valor de " $a$ " en  $h(x)$  esta entre cero y uno; además, corta al **eje  $y$**  en 6 cuando se evalúa en  $f(0)$

- Luego se solicita formar parejas de trabajo y trabajar la ficha de refuerzo escolar N° 44 situación 2: "Entre pelotas".

MIENTRAS TANTO:

- El bachiller monitorea el avance y acompaña el aprendizaje de las y los estudiantes.
- Se despejan las dudas e inquietudes de cada grupo proponiendo preguntas y repreguntas en búsqueda del logro de aprendizaje.
- El bachiller traslada las inquietudes a los demás participantes de la sesión, buscando dar participación con sus respuestas.
- Seguidamente se invita a exponer las conclusiones a las que cada equipo ha llegado, se propicia el diálogo reflexivo sobre sus argumentos.
- Los estudiantes están atentos a los comentarios, de propuestas de resolución y a los aportes de sus demás compañeros.

**CIERRE (5 minutos)**

**EVALUACIÓN**

Para consolidar el aprendizaje, y verificar si el propósito es logrado, el docente pregunta a los estudiantes ¿Cómo puedo identificar si una parábola es cóncava hacia arriba o hacia abajo? ¿Qué recurso te fue útil en el desarrollo de la actividad?

**METACOGNICIÓN (reflexión de lo aprendido)**

¿Cómo te sentiste realizar el trabajo en equipo? ¿Qué fue lo más difícil del trabajo realizado y como lo superaste?

**EXTENSIÓN**

Resolver en casa la ficha de refuerzo escolar N°44, Situación 2.

**V. EVALUACIÓN**

CRITERIOS DE EVALUACIÓN/indicadores	EVIDENCIAS	INSTRUMENTO
Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática.	Ficha N°2 del cuaderno de trabajo	PRUEBA ESCRITA Y FICHA DE OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA

## RECURSO 4

### PLAN DE SESIÓN DE APRENDIZAJE No 8

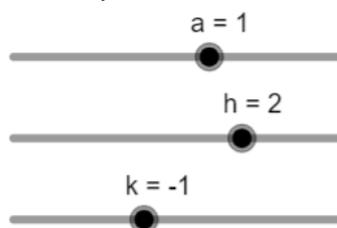
Se graficará la función cuadrática teniendo en cuenta su forma canónica  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ,  $a \neq 0$ ; el procedimiento es muy similar para su forma general.

Primeramente, se creará un texto de referencia de la forma canónica de una función cuadrática en la vista gráfica, para ello, dirigirse a *Herramientas*, seleccionar *Texto* y clic en la vista gráfica, aparecerá una ventana en la cual se debe seleccionar *Serif y Fórmula Látex*, luego en el cuadro escribir:  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ , luego clic en botón ok (Versión escritorio).

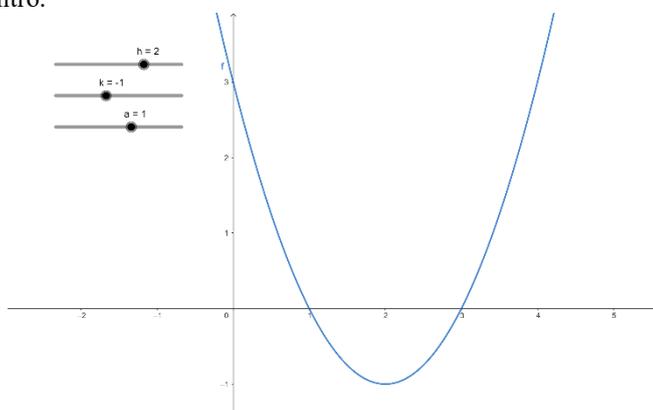
Para la versión móvil, a la izquierda de la barra de entrada hay un símbolo (+) dar clic, seguidamente en *texto*, allí se debe escribir la forma canónica de una función cuadrática, luego *enter*, ahora seleccionar los tres puntos que están al frente de la expresión y dar clic en configuración para activar la opción *muestra*, esto permite que el texto aparezca en la vista gráfica, como el siguiente.

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

Seguidamente, se creará los deslizadores  $a$ ,  $h$  y  $k$ , para ello, dirigirse a la barra de *Herramientas*, seleccionar *Deslizador* y clic en la vista gráfica, aparecerá una ventana en cual se puede modificar los valores del intervalo y si se desea el incremento, por último, clic en el botón ok; se generará un deslizador en la vista grafica con un nombre por defecto. Para cambiarlo de nombre, dirigirse a Vista Algebraica, ubicar el deslizador y al frente se tiene los tres puntos dar clic en ellos para luego seleccionar *configuración* y es en la cinta de opciones *Básico*, donde permite cambiar por el nombre que se desea, obteniendo así:



Ahora, se definirá la función cuadrática, para ello; regresar a la *Barra de Entrada* y escribir  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ , luego Intro.



Posteriormente se creará un texto dinámico para la expresión de la forma canónica de la función; En la versión escritorio, dirigirse a *Herramientas* elegir *texto* y clic en vista gráfica, aparecerá una ventana en la cual seleccionar *Serif y Fórmula Látex*, dirigirse a *Avanzado*, clic en el *icono de GeoGebra* y seleccionar  $f$ , volver al cuadro superior y dar clic en el pequeño cuadro de naranja que contiene  $f$ , se desplegará un cuadro de texto, allí escribir: (" $f(x) =$ " +  $f$ ) y clic en el botón ok; se obtendrá en la vista gráfica, la forma canónica de una función cuadrática en función de los deslizadores.

Para la versión móvil, dirigirse a la vista algebraica, y en la barra de entrada escribir: " $f(x) =$ ", ahora en la parte superior derecha del teclado hay tres puntos en los cuales se debe dar clic, luego seleccionar *Texto*, nuevamente dar clic en *Fórmula Texto*, se dirigirá a la barra de entrada, allí escribir:  $f(x)$  luego enter. Ahora para poder visualizarlo en la vista gráfica, dirigirse en los tres puntos que están al frente de la expresión y dar clic en configuración para activar la opción *muestra*.

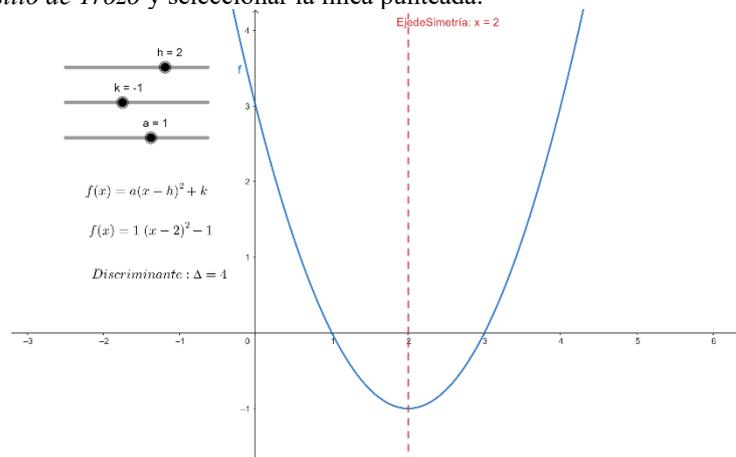
$$f(x) = 1(x - 2)^2 - 1$$

Ahora se hallará el valor del discriminante de manera automatizada, para la versión escritorio, dirigirse a *Herramientas*, seleccionar *Texto* y clic en *Vista Gráfica*, aparecerá una ventana en la cual se debe dar clic en *Serif* y *Fórmula LaTeX*, dirigirse a *Avanzado*, clic en el *icono de GeoGebra* y seleccionar *Casilla Vacía*, volver al cuadro superior, dar clic en el pequeño cuadro de naranja, se desplegará un cuadro de texto, allí escribir: *texto*("Discriminante:  $\Delta =$ ")( $-4ak$ ) y clic en el botón *ok*.

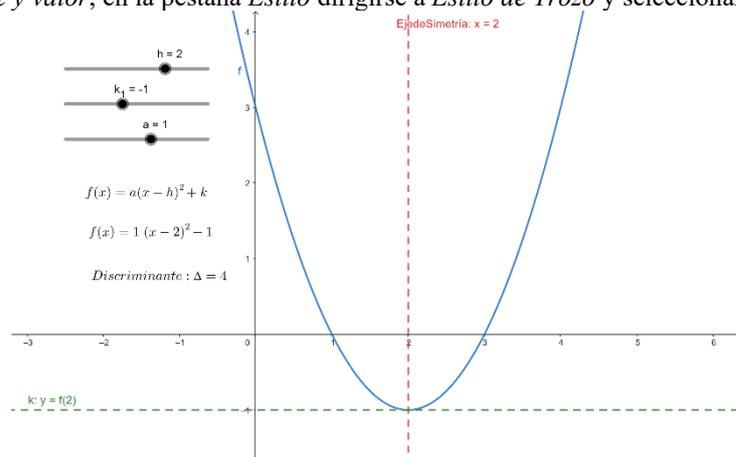
Para la versión móvil, dirigirse a la vista algebraica y en la barra de entrada escribir: "*Discriminante =* ", ahora en la parte superior derecha del teclado hay tres puntos seleccionar en ellos y buscamos *Texto* dar clic, luego nuevamente dar clic en *Fórmula Texto*, ahora en la barra de entrada configurada escribir:  $-4ak$ , luego enter. Para poder visualizarlo en la vista gráfica dirigirse a los tres puntos que están al frente de la expresión y dar clic en *configuración* para activar la opción *muestra*.

$Discriminante : \Delta = 4$

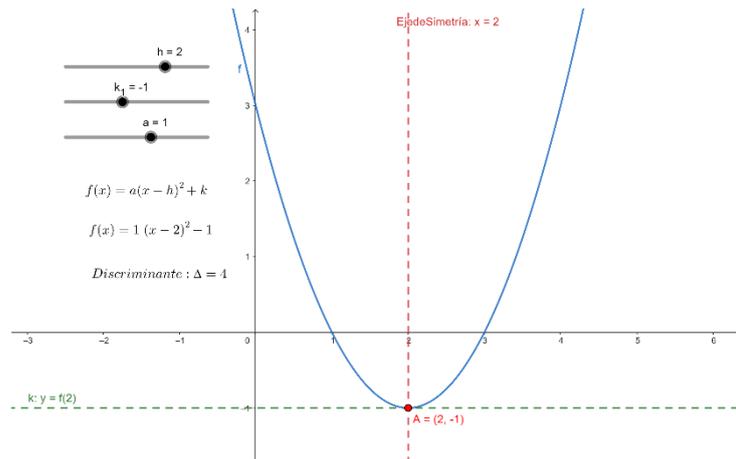
Ahora se definirá, el eje de Simetría que con la intersección de la gráfica forma la primera coordenada del Vértice, para ello, dirigirse a *la barra de entrada*, y escribir  $x = h$ , teclear *Intro*, en la vista grafica seleccionar la recta que acaba de trazarse, clic en los *tres puntos* para luego *propiedades*; en la pestaña *Básico* dirigirse a *Nombre* cambiarlo por *EjedeSimetria* en *Etiqueta visible* o en *Rótulo* seleccionar *Nombre* y *valor*; en la pestaña *Estilo* dirigirse a *Estilo de Trozo* y seleccionar la línea punteada.



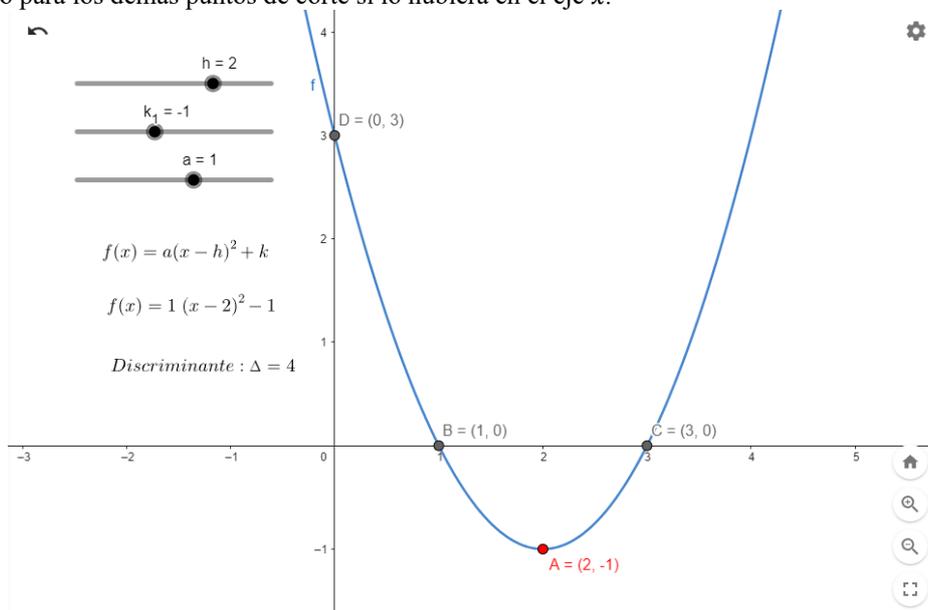
Se definirá la segunda coordenada del Vértice, para ello, dirigirse a *la barra de entrada*, y escribir  $y = f(h)$  luego *Intro*, en la vista grafica seleccionar la recta que acaba de trazarse, clic en los *tres puntos* para luego *propiedades*; en la pestaña *Básico* dirigirse a *Nombre* y cambiarlo por *k* en *Etiqueta visible* o en *Rótulo* seleccionar *Nombre* y *valor*; en la pestaña *Estilo* dirigirse a *Estilo de Trozo* y seleccionar la línea punteada.



Ahora se reconocerá el vértice mediante un punto entre la intersección de  $h$  y  $k$  con la parábola, para ello, dirigirse a *Herramientas*, allí seleccionar *Intersección*, y dar clic en la vista grafica justo donde se intercepta  $h$  y  $k$ ; dar clic derecho o seleccionar unos segundos en el punto que se genera, luego *Propiedades*, desplegar *etiqueta visible* o en *Rótulo* para selecciona *Nombre* y *Valor*.



Seguidamente se mostrará los interceptos de la función cuadrática con los ejes (eje  $x$ , eje  $y$ ), para los puntos de corte con el eje  $x$ , ubicarse en *Herramientas*, allí seleccionar *raíces*, y dar clic en la gráfica de la parábola. Ahora para encontrar el punto de corte con el eje  $y$ , utilizar la herramienta *Intersección* seguidamente dar clic en la parábola luego en el eje  $y$ . Luego clic derecho o seleccionar unos segundos en el punto que se genera para dirigirse a *Propiedades*, desplegar *etiqueta visible* o en *Rótulo*, seleccionar *Nombre y Valor*, repetir este último paso para los demás puntos de corte si lo hubiera en el eje  $x$ .



Ahora de manera opcional se puede ocultar el Eje de Simetría y la recta  $k$  en la vista gráfica, para ello, en la vista algebraica desactivar el color del círculo pequeño que lo identifica.

- Eje de Simetría :  $x = 2$  ⋮
- $k : y = f(2)$  ⋮

Obteniendo así la gráfica de una función cuadrática aplicando el Software Educativo GeoGebra.

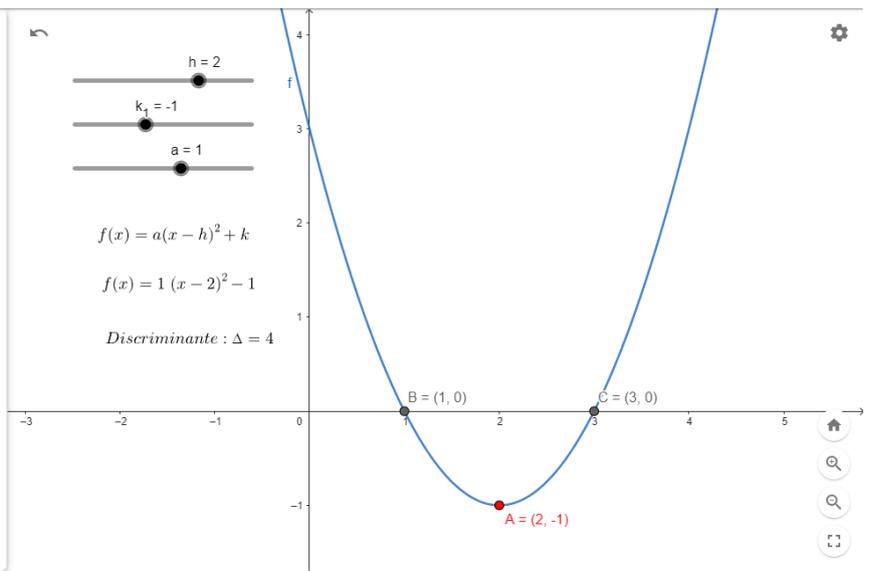
Algebra

Herramientas

Tabla

- $f(x) = a(x-h)^2 + k_1$   
 $= 1(x-2)^2 - 1$
- texto1 = " $f(x)=a(x-h)^2+k$ "
- texto2 = " $f(x) = 1(x-2)^2 -$ "
- texto3 = "Discriminante:  $\Delta = 4$ "
- Eje de Simetría:  $x = 2$
- $k: y = f(2)$
- A = Interseca(f, Eje de Simetría)  
 $= (2, -1)$
- Interseca(f, Eje X)  
 $= B = (1, 0)$
- $C = (3, 0)$
- Entrada...

Calculadora Gráfica GeoGebra



1. Datos del autor:

Nombres y Apellidos: Evert Eli Abanto Rojas

DNI/Otros N°: 75492944

Correo electrónico: eabantor17\_1@unc.edu.pe

Teléfono: 953179987

2. Grado académico o título profesional

Bachiller  Título profesional  Segunda especialidad

Maestro  Doctor

3. Tipo de trabajo de investigación

Tesis  Trabajo de investigación  Trabajo de suficiencia profesional

Trabajo académico

Título: Aplicación del Software Educativo Geogebra en el aprendizaje de la función cuadrática en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa "Ricardo Palma", Cajabamba, Cajamarca 2024.

Asesor: M. Cs. Elmer Luis Pisco Goicochea

Jurados: Dr. Luis Enrique Zelaya De los Santos  
M. Cs. José Rosario Calderón Bacón  
Mg. Ever Rojas Huamán

Fecha de publicación: 01 / 09 / 2025

Escuela profesional/Unidad:

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

4. Licencias

**Bajo los siguientes términos autorizo el depósito de mi trabajo de investigación en el Repositorio Digital Institucional de la Universidad Nacional de Cajamarca.**

Con la autorización de depósito de mi trabajo de investigación, otorgo a la Universidad Nacional de Cajamarca una licencia no exclusiva para reproducir, distribuir, comunicar al público, transformar (únicamente mediante su traducción a otros idiomas) y poner a disposición del público mi trabajo de investigación, en formato físico o digital, en cualquier medio, conocido por conocerse, a través de los diversos servicios provistos por la Universidad, creados o por crearse, tales como el Repositorio Digital de la UNC, Colección de Tesis, entre otros, en el Perú y en el extranjero, por el tiempo y veces que considere necesarias, y libre de remuneraciones.

En virtud de dicha licencia, la Universidad Nacional de Cajamarca podrá reproducir mi trabajo de investigación en cualquier tipo de soporte y en más de un ejemplar, sin modificar su contenido, solo con propósitos de seguridad, respaldo y preservación.

Declaro que el trabajo de investigación es una creación de mi autoría y exclusiva titularidad,



Repositorio Digital Institucional  
**CONSTANCIA DE AUTORIZACIÓN**

o coautoría con titularidad compartida, y me encuentro facultado a conceder la presente licencia y, asimismo, garantizo que dicho trabajo de investigación no infringe derechos de autor de terceras personas. La Universidad Nacional de Cajamarca consignará el nombre del(los) autor(es) del trabajo de investigación, y no le hará ninguna modificación más que la permitida en la presente licencia.

Autorizo el depósito (marque con una X)

Sí, autorizo que se deposite inmediatamente.

Sí, autorizo que se deposite a partir de la fecha  
\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

No autorizo



Firma

\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_  
01 / 09 / 2025

Fecha