



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESCUELA PROFESIONAL DE PERFECCIONAMIENTO DOCENTE



TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

UTILIZACIÓN DEL MODELO DE VAN HIELE PARA MEJORAR LA
CAPACIDAD COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS
EN EL TEMA DE POLIEDROS EN LOS ESTUDIANTES DE SEGUNDO

GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ GABRIEL
CONDORCANQUI NOGUERA - YAUYUCÁN, 2024.

Para optar el Grado Académico de Bachiller en Educación

Presentado por:

Hosberlin Flores Mondragón

Asesor:

Dr. Carlos Enrique Moreno Huamán

Cajamarca – Perú
2025

CONSTANCIA DE INFORME DE ORIGINALIDAD

1. Investigador:

Hosberlin Flores Mondragón

DNI: 46803847

Escuela Profesional/Unidad UNC:

Escuela profesional de Perfeccionamiento Docente

2. Asesor:

Dr. Carlos Enrique Moreno Huamán

Facultad/Unidad UNC:

Facultad de Educación

3. Grado académico o título profesional

Bachiller

Título profesional

Segunda especialidad

Maestro

Doctor

4. Tipo de Investigación:

Tesis

Trabajo de investigación

Trabajo de suficiencia profesional

Trabajo académico

5. Título de Trabajo de Investigación:

Utilización del Modelo de Van Hiele para mejorar la
capacidad comunicativa y representar ideas matemáticas en el
Tema de Poliedros en los estudiantes de Segundo Grado de la
Institución Educativa José Gabriel Condorcanqui Noguera - Yauyacan 2024

6. Fecha de evaluación: 05 / 01 / 2026

7. Software antiplagio: TURNITIN URKUND (OURIGINAL) (*)

8. Porcentaje de Informe de Similitud: 22%

9. Código Documento: 3117 i 544262502

10. Resultado de la Evaluación de Similitud:

APROBADO PARA LEVANTAMIENTO DE OBSERVACIONES O DESAPROBADO

Fecha Emisión: 05 / 01 / 2026

Firma y/o Sello
Emisor Constancia



CARLOS ENRIQUE MORENO HUAMÁN

Nombres y Apellidos

DNI: 26644699

* En caso se realizó la evaluación hasta setiembre de 2023

COPYRIGHT © 2025 by
FLORES MONDRAGÓN, HOSBERLIN
Todos los derechos reservados



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

"NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA"

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Escuela Profesional de Perfeccionamiento Docente



FORMATO N° 23

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN, PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE BACHILLER EN EDUCACIÓN

En la ciudad de Cajamarca, siendo las 11:00 horas del día 01.....de diciembre.....del 2025.....; se reunieron en el ambiente Auditorio de Educación, de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Cajamarca , los miembros del Jurado Evaluador del proceso de obtención del Grado Académico de Bachiller en la modalidad de Sustentación de Trabajo de Investigación, integrado por :

Presidente: Docente Dr. Luis Enrique Zelaya De los Santos.....

Secretario: Docente M. Cs. José Rosario Calderón Bacón.....

Vocal: Docente Mg. Ener Ríos Huamán.....

Asesor: Docente Dr. Carlos Enrique Moreno Huamán.....

Representante de la UIFE: Docente Dr. Wighberto Waldir Díaz Claviria.....

Con el objeto de evaluar la Sustentación del Trabajo de Investigación titulado: "Utilización del modelo de Van Hiele para mejorar la capacidad comunicativa y representación de ideas matemáticas en el tema de Poliedros en los estudiantes de segundo grado de la Institución Educativa José Gabriel Condorcanqui Noguera - Yauyocan, 2024.....",

presentado por: Hasberlin Flores Mondragón..... con la finalidad de obtener el Grado Académico de Bachiller en Educación.

El Presidente del Jurado Evaluador, de conformidad al Reglamento de Grados y Títulos de la Escuela Profesional de Perfeccionamiento Docente de la Facultad de Educación, procedió a autorizar el inicio de la sustentación.

Recibida la sustentación y recibidas las respuestas a las preguntas formuladas por los miembros del Jurado Evaluador, referentes a la exposición y contenido del Trabajo de Investigación, luego de la deliberación respectiva, el Trabajo de Investigación se considera: APROBADO (X) DESAPROBADO (), con el calificativo de: Quince (15)

(Letras) (Números)

Acto seguido, el Presidente del Jurado Evaluador, informó públicamente el resultado obtenido por el sustentante.

Siendo las 12:20.....horas del mismo día, el señor Presidente del Jurado Evaluador, dio por concluido este acto académico y dando su conformidad firman la presente los miembros de dicho Jurado.

Cajamarca, 01 de diciembre..... del 2025.....

Presidente

Secretario

Vocal

Asesor

UIFE

DEDICATORIA

A mis queridos padres Ricardo Flores Celis y Carmela Mondragón Zelada, quienes son mi fuente de apoyo incondicional a cada momento, por brindarme ese cariño infinito, por inculcarme siempre a seguir el camino de la superación profesional.

Hosberlin.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al personal directivo, docente y administrativo de la I.E. “José Gabriel Condorcanqui Noquera” del distrito Yauyucán, provincia de Santa Cruz, departamento Cajamarca, por permitirme realizar mi trabajo de investigación en su institución educativa.

Mi agradecimiento también a mi asesor: Dr. Carlos Enrique Moreno Huamán, por orientarme a cada momento en la realización y culminación del presenta trabajo de investigación.

Por consiguiente, mi agradecimiento a los profesores de la escuela de perfeccionamiento docente de la Universidad Nacional de Cajamarca que fueron parte de mi formación profesional.

Hosberlin.

INDICE

<i>DEDICATORIA</i>	<i>v</i>
<i>AGRADECIMIENTOS</i>	<i>vi</i>
<i>INDICE</i>	<i>vii</i>
<i>ÍNDICE DE TABLAS</i>	<i>ix</i>
<i>ÍNDICE DE FIGURAS</i>	<i>x</i>
<i>ABSTRACT</i>	<i>xii</i>
<i>INTRODUCCIÓN</i>	<i>1</i>
<i>CAPÍTULO I</i>	<i>3</i>
<i>EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN</i>	<i>3</i>
<i>1.1. Planteamiento del problema</i>	<i>3</i>
<i>1.2. Formulación del problema</i>	<i>6</i>
<i>1.3. Justificación de la investigación</i>	<i>7</i>
<i>1.3.1. En lo teórico</i>	<i>8</i>
<i>1.4. Delimitación</i>	<i>10</i>
<i>1.5. Objetivos de la investigación</i>	<i>11</i>
<i>CAPÍTULO II</i>	<i>13</i>
<i>MARCO TEÓRICO</i>	<i>13</i>
<i>2.1. Antecedentes de la investigación</i>	<i>13</i>
<i>2.2. Marco teórico-conceptual de la investigación</i>	<i>15</i>
<i>1. Los Poliedros Regulares</i>	<i>32</i>
<i>2.3. Definición de términos</i>	<i>35</i>
<i>CAPÍTULO III</i>	<i>38</i>
<i>MARCO METODOLÓGICO</i>	<i>38</i>

<i>3.1. Hipótesis de investigación.....</i>	38
<i>3.2. Variables de la investigación.....</i>	38
<i>3.3. Matriz de operacionalización de variables.</i>	43
<i>3.4. Población.....</i>	45
<i>3.5. Muestra.....</i>	45
<i>Distribución de estudiantes en la muestra de investigación.....</i>	45
<i>3.6. Unidad de análisis.....</i>	45
<i>3.7. Tipo de investigación.....</i>	46
<i>3.8. Diseño de investigación.....</i>	46
<i>3.9. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....</i>	47
<i>3.10. Técnicas para el procesamiento y análisis de los datos.....</i>	48
<i>3.11. Validez y confiabilidad de instrumentos.....</i>	48
CAPÍTULO IV.....	49
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	49
CONCLUSIONES.....	64
RECOMENDACIONES.....	65
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	66

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Piaget VS Van Hiele	22
Tabla 2. Niveles de Van Hiele.....	39
Tabla 3: Operacionalización de Variables.....	43
Tabla 4. Distribución de Estudiantes.....	45
Tabla 5. Baremación para la variable comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros.....	49
Tabla 6. Baremación por dimensiones: D1, D2 y D3.	50
Tabla 7. Resultados porcentuales de la dimensión: Comunicación Matemática	50
Tabla 8. Representación gráfica porcentual	53
Tabla 9. Representación simbólica porcentual.....	55
Tabla 10. Representación porcentual de: comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros.....	57
Tabla 11. Representación de la prueba de normalidad.	60
Tabla 12: Representación de la prueba T para muestras emparejadas.....	61
Tabla 13. Representación de prueba de muestras emparejadas.	61

ÍNDICE DE FIGURAS

Figuras 1. Caras de un Poliedro	31
Figuras 2. Aristas de un poliedro.....	31
Figuras 3. Intersección entre 2 o más aristas.....	32
Figuras 4. Tetraedro.	32
Figuras 5. Cubo.	33
Figuras 6. Octaedro.	33
Figuras 7. Dodecaedro.....	33
Figuras 8. Icosaedro.	34
Figuras 9. Prisma.....	35
Figuras 10. Pirámide.....	35
Figuras 11. Comprensión y Representación de Ideas.....	41
Figuras 12. Distribución porcentual de Comunicación Matemática.....	51
Figuras 13. Distribución porcentual de la representación simbólica	55
Figuras 14. Representación porcentual de: comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros.....	58

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo determinar de qué manera la utilización del Modelo de Van Hiele mejora la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la Institución Educativa José Gabriel Condorcanqui Noguera - Yauyucán, 2024. El estudio se enmarcó en un enfoque cuantitativo, de tipo aplicado y con un diseño pre-experimental con pretest y postest aplicado a un solo grupo. La muestra estuvo conformada por 22 estudiantes a quienes se les aplicó una prueba pedagógica debidamente validada.

Los resultados del pretest revelaron que la mayoría de los estudiantes presentaba niveles críticos de logro, especialmente en las dimensiones de comunicación y representación gráfica, donde el 81,82% se ubicaba en el nivel de Inicio (C). Tras la aplicación de la estrategia didáctica basada en los niveles y fases de aprendizaje de Van Hiele, los resultados del postest mostraron una mejora significativa: el nivel de Logro Satisfactorio (A + AD) en la variable global ascendió del 27,28% al 59,10%, mientras que el nivel de Inicio se redujo al 9,09%.

Específicamente, en la dimensión de representación gráfica, los estudiantes lograron transitar de dibujos bidimensionales simples a construcciones con perspectiva y desarrollos planos precisos. En la dimensión simbólica, el uso correcto de notación y fórmulas aumentó en un 50%. Se concluye que el Modelo de Van Hiele es una herramienta pedagógica eficaz que permite estructurar el razonamiento geométrico de forma jerárquica, logrando que los estudiantes no solo reconozcan poliedros, sino que sean capaces de comunicar sus propiedades y representarlos con rigor matemático.

Palabras clave: Modelo de Van Hiele, Comunicación Matemática, Representación Matemática, Poliedros, Geometría.

ABSTRACT

The objective of this research was to determine how the use of the **Van Hiele Model** improves the ability to communicate and represent mathematical ideas regarding the topic of polyhedra among second-grade students at the José Gabriel Condorcanqui Noguera Educational Institution - Yauyucán, 2024. The study was framed within a quantitative approach, of an applied type, and featured a pre-experimental design with a pretest and posttest applied to a single group. The sample consisted of **22 students** to whom a duly validated pedagogical test was administered.

The pretest results revealed that most students presented critical achievement levels, especially in the dimensions of communication and graphic representation, where **81.82%** were at the **Beginning (C)** level. After the implementation of the didactic strategy based on the Van Hiele learning levels and phases, the posttest results showed significant improvement: the **Satisfactory Achievement (A + AD)** level in the global variable rose from **27.28% to 59.10%**, while the Beginning level dropped to **9.09%**.

Specifically, in the graphic representation dimension, students were able to transition from simple two-dimensional drawings to accurate perspective constructions and plane developments. In the symbolic dimension, the correct use of notation and formulas increased by **50%**. It is concluded that the Van Hiele Model is an effective pedagogical tool that allows for the hierarchical structuring of geometric reasoning, ensuring that students not only recognize polyhedra but are also able to communicate their properties and represent them with mathematical rigor.

Keywords: Van Hiele Model, Mathematical Communication, Mathematical Representation, Polyhedra, Geometry.

INTRODUCCIÓN

A nivel internacional, la enseñanza de la geometría ha enfrentado retos históricos. Según informes de la UNESCO, el aprendizaje de las matemáticas suele priorizar el álgebra y la aritmética, dejando la geometría en un plano secundario o abordándola mediante la memorización de fórmulas. Esto genera que los estudiantes no desarrollem una verdadera alfabetización espacial.

En el contexto peruano, los resultados de la Evaluación Nacional de Logros de Aprendizaje (ENLA) y las pruebas PISA muestran un desempeño bajo en la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización". Muchos estudiantes de secundaria presentan dificultades para visualizar cuerpos tridimensionales y traducirlos a un plano bidimensional.

Específicamente, en la Institución Educativa José Gabriel Condorcanqui Noguera de Yauyucán, se observó que los alumnos de segundo grado tenían serias limitaciones para identificar los elementos de los poliedros (caras, aristas, vértices) y para representarlos gráficamente con perspectiva. Esta situación se debía, en gran medida, al uso de metodologías tradicionales basadas en la repetición y no en el desarrollo progresivo del razonamiento. Ante este escenario, surgió la necesidad de implementar el Modelo de Van Hiele, una teoría que propone una progresión jerárquica del pensamiento geométrico.

La presente investigación ha sido desarrollada en los estudiantes del segundo grado de la Institución Educativa José Gabriel Condorcanqui Noguera –Yauyucán, 2024.

La investigación está estructurada en cuatro capítulos, complementarios entre sí. El primer capítulo contiene los aspectos relacionados con el problema como son: planteamiento del problema, formulación del problema, justificación de la investigación, así como los objetivos de la investigación.

El segundo capítulo comprende el marco teórico, el cual contiene los antecedentes de la investigación, bases teóricas donde se detallan las características y aspectos principales de la didáctica de la matemática, modelo de Van Hiele, determinantes motivacionales, estudios de desarrollo cognoscitivo de Piaget, así como la definición de términos básicos.

El tercer capítulo conforma el marco metodológico referido a la investigación, hipótesis de la investigación, variables de la investigación, tipo de investigación, descripción de la investigación, Unidad de análisis, diseño de la investigación, técnicas e instrumentos seleccionados.

En el cuarto capítulo, hace un recorrido por lo que fue el desarrollo de la investigación y su credibilidad, describiendo sus fases, forma de recogida de los datos y análisis e interpretación de los mismos. Y, por último, se hace una síntesis de las conclusiones más relevantes, consideraciones finales e implicaciones de la investigación, referencias bibliográficas y anexos.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Planteamiento del problema.

En el mundo actual se observa a los estudiantes atrapados en un círculo vicioso de bajo rendimiento y desmotivación, que ocasiona alto porcentaje de desaprobación en las distintas áreas curriculares que aleja al estudiante a cumplir con el compromiso con la escuela. Lo que ahonda el problema es que la desaprobación es permanente y tiene un largo plazo para la solución, tanto para el individuo como para el conjunto de la sociedad. Los estudiantes que no rinden adecuadamente a los 15 años tienen más riesgo de abandonar los estudios por completo como lo manifiesta la UNESCO.

En los resultados de PISA (2018) muestra que, más de uno de cada cuatro estudiantes de 15 años de los países de la OCDE no habían alcanzado un nivel de conocimientos básicos como para las matemáticas, lectura y ciencia, cuantificando esto significa que cerca de 13 millones de estudiantes de 15 años en los 64 países mostraron un bajo rendimiento al menos una asignatura. Por consiguiente, reducir el número de estudiantes con bajo rendimiento es un objetivo conjunto de un sistema educativo. Además, el mayor porcentaje de estos estudiantes provienen de familias desfavorecidas en cultura y socioeconómicamente, por ende para mejorar este problema de los estudiantes se debe organizar programas especiales para alumnos inmigrantes, que hablen idiomas minoritarios o vivan en zonas rurales, es decir utilizar políticas adecuadas y tener la voluntad de ejecutarlas.

El departamento de Cajamarca, se encuentra ubicada en la parte norte de nuestro país, posee una extensión aproximada de 33, 318 km², dividida políticamente en 13 provincias; es considerada una de las regiones más bellas por su gran legado histórico, turístico y cultural.

Según resultados obtenidos en la prueba ECE (2018) a los estudiantes de segundo grado de secundaria, el en área de matemática de esta región muestra que, el 31,7 % se encuentra en inicio, el 42,3 % en proceso y el 26 % en logrado o satisfactorio, esto nos permite conocer el porcentaje de la población estudiantil que necesita mejorar en la mencionada área curricular.

El Distrito de Yauyucán es uno de los once que conforman la Provincia de Santa Cruz, del Departamento de Cajamarca, bajo la administración del Gobierno Regional de Cajamarca, en el norte central del Perú, se encuentra ubicada a una altura 2 400 msnm. Cuenta con cuatro Instituciones Educativas de diferentes niveles educativos.

El problema de investigación planteado se aplica en la Institución Educativa Secundaria “JOSE GRABRIEL CONDORCANQUI NOGUERA” que actualmente posee una población escolar 200 estudiantes, distribuidos en 5 grados y 10 secciones; cuenta a la actualidad con 18 Años de vida institucional al servicio de la colectividad yauyucana y del Perú entero; por sus claustros del saber han pasado diversos profesionales que se encuentran desempeñándose con idoneidad por diversos confines de nuestra patria.

Por consiguiente, se ha observado que los estudiantes del segundo grado de la institución educativa antes mencionada tienen dificultades para desarrollar la capacidad comunicar y representar en el tema poliedros, por esta situación se propone utilizar el modelo de van Hiele, el cual permitirá afianzar conocimientos más resaltantes y a lograr que cada estudiante desarrolle la capacidad antes indicada.

Por otro lado, la masa estudiantil no muestra interés en el área curricular puesto que los docentes no utilizan ningún modelo para desarrollar problemas de geometría, esto permite poca motivación en cada uno de ellos.

El aula del Segundo Grado de la Institución Educativa “JOSE GABRIEL CONDORCANQUI NOGUERA”, que este año 2024, será la muestra de estudio), está constituido por un total de 22 estudiantes de los cuales 10 son damas y doce son varones, la infraestructura es adecuada así como la ventilación y el mobiliario que están completos y en buenas condiciones. La ambientación está acorde con los procesos técnico pedagógico actual.

En cuanto a las características para el aprendizaje mediante la observación puedo atribuirme a mencionar que solo un poco de estudiantes se interesan por su aprendizaje de manera individual y esta característica hace que el aprendizaje sea individualista y poco comunicativa, además poco utilizan material didáctico, los estudiantes cuando se les pide traer material para trabajar en forma de talleres en el aula, algunos cumplen otros esperan que alguien algo se les preste y si eso no se produce simplemente se aíslan del trabajo en el aula.

Por otro lado tienen un concepción que la Matemática es difícil y que solo algunas personas pueden comprenderlo, hasta prefieren faltar en el horario del área de Matemática, expresan que el área de Matemática solo es básico las cuatro operaciones y que los demás contenidos no tiene sentido en su vida y no les sirve para nada, esto permite que tengan dificultades en la capacidad comunica y representa, ideas matemáticas, Capacidad que según las rutas de aprendizaje para el área de Matemática es obligatoria desarrollarlas del 1º al 5º Grado de la EBR, también presentan dificultad para hallar las áreas, en cuanto a los sólidos geométricos, demostrando con ello que estos temas no tienen el mínimo significado en su vida diaria, se niegan trabajar bajo el enfoque de resolución de problemas, así como trabajar con materiales de la zona.

Producto de este accionar en el aula del Segundo Grado los resultados en sus aprendizajes en el área de matemática es bajo; y se hace necesario desde el espacio pedagógico trabajar para cambiar esta concepción y ayudar en el desarrollo de las competencias y capacidades matemáticas. Por este motivo se observa en el proceso docente educativo de los estudiantes dificultades en el logro de la capacidad comunica y representa específicamente en el tema sólidos

geométricos; esto se manifiesta en la dificultad para comprender, razonar, resolver problemas y demostrar situaciones del mundo real.

Así mismo es notorio que los estudiantes, no muestran interés, no practican matemática en su casa; por lo tanto, no refuerzan los conocimientos recibidos en aula, trayendo consigo que al enfrentarse a un examen se obtenga un porcentaje elevado de desaprobados. Todo esto debido a que los métodos que se aplican no se corresponden con las exigencias de una enseñanza desarrolladora, predominan los métodos reproductivos, los estudiantes no son protagonistas de su propio aprendizaje y se hace necesario proponer alternativas de solución en la aplicación de técnicas de aprendizaje cooperativo.

Además, la enseñanza del docente se convertido en mecánico ya que a todos los estudiantes se les enseña los mismos contenidos y de la misma forma para todos. Enseñar no es sólo proporcionar información, sino ayudar a aprender y para ello el docente debe tener un buen conocimiento de sus alumnos, sus ideas o conocimientos previos, qué son capaces de aprender en determinados momentos, su estilo de aprendizaje, la motivación, hábitos de trabajo, los valores y actitudes.

1.2. Formulación del problema.

Problema principal

¿Cómo influye la aplicación del modelo de VAN HIELE en el desarrollo de la capacidad comunicar y representar ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024?

Problemas derivados.

P1. ¿En qué nivel de desarrollo se encuentran los estudiantes del segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024, en la capacidad comunicar y representar ideas matemáticas en el tema de poliedros, antes de la aplicación del modelo Van Hiele?

P2. ¿Cuál es el impacto de la aplicación del modelo de VAN HIELE en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024?

P3. ¿En qué nivel de desarrollo se encuentran los estudiantes del segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024, en la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros, después de la aplicación del modelo Van Hiele?

1.3. Justificación de la investigación.

Se observa en el proceso docente educativo de los estudiantes del 2do grado de educación Secundaria. “José Gabriel Condorcanqui Noguera” del distrito Yauyucán, dificultades en el logro de las capacidad comunica y representa en el tema poliedros, esto se manifiesta en la dificultad para comprender, razonar, resolver problemas y demostrar situaciones del mundo real y proponer alternativas de solución en la aplicación de técnicas y modelos de aprendizaje, de tal modo que el objeto de estudio es el proceso de enseñanza aprendizaje y el objetivo general utilizar el modelo de Van Hiele, sustentado en las teorías científicas del aprendizaje constructivista para superar las dificultades en la comprensión, razonamiento y resolución de problemas matemáticos de los estudiantes del segundo grado de educación Secundaria, de tal modo que se encuentren aptos para lograr mejorar la capacidad de comprensión, razonamiento y resolución de problemas.

El trabajo de investigación a desarrollar se justifica en la necesidad de querer cambiar la realidad latente descrita en el párrafo anterior, para ello trataremos que el educando aprenda a resolver problemas matemáticos comunicando y representando con la ayuda del docente de aula, compañeros, de sus padres y con la aplicación del modelo de

Van Hiele; promoveremos en ellos que logren resolver problemas del mundo real comunicando y representando ideas matemáticas. La investigación será de carácter práctico en casi toda su aplicación al utilizar el enfoque del Ministerio de Educación para mejorar la capacidad en los estudiantes del segundo Grado de educación Secundaria, lo que estamos seguros que contribuirá eficientemente en la adquisición de los conocimientos de las otras áreas de desarrollo personal, encontrando en esta afirmación el presente proyecto educativo, su real finalidad e importancia.

1.3.1. En lo teórico

El presente trabajo recoge los aportes teóricos que apoyan el uso del modelo de Van Hiele en tema de poliedros. El mencionado modelo o Niveles VAN HIELE es una teoría de enseñanza y aprendizaje de la geometría, diseñado por el matrimonio holandés van Hiele, se encasilla dentro de la didáctica de la matemática y específicamente en la didáctica de la Geometría.

El aprendizaje de la geometría se construye pasando por niveles de pensamiento. Según este modelo, se requiere una adecuada instrucción para que los alumnos puedan pasar a través de los distintos niveles, al mismo tiempo, los resultados alcanzados se convertirán en sustento para el aprovechamiento de la enseñanza en la geometría con poliedros. Además, incluye las teorías de aprendizaje constructivistas propuesta por Martínez, A y otros (1998), señala que esta teoría, “se centra en el proceso de aprendizaje del estudiante, el cual debe basarse en su propia actividad creadora, en sus descubrimientos personales, en sus motivaciones intrínsecas”.

Según Ovejero (1999), el aprendizaje cooperativo se define como "una técnica educativa para mejorar el rendimiento y potenciar las capacidades tanto intelectuales como sociales de los estudiantes".

Por otro lado, Polya (1942) menciona que “Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta”. Todas estas teorías ayudarán a la aplicación del modelo Van hiele.

1.3.2. En lo práctico

Siendo importante el desarrollo de la capacidad comunica y representa en el área de matemática se propone sesiones didácticas propuestas ayudan a lograr aprendizajes significativos en dicha área curricular. Mediante el uso del modelo de van hiele, los estudiantes comunicaran y representaran fórmulas de los sólidos geométricos convirtiéndolo en un medio de aprendizaje entretenido y novedoso. El docente muestra, propone reta y guía a los estudiantes en la aventura de aprender de manera significativa mediante el mencionado modelo geométrico.

Este modelo se enmarca mucho en el que el aprendizaje debe ser personal de cada estudiante, el adolescente acá busca su información de poliedros, y en donde el papel del docente es guiarlo y coordinar con él su aprendizaje, él prepara todo para que se cree un ambiente propicio de aprendizaje, además presentará gráficos de poliedros para que los estudiantes investiguen si existen objetos o tipo de materias que tienen la forma de poliedros en el contorno donde viven, de tal manera que el estudiante pueda verificar que los poliedros si se pueden observar en nuestro entorno social y que la matemática especialmente la geometría siempre está presente en nuestras vivencias.

1.3.3. En lo metodológico

Es importante abordar pautas para comprobar el efecto de la utilización del modelo de van hiele en el desarrollo de capacidades del área de matemática, de tal

manera, el presente trabajo realizado sirve como antecedente para que los docentes de Educación Básica Regular de secundaria incorporen el uso del modelo antes mencionado en su labor pedagógica como una alternativa para lograr mejores aprendizajes significativos en sus estudiantes especialmente en los sólidos geométricos.

El método activo a utilizar es el método deductivo e inductivo. El método deductivo es aquél que parte los datos generales aceptados como valederos, para deducir por medio del razonamiento lógico, varias suposiciones, es decir; parte de verdades previamente establecidas como principios generales, para luego aplicarlo a casos individuales y comprobar así su validez.

Por otro lado, la inducción va de lo particular a lo general. Empleamos el método inductivo cuando de la observación de los hechos particulares obtenemos proposiciones generales, o sea, es aquél que establece un principio general una vez realizado el estudio y análisis de hechos y fenómenos en particular. En tal sentido también se realizará el ensayo error para la resolución de problemas con poliedros.

1.4. Delimitación.

El desarrollo de este trabajo de investigación enfrentó una serie de limitaciones de tipo espacial, temporal, científica y social.

1.4.1. Espacial

El presente trabajo de investigación, tendrá como limitación espacial el distrito de Yauyucán, provincia Santa Cruz, departamento Cajamarca, Institución Educativa Secundaria “José Gabriel Condorcanqui Noguera”. La cobertura poblacional comprende los estudiantes del segundo grado los cuales se encuentran entre 12-14 años de edad.

1.4.2. *Temporal*

El presente trabajo se desarrolló desde el 16 de marzo hasta el 15 de mayo del 2024.

1.4.3. *Científica*

Se centra en el área de matemática y en la utilización del modelo Van Hiele para mejorar capacidad comunica y representa en el tema de poliedros.

1.4.4. *Social*

Los beneficiarios del mencionado trabajo de investigación son los estudiantes de segundo grado de la Institución Educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera” - Yauyucán.

1.5. Objetivos de la investigación

1.5.1. *Objetivo general*

Determinar la influencia del modelo de VAN HIELE en el desarrollo de la capacidad comunica y representa de ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera” - Yauyucán durante el año 2024.

1.5.2. *Objetivos específicos*

O1. Establecer el nivel de desarrollo de los estudiantes del segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024, en la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros, antes de la aplicación del modelo Van Hiele.

O2. Evaluar el impacto de la aplicación del modelo de VAN HIELE en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024.

O3. Establecer el nivel de desarrollo se encuentran los estudiantes del segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024, en la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros, después de la aplicación del modelo Van Hiele.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación

Contexto Internacional

Orozco (2021), en su tesis titulada “Caracterización del razonamiento geométrico de estudiantes de secundaria en un ambiente de geometría dinámica aplicando el modelo de Van Hiele”, tuvo como objetivo determinar las características del razonamiento geométrico en estudiantes de tercer grado de secundaria, al realizar actividades apoyadas por un ambiente de geometría dinámica. En su estudio, de tipo cualitativo y diseño experimental, se evidenció que el uso de estos ambientes favoreció el reconocimiento de elementos de figuras, permitió identificar propiedades, y facilitó la clasificación de figuras en familias. Además, se observaron avances en los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de Van Hiele. Estos hallazgos respaldan la efectividad del modelo como herramienta pedagógica en la enseñanza de la geometría.

Hernández, eta al. (2021) en su tesis “*Explorando los Conceptos de Polígonos y Poliedros desde el Modelo de Van Hiele*”, La investigación analizó los niveles de razonamiento geométrico de estudiantes de secundaria al abordar problemas relacionados con polígonos y poliedros, siguiendo el modelo de Van Hiele. Se implementó un banco de preguntas utilizando el software educativo "Viaje por la Geometría". Los hallazgos mostraron que los estudiantes alcanzaron un buen nivel de razonamiento al reconocer, analizar y clasificar figuras, así como al aplicar el teorema de Euler para establecer relaciones entre caras, vértices y aristas de los poliedros.

Contexto Nacional

Chavarría y Pallarco (2020), en su estudio “*Modelo Van Hiele y niveles de razonamiento geométrico de triángulos en estudiantes de Huancavelica*”, concluyeron

que la aplicación del modelo Van Hiele generó una mejora significativa en el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes del sexto ciclo de educación básica regular. Utilizando un diseño preexperimental con pretest y postest, se demostró que hubo un avance notable en la comprensión de los triángulos tras la intervención didáctica basada en dicho modelo.

Kajekui (2020), en su investigación “*Modelo Van Hiele y el aprendizaje de la geometría en estudiantes de cuarto grado de primaria, IE 16718, Achu, Imaza*”, también obtuvo resultados positivos en estudiantes de primaria. Su estudio experimental mostró que el grupo intervenido con actividades basadas en el modelo Van Hiele obtuvo un rendimiento superior en comparación con el grupo de control, evidenciando así una influencia positiva del modelo en el aprendizaje de la geometría desde etapas tempranas.

Estos estudios respaldan de manera consistente el uso del modelo Van Hiele como una herramienta eficaz para mejorar el razonamiento geométrico en diferentes niveles educativos, y refuerzan su aplicabilidad en contenidos como los poliedros, donde los estudiantes deben identificar, clasificar y comunicar características espaciales de figuras tridimensionales.

E. J. Ayala (2024) en su tesis “*Modelo de Van Hiele y su efecto en el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes del primer grado de secundaria*”, Este estudio evalúa el efecto del modelo de Van Hiele en el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de primer grado de secundaria. Se aplicó un diseño cuasi-experimental con grupos de control y experimental, utilizando pretest y postest para medir los niveles de razonamiento geométrico. Los resultados indican que la aplicación del modelo de Van Hiele tiene un efecto positivo significativo en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes.

Contexto Nacional

Oblitas (2021) en su tesis “Aplicación del modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría en estudiantes de secundaria en Cajamarca”, analiza la aplicación del modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría a estudiantes de secundaria en Cajamarca. Se enfoca en cómo los diferentes niveles de razonamiento geométrico propuestos por Van Hiele pueden ser utilizados para mejorar la comprensión de conceptos geométricos, incluyendo los poliedros. El estudio proporciona una descripción detallada de los cinco niveles del modelo y su implementación en el aula.

Plasencia (2019), “*Estrategias metodológicas sustentadas en la teoría de Van Hiele para mejorar el nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes del 4º “B” de la Institución Educativa Julio Ramón Ribeyro, La Paccha, distrito y provincia de Cajamarca*”, Esta investigación se desarrolló en la Institución Educativa Julio Ramón Ribeyro, ubicada en el centro poblado La Paccha, distrito y provincia de Cajamarca. El estudio surge del análisis de la problemática detectada en el aula, donde los estudiantes manifestaron carencias al identificar figuras geométricas, analizar propiedades, elaborar conceptos, realizar deducciones y demostraciones. La muestra estuvo constituida por 32 estudiantes del cuarto grado “B”. El objetivo general fue incrementar el nivel de pensamiento geométrico mediante la aplicación de estrategias metodológicas basadas en la teoría de Van Hiele. Los resultados demostraron mejoras significativas en los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes, evidenciadas en los cuadros y gráficos estadísticos derivados del pretest y postest.

2.2. Marco teórico-conceptual de la investigación.

La presente investigación se enmarca dentro del campo de estudio de la Didáctica de la Matemática, una rama de la pedagogía y de las ciencias de la educación que se ocupa del estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Esta disciplina se encarga de analizar, diseñar, aplicar y evaluar métodos, estrategias y modelos que permitan mejorar la comprensión y expresión del pensamiento matemático en los estudiantes.

Una de las teorías fundamentales en el ámbito de la enseñanza de la geometría es el Modelo de Van Hiele, desarrollado por los investigadores neerlandeses Pierre van Hiele y Dina van Hiele-Geldof (1957). Este modelo describe cinco niveles jerárquicos de razonamiento geométrico que los estudiantes atraviesan en su desarrollo cognitivo respecto a las figuras geométricas:

1. Visualización
2. Análisis
3. Orden informal o deducción
4. Deducción formal
5. Rigor

Dicha teoría se basa en principios del constructivismo y está estrechamente relacionada con la psicología cognitiva del aprendizaje, ya que establece que el progreso entre los niveles no es automático, sino que requiere instrucción específica y bien diseñada. Cuál es la ciencia que estudia a la variable o teoría

Niveles de Van Hiele: Denominación y descripción

Los niveles son cinco y se suelen nombrar con los números del 1 al 5, sin embargo, es más utilizada la notación del 0 al 4. Estos niveles se denominan de la siguiente manera:

NIVEL 0: Visualización o reconocimiento.

NIVEL 1: Análisis.

NIVEL 2: Ordenación o clasificación.

NIVEL 3: Deducción formal.

NIVEL 4: Rigor.

Dado que el nivel 4 se piensa que es inalcanzable para los estudiantes y muchas veces se prescinde de él, además, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles. Es importante señalar que, un o una estudiante puede estar, según el contenido trabajado, en un nivel u otro distinto. A continuación, vamos a describir cuáles son las características de cada nivel. Desde las perspectivas del aprendizaje de los estudiantes.

Nivel 0: Visualización O Reconocimiento. Tres son las características fundamentales de este nivel:

1. Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.
2. Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc). No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.
3. No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo.

Nivel 1: Análisis

1. Se perciben las componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación.
2. De una manera informal pueden describir las figuras por sus propiedades pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en Geometría se elaboran a partir de propiedades no pueden elaborar definiciones.
3. Experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades.

4. Sin embargo, no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

Nivel 2: Ordenación O Clasificación.

Antes de señalar las características del nivel conviene señalar que, en el anterior nivel, los estudiantes empiezan a generalizar, con lo que inician el razonamiento matemático, señalando qué figuras cumplen una determinada propiedad matemática pero siempre considerará las propiedades como independientes no estableciendo, por tanto, relaciones entre propiedades equivalentes. Alcanzar este nivel significa que:

Se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Esto es importante pues conlleva entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren.

1. Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Esto significa que reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones.
2. Siguen las demostraciones pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura. Esto se debe a que su nivel de razonamiento lógico son capaces de seguir pasos individuales de un razonamiento pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia les impide captar la naturaleza axiomática de la Geometría.

Nivel 3: Deducción formal.

1. En este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas.

2. Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.
3. Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se puedan realizar distintas formas de demostraciones para obtener un mismo resultado.
4. Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto nivel de razonamiento lógico, se tiene una visión globalizadora de las Matemáticas.

Nivel 4: Rigor.

1. Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.
2. Se puede trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

2.2.2. Fases del modelo de Van Hiele para el aprendizaje de la Geometría.

Según las rutas de aprendizaje (2015) muestra que:

El modelo de enseñanza de Van Hiele marca la pauta que se debe seguir en el aprendizaje de la geometría. El modelo explica, al mismo tiempo, cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y cómo es posible ayudarlos a mejorar la calidad de su razonamiento. El modelo consta de una serie de etapas de razonamiento que permiten analizar el aprendizaje de la geometría. Así como de niveles de razonamiento los que están graduados curricularmente en los indicadores de los grados.

- a. **Interrogación:** En esta etapa el docente y los estudiantes conversan sobre los conocimientos aprendidos. Mediante preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los estudiantes y el camino a seguir en las actividades

siguientes. Se reconoce, hacen observaciones y se introduce un vocabulario específico de la geometría para el grado. El docente se informa del conocimiento previo que tienen los estudiantes sobre el tema.

- b. **Orientación dirigida:** Los estudiantes exploran el tema de estudio con materiales que el docente ha secuenciado cuidadosamente. Aquí la capacidad didáctica del docente se va a necesitar, debido a que debe plantear una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los estudiantes descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc., las ideas, conceptos, propiedades o relaciones que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel. Se recomienda dividir la clase en grupos de trabajo, con la intención de que cualquier estudiante que no sepa abordar la situación planteada pueda ser ayudado directamente por algún miembro del grupo.
- c. **Explicación:** Los estudiantes expresan e intercambian sus visiones sobre las estructuras que han sido observadas, y construyen sobre sus experiencias previas. La interacción entre estudiantes es importante, ya que los obliga a ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás. Cada grupo expondrá al resto de la clase los logros alcanzados. Lo hará mediante un portavoz elegido libremente. Cada vez que el equipo sea interpelado, intervendrá un portavoz diferente. El docente asiste a los estudiantes en el uso cuidadoso y apropiado del lenguaje y a la participación de todos.
- d. **Orientación libre:** Es el momento de la investigación en la clase (introducción de problemas), de la diferenciación y actividades de apoyo (ejercicios de consolidación y de recuperación). Los estudiantes enfrentan retos más complejos. Desafíos con muchos pasos que pueden ser resueltos de varias formas.

Por ello, estas actividades deberán ser lo suficientemente abiertas, lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras o

puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea los obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más potente.

- e. **Integración:** La primera idea importante es que, en esta fase, no se trabajan contenidos nuevos, sino que solo se sintetizan los ya trabajados. Se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la ya existente. Los estudiantes revisan y resumen lo que han aprendido sobre los objetos y sus relaciones, con el objetivo de tener una vista panorámica. El docente puede apoyar esta síntesis exponiendo visiones globales, recopilando el trabajo de los estudiantes; ordenará los resultados a partir de las situaciones vividas en clase y su conocimiento como matemático experto.

2.2.3. Teoría del desarrollo de Piaget.

De la Torre (2003) afirma que Piaget contribuyó de manera importante a la psicología experimental con su punto de vista genético, el cual lo llevó a estudiar el desarrollo de las funciones cognitivas, es decir, aquellas que proporcionan un conocimiento del mundo externo. Piaget concibió el desarrollo cognitivo del individuo como un avance gradual hacia el logro de una adaptación inteligente al entorno, que se manifiesta por un equilibrio más completo. Afirma, además, que dos de las nociones más fértiles introducidas por Piaget son la asimilación y el acomodamiento, íntimamente asociadas con los conflictos cognitivos que se presentan en los períodos de transición entre una fase dada y la siguiente.

De acuerdo con Campbell (2006), Piaget fue el primero que presentó el concepto de niveles de aprendizaje y sustentó que el paso de un nivel a otro del

conocimiento se daba por cambios biológicos, además de que el nivel siguiente era innato una vez que los estudiantes se percataban de este.

Asimismo, afirma que Piaget describía el desarrollo del individuo a través de cuatro niveles de desarrollo: sensomotor (0-2 años), pre operacional (2-7 años), operaciones concretas (7-11 años) y operaciones formales (11 años en adelante). Piaget, de acuerdo con el autor, afirma que el lenguaje no tiene mucho que ver con el desarrollo cognitivo en general.

Tabla 1. Piaget VS Van Hiele

TEORÍA	PIAGET	VAN HIELE
SEMEJANZAS	En ambos modelos el desarrollo de conceptos espaciales y geométricos se da como una secuencia desde planteamientos inductivos y cualitativos hacia razonamientos cada vez más deductivos y abstractos.	Ambos modelos se basan en niveles o etapas de carácter recursivo
DIFERENCIAS	Es una teoría del desarrollo no del aprendizaje. En este el proceso de la geometría. Se plantea el problema de cómo el aprendizaje es considerado como un proceso madurativo, por lo que el valor de ayudar a los estudiantes a pasar de un nivel de razonamiento a otro la enseñanza, es disminuido.	Es una teoría de la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Se plantea el problema de cómo ayudar a los estudiantes a pasar de un nivel de razonamiento a otro
	No otorga gran importancia al lenguaje como promotor del paso de un nivel de razonamiento al siguiente	El lenguaje juega un papel muy decisivo en el paso de un nivel a otro y se desarrolla en niveles de forma paralela a los niveles de razonamiento. La estructuración del lenguaje se va construyendo de forma pareja a la estructuración geométrica visual y a la estructuración abstracta del pensamiento
	Está a favor del movimiento de las Matemáticas modernas, vigente al momento de su surgimiento.	En contra del movimiento de Matemáticas modernas, pues se aproxima más a la naturaleza del conocimiento matemático visto como actividad, inducción e investigación que avanza desde el empirismo hasta la abstracción.

Para Piaget los niños nacen dotados de una estructura superior y solo necesitan tomar conciencia de ella.	Los Van Hiele conciben las estructuras de nivel superior como el resultado del estudio de un nivel inferior para convertirse estas en una nueva estructura
El desarrollo del espíritu humano conduce a ciertos conceptos Teóricos	Los conceptos son construcciones humanas resultantes de procesos de aprendizaje en los cuales interviene el periodo histórico

Nota: La teoría de Piaget nos permite conocer que cada estudiante aprende de acuerdo a su madurez, basada en etapas del desarrollo humano.

2.2.4. Teoría Constructivista del aprendizaje.

Martínez y otros (1998), señala que esta teoría, “se centra en el proceso de aprendizaje del estudiante, el cual debe basarse en su propia actividad creadora, en sus descubrimientos personales, en sus motivaciones intrínsecas”, lo cual hará que la labor del educador, sea la de un “orientador, guía, animador, teniendo en cuenta que él no es la fuente de la información”. Esta teoría se opone a la pura exposición de información por parte del docente, porque para este enfoque aprender “es inventar, descubrir y crear”.

Lo dicho anteriormente lo afirma el autor que el educando, para que tenga un verdadero aprendizaje, debe integrar su estructura lógica y cognoscitiva, los datos de la realidad, el cómo lo ve él; lo cual estará lleno de tanteos, de avances, retrocesos, que el educador puede orientar, mediante la elección de las situaciones didácticas más apropiadas en cada momento, teniendo en cuenta las motivaciones, deseos, intereses del estudiante, para que así el niño construya sus propios conocimientos realmente operativos, permanentes, generalizables a contextos diferentes del aprendizaje, lo cual hace que estos nuevos saberes permanezcan en él toda su vida.

2.2.5. Enfoque de la resolución de problemas.

Toda actividad matemática tiene como escenario la resolución de problemas planteados a partir de situaciones. El aprendizaje de la matemática es un proceso de indagación y reflexión social e individual en el que se construye y reconstruye los conocimientos durante la resolución de problemas. Las emociones, actitudes y creencias actúan como fuerzas impulsadoras del aprendizaje.

La metacognición y la autorregulación propicia la reflexión y mejora el aprendizaje de la Matemática. Implica el reconocimiento de aciertos, errores, avances y dificultades. La enseñanza de la matemática pone énfasis en el papel del docente como mediador, al promover la resolución de problemas considerando su solución óptima, su reconstrucción, organización y uso en nuevas situaciones. Así como gestionar los errores que surgieron en este proceso.

2.2.6. Rasgos del Enfoque Centrado en la Resolución de Problemas.

El enfoque es el punto de partida para enseñar y aprender matemática.

- ✓ La resolución de problemas debe de plantearse en diversos contextos lo cual permite desarrollar el pensamiento matemático
- ✓ La resolución de problemas orienta el desarrollo de competencias y capacidades matemáticas
- ✓ La resolución de problemas debe de responder a los intereses y necesidades de los estudiantes
- ✓ La resolución de problemas sirve de contexto para comprender y establecer relaciones entre experiencias conceptos y representaciones matemáticas.

2.2.7. El modelo de van hiele como estrategia didáctica.

Es una teoría de enseñanza y aprendizaje de la geometría, diseñado por el

matrimonio holandés van Hiele. El modelo tiene su origen en 1957, en las disertaciones doctorales de Dina van Hiele-Geldof y Pierre van Hiele en la Universidad de Utrecht, Holanda. El libro original donde se desarrolla la teoría es *Structure and Insight: A theory of mathematics education*.

La teoría se encasilla dentro de la didáctica de la matemática y específicamente en la didáctica de la Geometría.

Niveles

Los niveles van Hiele son cinco, se suelen nombrar con números del 1 a 5, siendo esta notación la más utilizada; aunque también existe la notación del 0 al 4.

Nivel 0: Visualización o Reconocimiento

Nivel 1: Análisis

Nivel 2: Ordenación o clasificación

Nivel 3: Deducción Formal

Nivel 4: Rigor

Nivel 0: En este nivel los objetos se perciben en su totalidad como un todo, no diferenciando sus características y propiedades. Las descripciones son visuales y tendientes a asemejarlas con elementos familiares.

Ejemplo: identifica poliedros en un conjunto de figuras. Identifica el número de cara en diferentes posiciones en imágenes.

Nivel 1: Se perciben propiedades de los objetos geométricos. Pueden describir objetos a través de sus propiedades (ya no solo visualmente). Pero no puede relacionar las propiedades unas con otras.

Ejemplo: un poliedro regular tiene caras iguales. El estudiante identifica una figura por su apariencia, como un todo, pero no se establecen relaciones entre los elementos que la determinan. Por ejemplo, sabe decir qué figura es un poliedro, pero no es capaz de verbalizar que en el caso del poliedro regular las caras poligonales son iguales y no así en el poliedro irregular.

Nivel 2: Describen los objetos y figuras de manera formal. Entienden los significados de las definiciones. Reconocen como algunas propiedades derivan de otras. Establecen relaciones entre propiedades y sus consecuencias. Los estudiantes son capaces de seguir demostraciones. Aunque no las entienden como un todo, ya que, con su razonamiento lógico solo son capaces de seguir pasos individuales.

Ejemplo: En un poliedro regular las caras son iguales e implican que las aristas tienen igual medida.

Nivel 3: En este nivel se realizan deducciones y demostraciones. Se entiende la naturaleza axiomática y se comprende las propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos. Van Hiele llama a este nivel la esencia de la matemática

Ejemplo: demuestra de forma sintética o analítica que las aristas formando un ángulo triedro.

Nivel 4: Se trabaja la geometría sin necesidad de objetos geométricos concretos. Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se puede analizar y comparar. Se aceptará una demostración contraria a la intuición y al sentido común si el argumento es válido.

Dado que el nivel 5 se piensa que es inalcanzable para los estudiantes y muchas

veces se prescinde de él, además, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles. Es importante señalar que, un o una estudiante puede estar, según el contenido trabajado, en un nivel u otro distinto.

2.2.8. *La capacidad comunica y representa ideas matemáticas en poliedros.*

La capacidad “Comunica y representa ideas matemáticas” forma parte de la competencia matemática del área de Matemática del Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB) del Perú:

“Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”, una de las cuatro competencias del área de matemática. Esta capacidad permite al estudiante expresar, interpretar y representar ideas, relaciones y procedimientos matemáticos mediante diversos lenguajes: gráfico, simbólico, numérico, verbal o manipulativo.

En el caso de la geometría, y específicamente del estudio de los poliedros, esta capacidad se manifiesta cuando los estudiantes:

- Representan cuerpos geométricos tridimensionales en forma concreta o gráfica (dibujos, redes, vistas, etc.).
- Expresan, comparan y justifican las propiedades de los poliedros (caras, vértices, aristas, clasificación).
- Utilizan términos geométricos precisos para comunicar ideas.
- Interpretan representaciones dadas para obtener o explicar información matemática.

Desde una perspectiva teórica, esta capacidad se sustenta en los siguientes

marcos conceptuales:

Teoría de la representación semiótica (Duval, 1993), que señala que para comprender verdaderamente un concepto matemático es necesario poder operar con distintas representaciones (visuales, simbólicas, verbales) y traducir entre ellas. En el caso de los poliedros, esto implica representar un cubo mediante un dibujo en perspectiva, una red (desarrollo plano), una descripción verbal y una expresión simbólica.

Enfoque del aprendizaje por competencias, que orienta el diseño del currículo peruano. Este enfoque promueve el desarrollo de habilidades complejas y transferibles, como comunicar y representar, las cuales permiten al estudiante desenvolverse en situaciones reales o simuladas con autonomía. Las competencias no son solo conocimientos teóricos, sino la integración de saberes para actuar eficazmente (Tobón, 2010).

Constructivismo, principalmente en su vertiente sociocultural (Vygotsky, 1978), que postula que el aprendizaje significativo ocurre cuando los estudiantes construyen conocimiento a partir de sus experiencias, apoyados por el lenguaje, la interacción y las herramientas culturales. En este sentido, comunicar y representar ideas matemáticas es también un acto social y cognitivo que favorece la interiorización del conocimiento geométrico.

En la enseñanza de los poliedros, esta capacidad es clave, ya que el estudiante debe identificar sus características (caras, aristas, vértices), clasificarlos, representarlos en distintas vistas o redes, comparar propiedades y expresar relaciones entre elementos. El uso del modelo de Van Hiele en este contexto resulta pertinente, pues facilita el desarrollo progresivo del razonamiento

geométrico, lo cual fortalece la comprensión conceptual y, por tanto, la habilidad de comunicar y representar con propiedad.

Es por ende la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas y expresarlas de forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas y símbolos, y transitando de una representación a otra.

La comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta (Niss, 2002). Las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.

La consolidación del conocimiento matemático, es decir, de conceptos, se completa con la representación simbólica (signos y símbolos) de estos y su uso a través del lenguaje matemático, simbólico y formal. Es importante resaltar que en cada nivel de representación se evidencia ya un nivel de abstracción. Es decir, cuando el niño es capaz de transitar de un material concreto a otro, o de un dibujo a otro, va evidenciando que está comprendiendo las nociones y conceptos y los va independizando del tipo de material que está usando. Por ejemplo, representar una cantidad formada por 6 figuritas con chapitas, con los cubitos del material Base Diez o representarla con la regleta verde oscuro de valor 6, implica para el niño ir construyendo progresivamente la noción de cantidad. De igual manera sucede con la representación pictórica, se debe fomentar que cuando el niño realice representaciones pictóricas, pueda transitar entre ellas. Por ejemplo, representar 8

carritos dibujándolos tal cual o que pueda dibujar 8 bolitas u otros íconos para representar a los 8 carritos iniciales.

El manejo y uso de las expresiones y símbolos que constituyen el lenguaje matemático, se va adquiriendo de forma gradual en el mismo proceso de construcción de conocimientos. Conforme el estudiante va experimentando o explorando las nociones y las relaciones, va expresándolas de forma coloquial al principio, para luego pasar al lenguaje simbólico y, finalmente, dar paso a expresiones más técnicas y formales que permitan expresar con precisión las ideas matemáticas y que además responden a una convención.

A diario, en nuestro entorno cotidiano se nos presentan diversas oportunidades para enfrentarnos a problemas espaciales. A través de estas, vamos construyendo un conjunto de referencias que nos permiten ubicarnos y ubicar cuerpos. Así, por ejemplo, montar una bicicleta, ajustar una pieza de mobiliario, ordenar un equipo de música o poner un ventilador de techo involucra retos como reconocer instrucciones, palabras que expresan referentes de dirección de arriba y abajo, adelante y atrás, etc., objetos físicos entre otros.

En este sentido, aprender geometría relacionada a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática.

La competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización implica desarrollar progresivamente el sentido de la ubicación en el espacio, la interacción con los objetos, la comprensión de propiedades de las formas y cómo estas se interrelacionan, así como la aplicación

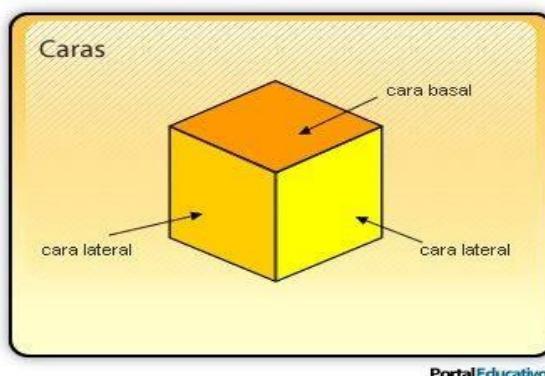
de estos conocimientos al resolver diversos problemas.

2.2.9. *Poliedros.*

Son sólidos geométricos de muchas caras, que contienen los siguientes elementos:

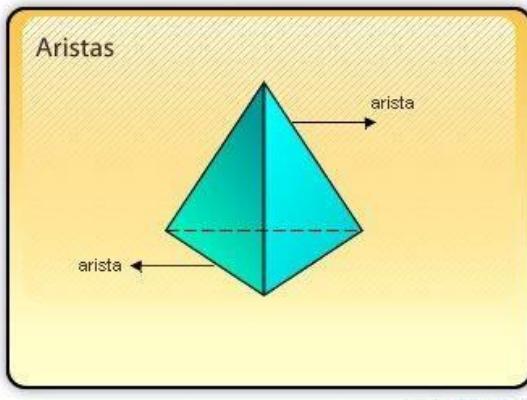
Caras: Son las superficies planas que forman el poliedro, las cuales se interceptan entre sí.

Figuras 1. Caras de un Poliedro



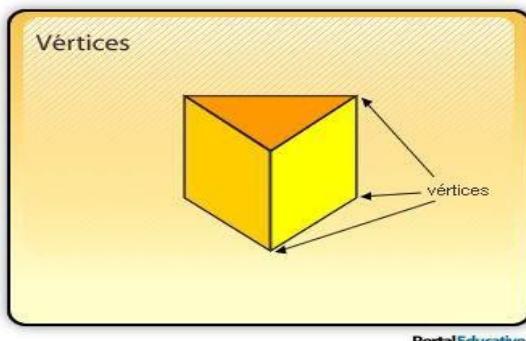
Aristas: Son los segmentos formados por la intersección de dos caras.

Figuras 2. Aristas de un poliedro.



Vértices: Son los puntos donde se interceptan 3 o más aristas.

Figuras 3. Intersección entre 2 o más aristas



PortalEducativo

Clases de Poliedros: Se distinguen dos clases de poliedros:

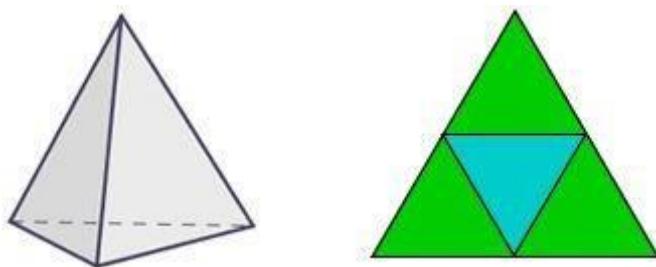
1. Los Poliedros Regulares

Son aquellos cuyas caras son todos polígonos regulares iguales y coincide el mismo número de ellas en cada vértice. Los poliedros regulares Existen solo cinco poliedros regulares: Tetraedro, Cubo, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro.

El Tetraedro: Compuesto por cuatro caras con forma de triángulos equiláteros.

Tiene cuatro vértices y seis aristas.

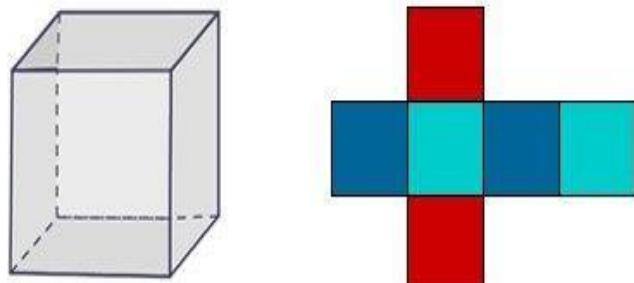
Figuras 4. Tetraedro.



El Cubo: Está compuesto por seis caras cuadradas; motivo por el cual se le conoce también con el nombre de hexaedro regular, (hexaedro = cuerpo con 6 caras). Tiene 8

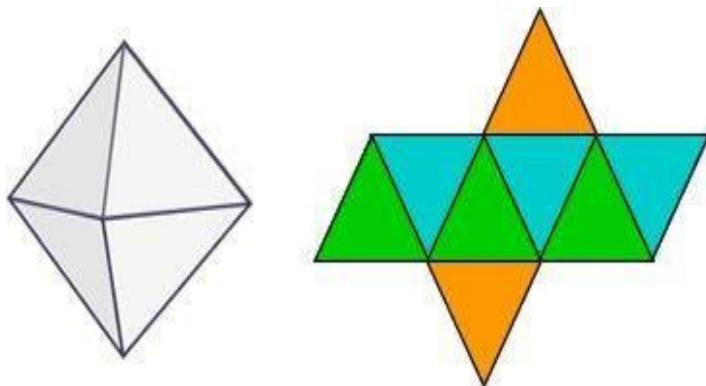
vértices y 12 aristas.

Figuras 5. Cubo.



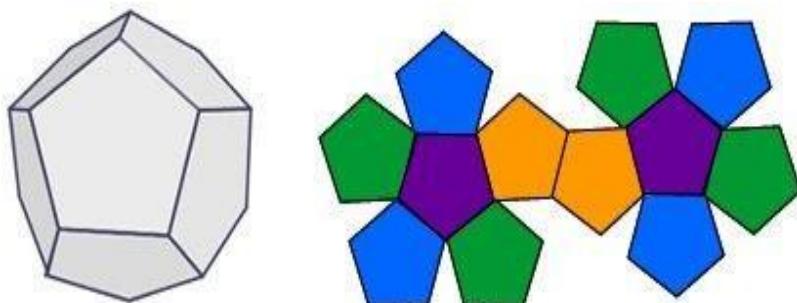
El Octaedro: Compuesto por ocho caras con forma de triángulos equiláteros, en forma de dos pirámides unidas por sus bases. Tiene 6 vértices y 12 aristas.

Figuras 6. Octaedro.



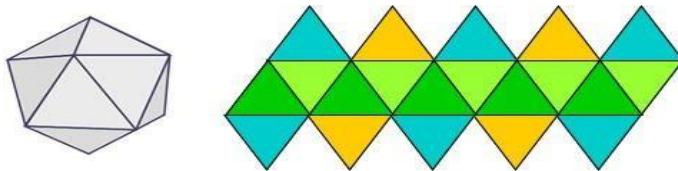
El Dodecaedro: Compuesto por doce caras con forma de pentágono. Tiene 20 vértices y 30 aristas.

Figuras 7. Dodecaedro.



El Icosaedro: Compuesto por veinte caras con forma de triángulos equiláteros, que tiene un eje plano hexagonal. Tiene 12 vértices y 30 aristas.

Figuras 8. Icosaedro.

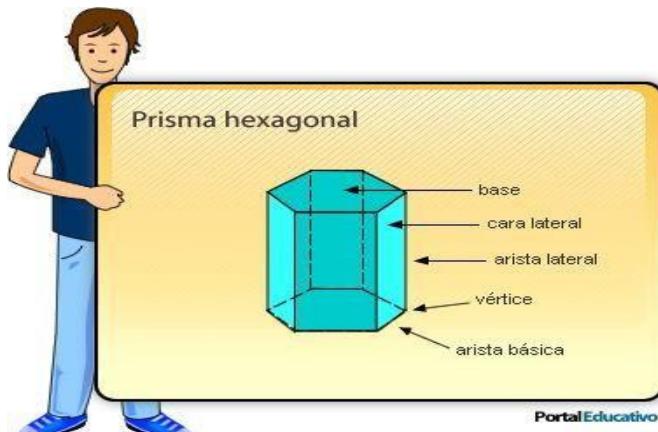


2. **Los poliedros irregulares:** Los poliedros son irregulares cuando los polígonos (figuras geométricas planas) que lo forman, no son todos iguales (por ejemplo, una piedra preciosa tallada, o los caireles de una lámpara).

La representación gráfica de los cuerpos geométricos en general, presenta la dificultad de que, teniendo tres dimensiones, solamente pueden representarse en el plano dos dimensiones; por lo cual se recurre a una técnica de dibujo, la perspectiva, que permite dar la sensación tridimensional. Los poliedros irregulares se clasifican básicamente en:

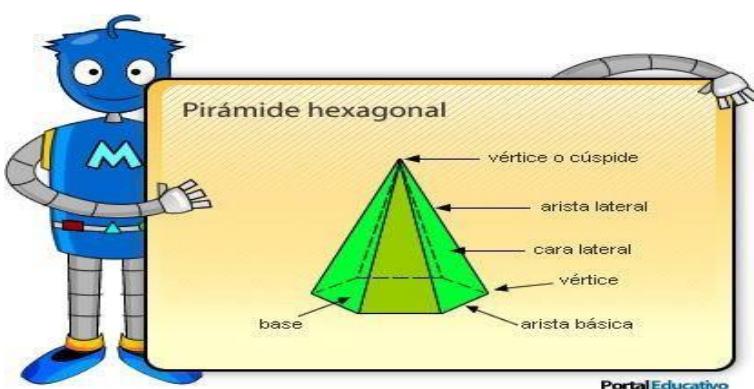
Prisma: Está constituido por dos bases poligonales e iguales y sus caras laterales son paralelogramos. Según el número de lados de la base se le da el nombre al prisma. *Por ejemplo:* Prismas triangular (sus bases son un triángulo), Prismas cuadrangulares (sus bases son cuadrados), Prisma pentagonal (sus bases son pentágonos), Prisma hexagonal (sus bases son hexágonos), etc.

Figuras 9. Prisma.



Pirámide: Es una figura tridimensional constituida por una base poligonal y por caras laterales cuyas aristas concurren a un punto del espacio llamado cúspide o vértice común, por lo tanto las caras laterales siempre serán triangulares. El eje o altura de la pirámide es la línea que va del vértice al centro de la base. La apotema lateral de una pirámide regular es la altura de cualquiera de sus caras laterales.

Figuras 10. Pirámide.



2.3. Definición de términos

- Competencia:** Llamamos competencia a la facultad que tiene una persona para actuar conscientemente en la resolución de un problema o el cumplimiento de exigencias complejas, usando flexible y creativamente sus conocimientos y habilidades, información o herramientas, así como sus valores, emociones y actitudes.

- b. Capacidad:** Desde el enfoque de competencias, hablamos de «capacidad» en el sentido amplio de «capacidades humanas». Así, las capacidades que pueden integrar una competencia combinan saberes de un campo más delimitado.
- c. Indicador de desempeño:** Llamamos desempeño al grado de desenvoltura que un estudiante muestra en relación con un determinado fin. Es decir, tiene que ver con una actuación que logra un objetivo o cumple una tarea en la medida esperada. Un indicador de desempeño es el dato o información específica que sirve para planificar nuestras sesiones de aprendizaje y para valorar en esa actuación el grado de cumplimiento de una determinada expectativa.
- d. Modelo Matemático:** Es el que describe teóricamente un objeto que existe fuera del campo de las Matemáticas. Las previsiones del tiempo y los pronósticos económicos.
- e. Geometría:** Es una parte de la matemática que se encarga de estudiar las propiedades y las medidas de una figura en un plano o en un espacio. Para representar distintos aspectos de la realidad, la geometría apela a los denominados sistemas formales o axiomáticos (compuestos por símbolos que se unen respetando reglas y que forman cadenas, las cuales también pueden vincularse entre sí) y a nociones como rectas, curvas y puntos, entre otras.
- f. Teoría:** El concepto de teoría dispone de un uso frecuente en nuestro idioma dado que lo utilizamos muchísimo para designar a aquella cuestión que se piensa acerca de algo o alguien, pero de la que aún no se dispone una fiabilidad absoluta, es decir, se trata de un conocimiento absolutamente especulativo sobre algo del que no se puede garantizar totalmente su realidad o verdad. Aunque claro, es totalmente válido de expresarse, más allá de este detalle.
- g. Comunicación:** La comunicación es el proceso de transmisión de información entre un emisor y un receptor que decodifica e interpreta un determinado mensaje.

h. Representación: Es la acción y efecto de representar figuras o palabras, referir, sustituir a alguien, ejecutar una obra en público, por lo tanto, puede tratarse de la idea o imagen que sustituye a la realidad.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1. Hipótesis de investigación.

El modelo de VAN HIELE mejora significativamente el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera” - Yauyucán durante el año 2024.

Hipótesis específicas

H1. El nivel de desarrollo de los estudiantes del segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024, en la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros, antes de la aplicación del modelo Van Hiele se encuentra en inicio.

H2. El nivel de desarrollo se encuentran los estudiantes del segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024, en la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros, después de la aplicación del modelo Van Hiele se encuentra en logro esperado.

3.2. Variables de la investigación.

3.2.1. Variable 1: Modelo de Van Hiele.

Según este modelo, se requiere una adecuada instrucción para que los alumnos puedan pasar a través de los distintos niveles. En relación a esto, los Van Hiele proponen

cinco fases secuenciales de aprendizaje: información, orientación guiada o dirigida, explicitación, orientación libre e integración. Ellos afirman que, al desarrollar la instrucción de acuerdo a esta secuencia, se puede promover al alumno al nivel siguiente del que se encuentra. Estos niveles no van asociados a la edad, y cumplen las siguientes características:

- No se puede alcanzar el nivel n sin haber pasado por el nivel anterior n-1, o sea, el progreso de los alumnos a través de los niveles es secuencial e invariante.
- Lo que es implícito en un nivel de pensamiento, en el nivel siguiente se vuelve explícito.
- Cada nivel tiene su lenguaje utilizado (símbolos lingüísticos) y su significatividad de los contenidos (conexión de estos símbolos dotándolos de significado).
- Dos estudiantes con distinto nivel no pueden entenderse.

Los niveles o fases de Van Hiele son cinco, se suelen nombrar con números del 1 a 5, siendo esta notación la más utilizada; aunque también existe la notación del 0 al 4.

Tabla 2. Niveles de Van Hiele.

Niveles	Fases
Nivel 0: Visualización o Reconocimiento	Información
Nivel 1: Análisis	Orientación guiada o dirigida
Nivel 2: Ordenación o clasificación	Explicación
Nivel 3: Deducción Formal	Orientación libre
Nivel 4: Rigor	Integración

Nota. Elaboración propia.

Es importante señalar que, un o una estudiante puede estar, según el contenido trabajado, en un nivel u otro distinto.

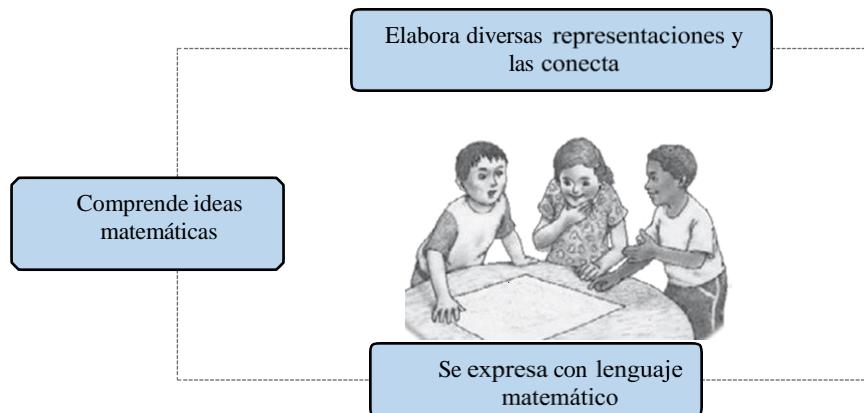
Por lo tanto, se pretende mencionar que este modelo podrá ayudar al docente a visualizar en qué nivel se encuentra el estudiante y también a elevar su capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas del estudiante con relación a los poliedros.

3.2.2. Variable 2: Capacidad de Comunica y Representa Ideas Matemáticas.

Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra. Por ello, esta capacidad implica:

- ✓ Reconocer características, datos, condiciones y variables de la situación que permitan construir un sistema de características matemáticas conocido como un modelo matemático, de tal forma que reproduzca o imite el comportamiento de la realidad.
- ✓ Usar el modelo obtenido estableciendo conexiones con nuevas situaciones en las que puede ser aplicable; ello permite reconocer el significado y la funcionalidad del modelo en situaciones similares a las estudiadas.
- ✓ Contrastar, valorar y verificar la validez del modelo desarrollado o seleccionado, en relación a una nueva situación o al problema original, reconociendo sus alcances y limitaciones.

Figuras 11. Comprensión y Representación de Ideas.



Nota: Minedu: Rutas de Aprendizaje 2015. Pág. 30

La Comunicación consiste en un acto mediante el cual un individuo (ser humano, animal u objeto) establece con otro u otros un contacto que le permite transmitir una determinada información. La realización de un acto comunicativo puede responder a diversas finalidades:

- a. Transmisión de información.
- b. Intento de influir en los otros.
- c. Manifestación de los propios estados o pensamientos.
- d. Realización de actos.

La palabra representación, según Duval (1993) tiene un doble valor en matemáticas, es a la vez importante y marginal, además es un término difícil de definir (Llinares, 1994). Una escritura, una notación, un símbolo representando un objeto matemático, las figuras geométricas, son ejemplos de representaciones (Kaput, 1987). Queremos que los alumnos no confundan los objetos matemáticos con sus representaciones, y sabemos que toda confusión implica una pérdida de comprensión. Pero, si el objeto representado es lo que importa y no sus representaciones, ¿podemos considerarlas innecesarias? y por tanto ¿podrían eliminarse?

Según Duval, para que un sistema semiótico sea un sistema de representación, debe permitir la realización de las tres actividades siguientes:

1. La identificación de la presencia de una representación. Implica una selección de rasgos en el contenido a representar. Por ejemplo, el enunciado de una frase, diseño de una figura geométrica, elaboración de un esquema, escritura de una fórmula.
2. El tratamiento de una representación. Es la transformación de una representación en otra del mismo sistema. Es una transformación interna a un sistema. El cálculo es una forma de tratamiento propia de las escrituras simbólicas, la reconstrucción de figuras es un tipo de tratamiento de las figuras geométricas.
3. La conversión de una representación es la transformación de esta representación en una representación de otro sistema conservando la totalidad o sólo una parte del contenido de la representación inicial. La conversión es una transformación externa del sistema de partida. Por ejemplo, la descripción es la conversión de una representación no verbal (esquema, figura, grafía) en una representación lingüística.

3.3. Matriz de operacionalización de variables.

Tabla 3: Operacionalización de Variables.

Variables	Definición Conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Técnicas e instrumentos
Modelo de Van Hiele	Estrategia didáctica estructurada para guiar al estudiante de segundo grado desde el reconocimiento visual de los poliedros hasta la identificación de sus propiedades. Van Hiele (1986).	El modelo de Van Hiele, se medirá a través de tres dimensiones: nivel de visualización, nivel de análisis y secuencia de aprendizaje a través de una ficha de observación sistemática.	Nivel de visualización	<ul style="list-style-type: none"> - Observa y reconoce figuras geométricas de su entorno relacionadas con los poliedros. - Pregunta por los nombres de los poliedros que reconoce en su entorno. 	Observación
			Nivel de análisis	<ul style="list-style-type: none"> - Compara figuras geométricas planas y sólidos geométricos. - Relaciona cada poliedro con sus respectivas fórmulas de área y volumen. - Clasifica figuras y sólidos geométricos dándoles su respectivo nombre. - Identifica los poliedros regulares e irregulares. 	
			Secuencia de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> - Explica la utilidad de conocer los poliedros regulares e irregulares. - Reconoce los poliedros regulares e irregulares y cuerpos redondos. <p>Hace uso de las fórmulas de área y volumen de poliedros en la resolución de problemas.</p>	Lista de cotejo

Capacidad comunica y representa ideas matemáticas	<p>Es la capacidad del estudiante para expresar su comprensión de los conceptos, propiedades y relaciones matemáticas a través de diferentes registros (verbal, escrito, gráfico o simbólico). CNEB (2016)</p>	<p>La Capacidad comunica y representa ideas matemáticas se medirá a través de tres dimensiones:</p> <p>Comunicación matemática, representación gráfica y representación a través de 15 ítems.</p>	<p>Comunicación matemática</p>	<p>Descripción verbal o escrita de las características y propiedades de un poliedro. Uso correcto de la terminología geométrica (ej. nombrar caras, aristas, vértices, poliedros regulares/irregulares). Explica con sus propias palabras la diferencia fundamental entre un prisma y una pirámide en cuanto a sus bases y caras laterales.</p> <p>Representación gráfica.</p> <p>Dibuja un prisma rectangular (ortoedro) de forma que parezca tener profundidad (perspectiva) y que permita ver sus tres dimensiones.</p> <p>Recibe el desarrollo plano impreso. Recorta y dobla el desarrollo plano para construir el poliedro. ¿Qué nombre recibe la figura resultante?</p> <p>Representación simbólica.</p> <p>Traduce la información textual a modelo gráfico. Interpreta planos o diagramas.</p>	<p>Evaluación pedagógica. Prueba escrita.</p>
--	--	---	--------------------------------	--	---

3.4. Población.

La población de estudio está conformada por 180 estudiantes distribuidos en cinco grados y 10 secciones de la Institución Educativa Secundaria “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán.

3.5. Muestra.

La muestra está conformada por 22 estudiantes del segundo grado de la Institución Educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”, tal como se establece en la nómina.

Distribución de estudiantes en la muestra de investigación.

Tabla 4. Distribución de Estudiantes.

GRADO	SEXO		TOTAL
	Masculino	Femenino	
SEGUNDO			
	12	10	22

Nota: Elaboración propia.

3.6. Unidad de análisis.

Los datos se recogerán mediante la aplicación de los diferentes instrumentos como lista de cotejo y fichas de observación, para luego demostrar a través de la estadística la confiabilidad de los resultados.

3.7. Tipo de investigación.

El presente trabajo es de investigación explicativa (Velázquez Fernandez 1999, p. 121) porque explicará “la relación que existe entre la variable dependiente e independiente, es flexible y susceptible de modificación de acuerdo a los resultados que se vayan alcanzando”.

3.8. Diseño de investigación.

El diseño pre experimental siempre se lleva a cabo en ambientes naturales y los grupos son de carácter natural. Tiene un grado de control mínimo en virtud de que se trabaja con un solo grupo y las unidades de análisis no son asignadas aleatoriamente al mismo, se analiza una sola variable y no existe la posibilidad de comparación de grupos. Adicionalmente existen muy pocas probabilidades de que el grupo sea representativo de los demás.

El diseño a utilizarse en la investigación es pre experimental; cuyo esquema es el siguiente:

G: O₁ _____ X _____ O₂

Dónde:

G: Grupo experimental correspondiente a los 22 estudiantes de Segundo Grado de la Institución Educativa José Gabriel Condorcanqui Noguera - Yauyucán, 2024.

O₁: Evaluación del pre test mediante una prueba escrita aplicado a la muestra de estudiantes antes de la aplicación del modelo de Van Hiele.

X: aplicación del modelo de Van Hiele.

O₂: Evaluación del pro test mediante una prueba escrita aplicado a la muestra de estudiantes después de la aplicación del modelo de Van Hiele.

3.9. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.

La observación.

Técnica de investigación que nos permitirá entrar en contacto directo con las diversas actitudes y comportamientos de desarrollo expresivo que los alumnos muestran en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje.

Será de utilidad para registrar la categorización de los avances del desarrollo de la utilización del modelo de VAN HIELE, en el tema de sólidos geométricos.

Como instrumento de investigación se utilizará la guía de observación estructurada con la finalidad de recoger evidencias que ayuden luego a evaluarla.

Lista de cotejo.

Es un instrumento que permite identificar comportamiento con respecto a actitudes, habilidades y destrezas. Contiene un listado de indicadores de logro en el que se constata, en un solo momento, la presencia o ausencia de estos mediante la actuación de alumno.

Ficha de observación.

Es el instrumento de investigación y evaluación y recolección de datos, referido a un objetivo específico, en el que se determinan variables específicas. Se usan para registrar datos a fin de brindar recomendaciones para la mejora correspondiente.

Para la variable dependiente: Técnica: Evaluación pedagógica.

Instrumento: prueba escrita.

3.10. Técnicas para el procesamiento y análisis de los datos.

Se utilizarán técnicas para sistematizar, clasificar y organizar la información recolectada. Con lo cual se podrá analizar, explicar, interpretar o comprender la información obtenida. Para el procesamiento estadístico de los datos, es necesario emplear el Programa estadístico SPSS Ver 25 y hoja de cálculo.

3.11. Validez y confiabilidad de instrumentos.

La validez se evidenciará a través de juicio de expertos y la confiabilidad mediante de una prueba piloto o de alfa de cronbach.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se realiza el análisis estadístico de los resultados que se han obtenido en el transcurso del trabajo de investigación. Esto nos permite verificar la hipótesis planteada al inicio del trabajo de investigación y poder obtener conclusiones referentes a la Utilización del Modelo de Van Hiele para mejorar la capacidad comunicar y representar ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa José Gabriel Condorcanqui Noguera - Yauyucán, 2024.

Tabla 5. Baremación para la variable comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros.

Nº	Valoración cualitativa	Valoración vigesimal	Rangos	Descripción
4	AD	[18 - 20]	[50 – 60]	Logro destacado. Cuando el estudiante evidencia un nivel superior a lo esperado respecto a la competencia. Esto quiere decir que demuestra aprendizajes que van más allá del nivel esperado
3	A	[15 - 17]	[40 – 50[Logro esperado. Cuando el estudiante evidencia el nivel esperado respecto a la competencia, demostrando manejo satisfactorio en todas las tareas propuestas y en el tiempo programado.
2	B	[11 - 14]	[30 – 40[En proceso. Cuando el estudiante está próximo o cerca al nivel esperado respecto a la competencia, para lo cual requiere acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo.
1	C	[00 - 10]	[15 – 30[En inicio. Cuando el estudiante muestra un progreso mínimo en una competencia de acuerdo al nivel esperado. Evidencia con frecuencia dificultades en el desarrollo de las tareas, por lo que necesita mayor tiempo de acompañamiento e intervención del docente.

Nota: Elaborada en base a los criterios de evaluación publicado en la resolución RM N° 048 – 2024 – MINEDU

Tabla 6. Baremación por dimensiones: D1, D2 y D3.

Nº	Valoración cualitativa	Valoración vigesimal	Rangos	Descripción
4	AD	[18 - 20]	[17 – 20]	Logro destacado. Cuando el estudiante evidencia un nivel superior a lo esperado respecto a la competencia. Esto quiere decir que demuestra aprendizajes que van más allá del nivel esperado
3	A	[15 - 17]	[13 – 17[Logro esperado. Cuando el estudiante evidencia el nivel esperado respecto a la competencia, demostrando manejo satisfactorio en todas las tareas propuestas y en el tiempo programado.
2	B	[11 - 14]	[9 – 13[En proceso. Cuando el estudiante está próximo o cerca al nivel esperado respecto a la competencia, para lo cual requiere acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo.
1	C	[00 - 10]	[5 – 9[En inicio. Cuando el estudiante muestra un progreso mínimo en una competencia de acuerdo al nivel esperado. Evidencia con frecuencia dificultades en el desarrollo de las tareas, por lo que necesita mayor tiempo de acompañamiento e intervención del docente.

Nota: Elaborada en base a los criterios de evaluación publicado en la resolución RM N° 048 – 2024 - MINEDU

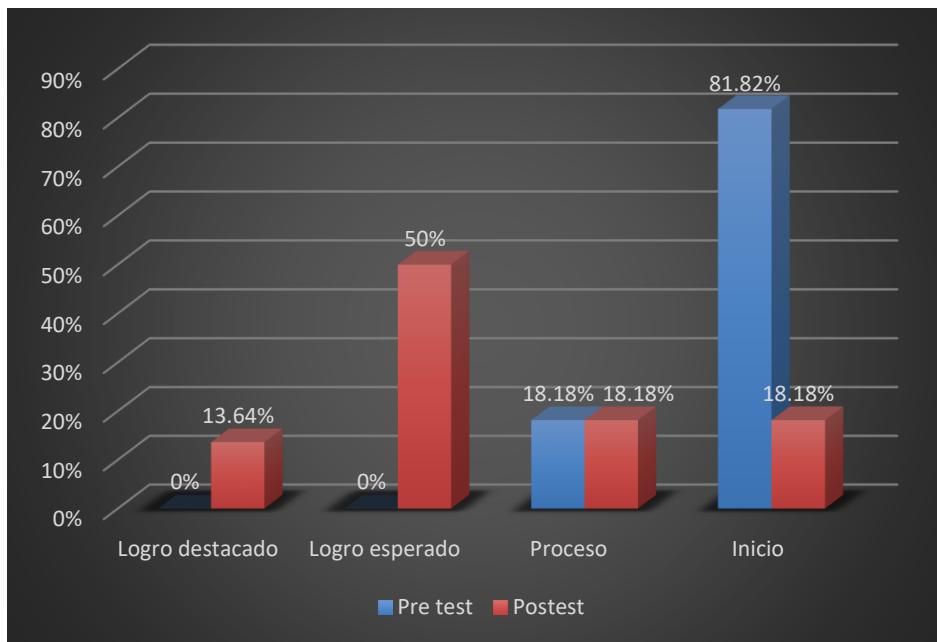
4.1. Resultados por dimensión: Comunicación Matemática

Tabla 7. Resultados porcentuales de la dimensión: Comunicación Matemática

Comunicación matemática	Pre test		Post test	
	fi	%	fi	%
Logro destacado	0	0%	3	13, 64%
Logro esperado	0	0%	11	50%
Proceso	4	18,18%	4	18,18%
Inicio	18	81,82%	4	18,18%
Total	22	100%	22	100%

Nota: Elaborada a partir de resultados obtenidos en la prueba escrita y procesada mediante el Software SPSS – V25.

Figuras 12. Distribución porcentual de Comunicación Matemática



Nota: Elaborada mediante la hoja de cálculo Excel a partir de resultados obtenidos en la tabla N° 07.

Análisis y discusión.

Los resultados obtenidos tras la aplicación del pretest y postest en la dimensión Comunicación Matemática revelan una transformación positiva y significativa en la capacidad de los estudiantes para expresar ideas sobre los poliedros. Estado Inicial (Pretest): Antes de la intervención, la situación era crítica; el 81,82% (18 alumnos) se ubicaba en el nivel Inicio, mientras que ningún estudiante (0%) alcanzaba los niveles de Logro Esperado o Destacado. Esto demuestra que los estudiantes poseían serias limitaciones para describir elementos de los poliedros o utilizar terminología geométrica básica. Estado Final (Posttest): Tras la aplicación del Modelo de Van Hiele, el panorama cambió drásticamente. El 50% de la muestra alcanzó el Logro Esperado y un 13,64% se situó en Logro Destacado. En conjunto, el 63,64% de los estudiantes logró un manejo satisfactorio de la comunicación matemática. Asimismo, el nivel de Inicio se redujo sustancialmente del 81,82% al 18,18%. El incremento sustancial en los

niveles de logro en esta dimensión valida la efectividad de la progresión jerárquica propuesta por el Modelo de Van Hiele.

A. El tránsito del lenguaje coloquial al lenguaje formal. Según Van Hiele (1986), el progreso entre niveles está marcado por el refinamiento del lenguaje. En el pretest, los estudiantes se encontraban en una etapa puramente visual, incapaces de comunicar propiedades de manera técnica. Al implementar las fases de Orientación Guiada y Explicitación, se fomentó el uso de terminología precisa (caras, vértices, aristas), lo que permitió a los alumnos transitar de una descripción por apariencia hacia una descripción por propiedades, propia del Nivel 1 (Análisis) del modelo.

B. La comunicación como eje del aprendizaje compartido. Los resultados coinciden con lo planteado por el NCTM (2000), que define la comunicación matemática como una forma de compartir ideas y aclarar la comprensión. El diseño de actividades basado en Van Hiele permitió que los estudiantes de la I.E. José Gabriel Condorcanqui Noguera no solo resolvieran ejercicios, sino que "hicieran públicas" sus ideas matemáticas. Esto se evidencia en la capacidad de los 14 estudiantes (63,64%) que ahora pueden argumentar y clasificar poliedros con propiedad.

C. Relación con el currículo nacional. Este avance se alinea con las metas del Ministerio de Educación (MINEDU, 2016), que busca que el estudiante traduzca conceptos a diferentes registros. Al mejorar la comunicación, los estudiantes han logrado organizar su pensamiento matemático de manera clara y coherente, superando el progreso mínimo observado inicialmente.

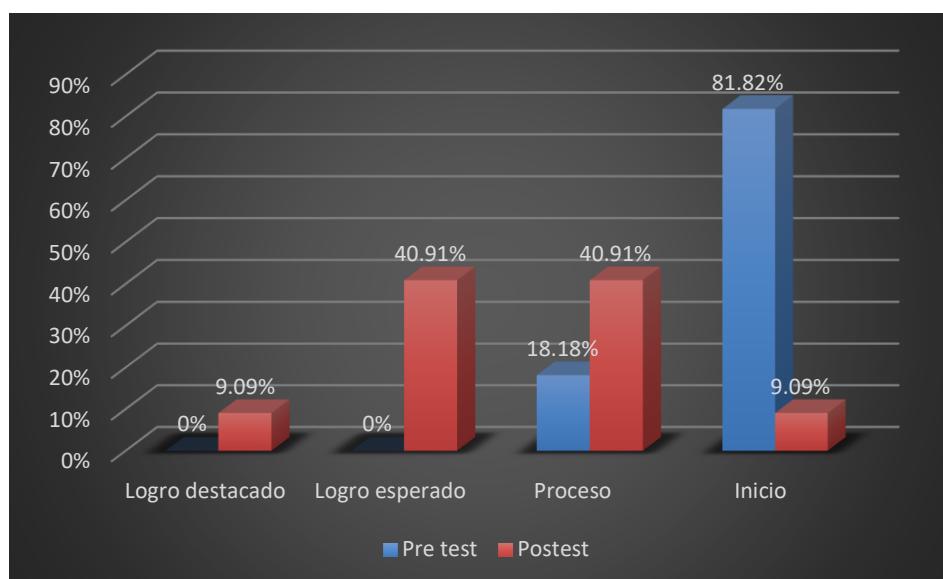
4.2. Resultados por dimensión: Representación gráfica

Tabla 8. Representación gráfica porcentual

Representación gráfica	Pre test		Post test	
	f _i	%	f _i	%
Logro destacado	0	0%	2	09,09%
Logro esperado	0	0%	9	40,91%
Proceso	4	18,18%	9	40,91%
Inicio	18	81,82%	2	9,09%
Total	22	100%	22	100%

Nota: Elaborada a partir de resultados obtenidos en la prueba escrita y procesada mediante el Software SPSS – V25.

Figura. Distribución porcentual de la representación gráfica.



Nota: Elaborada mediante la hoja de cálculo Excel a partir de resultados obtenidos en la tabla N° 08.

Análisis y discusión.

El procesamiento estadístico de los datos obtenidos en la dimensión Representación Gráfica evidencia una evolución sustancial en la habilidad de los estudiantes para plasmar objetos tridimensionales (poliedros) en registros bidimensionales y modelos físicos. Situación Inicial (Pretest): El diagnóstico inicial mostró una debilidad crítica en esta capacidad. El 81,82% de los estudiantes se encontraba en el nivel de Inicio, caracterizado por dibujos distorsionados, falta de perspectiva y dificultad para reconocer desarrollos planos. No hubo

presencia de estudiantes en los niveles de Logro Esperado o Destacado (0%). Situación Final (Postest): Tras la aplicación del Modelo de Van Hiele, se observa un desplazamiento masivo hacia los niveles superiores. El 50% de los estudiantes alcanzó un nivel satisfactorio (40,91% en Logro Esperado y 9,09% en Logro Destacado). Asimismo, el nivel de Proceso creció significativamente al 40,91%, mientras que el nivel de Inicio se redujo de manera drástica a solo un 9,09%. La mejora en la representación gráfica no es casual; responde directamente a la estructura de las fases de aprendizaje del modelo aplicado.

A. La importancia de la Visualización (Nivel 0). De acuerdo con Van Hiele (1986), el aprendizaje de la geometría debe comenzar por la percepción global. Al utilizar material concreto y modelos 3D en las primeras sesiones, los estudiantes de segundo grado lograron consolidar el Nivel 0 (Visualización). Esto facilitó que, al momento de representar gráficamente, el estudiante tuviera una imagen mental clara del objeto, permitiéndole transitar de un dibujo esquemático simple a un esbozo con profundidad y perspectiva.

B. La transición de registros semióticos. Desde la perspectiva de Duval (1999), la representación es fundamental para el aprendizaje matemático, ya que implica la conversión entre registros. Los resultados muestran que la metodología permitió a los alumnos "representar" no solo mediante el dibujo, sino mediante la construcción de redes o desarrollos planos. El hecho de que el 90,91% de la muestra (sumando Proceso y Logro) haya superado el nivel de Inicio indica que han desarrollado la capacidad de traducir un concepto abstracto en un modelo gráfico o simbólico concreto.

C. Relación con la competencia curricular. Estos hallazgos guardan coherencia con el MINEDU (2016), que establece que la representación gráfica permite al estudiante modelar objetos del entorno. En el pretest, los estudiantes tenían dificultades para ver la "caja" como un

prisma; en el postest, la mayoría es capaz de identificar y dibujar sus caras y aristas ocultas. Esta capacidad de abstracción es el resultado directo de la fase de Orientación Guiada del Modelo de Van Hiele, donde el docente propone tareas específicas para descubrir propiedades geométricas mediante el dibujo y la construcción.

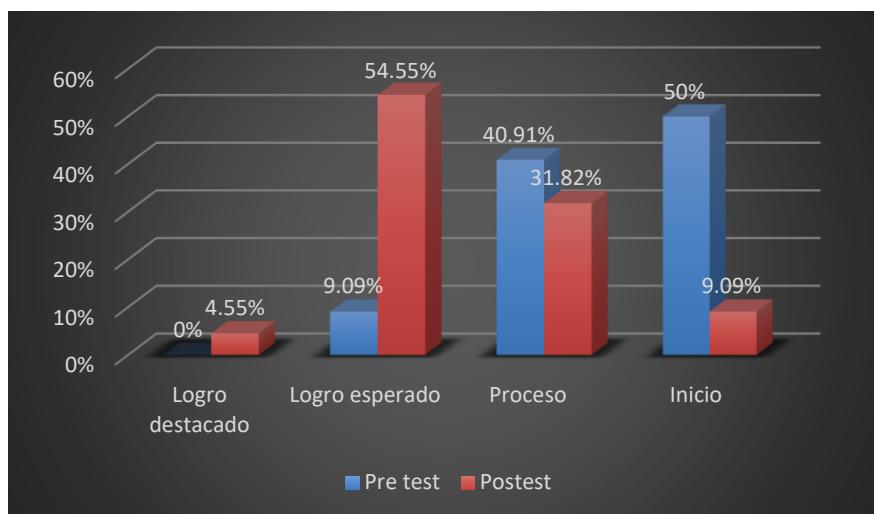
4.3. Resultados por dimensión: Representación simbólica

Tabla 9. Representación simbólica porcentual.

Representación simbólica	Pre test		Post test	
	f_i	%	f_i	%
Logro destacado	0	0%	1	4,55%
Logro esperado	2	9,09%	12	54,55%
Proceso	9	40,91%	7	31,82%
Inicio	11	50%	9	9,09%
Total	22	100%	22	100%

Nota: Elaborada a partir de resultados obtenidos en la prueba escrita y procesada mediante el Software SPSS – V25.

Figuras 13. Distribución porcentual de la representación simbólica



Nota: Elaborada mediante la hoja de cálculo Excel a partir de resultados obtenidos en la tabla N° 09.

Análisis y discusión

El análisis de los datos correspondientes a la dimensión Representación Simbólica permite observar una transición significativa en la capacidad de los estudiantes para utilizar lenguajes formales y sistemas de notación matemática. Estado Inicial (Pretest): Los resultados diagnósticos revelaron que el 50% (11 alumnos) de la muestra se encontraba en el nivel de Inicio. En este punto, solo el 9,09% de los estudiantes mostraba un Logro Esperado, lo que indica una dificultad generalizada para traducir propiedades geométricas a expresiones simbólicas o fórmulas. Estado Final (Postest): Tras la aplicación del Modelo de Van Hiele, se evidencia un progreso notable. El nivel de Logro Esperado se incrementó sustancialmente al 54,55% (12 alumnos). Asimismo, se registró la aparición del nivel de Logro Destacado con un 4,55%. Por otro lado, el nivel de Inicio se redujo drásticamente al 9,09%. La evolución observada en esta dimensión se fundamenta en la capacidad del Modelo de Van Hiele para formalizar el pensamiento intuitivo hacia estructuras lógicas.

A. La transición hacia el Nivel de Análisis y Deducción Informal. De acuerdo con Van Hiele (1986), el paso del reconocimiento visual a la formalización simbólica requiere que el estudiante identifique las propiedades de las figuras de manera independiente. Los resultados sugieren que la fase de Explicitación del modelo permitió a los estudiantes de segundo grado abandonar las descripciones coloquiales para adoptar términos técnicos y símbolos específicos. Esto se manifiesta en el 59,10% de los alumnos que ahora operan en niveles satisfactorios (A y AD).

B. La consolidación de los registros simbólicos. Desde el marco del MINEDU (2016), la representación simbólica implica la capacidad de traducir un objeto matemático de un sistema a otro. La mejora estadística refleja que el uso de fórmulas, como la Relación de Euler

(V - A + C = 2), dejó de ser una aplicación mecánica para convertirse en una herramienta de validación de las propiedades de los poliedros. El hecho de que el 31,82% de los estudiantes permanezca en el nivel de Proceso sugiere que la mayoría ha superado las barreras lingüísticas iniciales y se encuentra en la etapa de consolidación de la notación formal.

C. Impacto de la intervención didáctica. Los hallazgos coinciden con la premisa de que la instrucción adecuada es el motor del progreso geométrico. Al estructurar las actividades mediante las fases de aprendizaje de Van Hiele, los estudiantes no solo "vieron" el poliedro (representación gráfica), sino que aprendieron a "nombrarlo" y "operar" con sus atributos mediante símbolos. Esta coherencia entre la teoría y los resultados del post test confirma que la metodología empleada facilitó la organización y consolidación del pensamiento matemático.

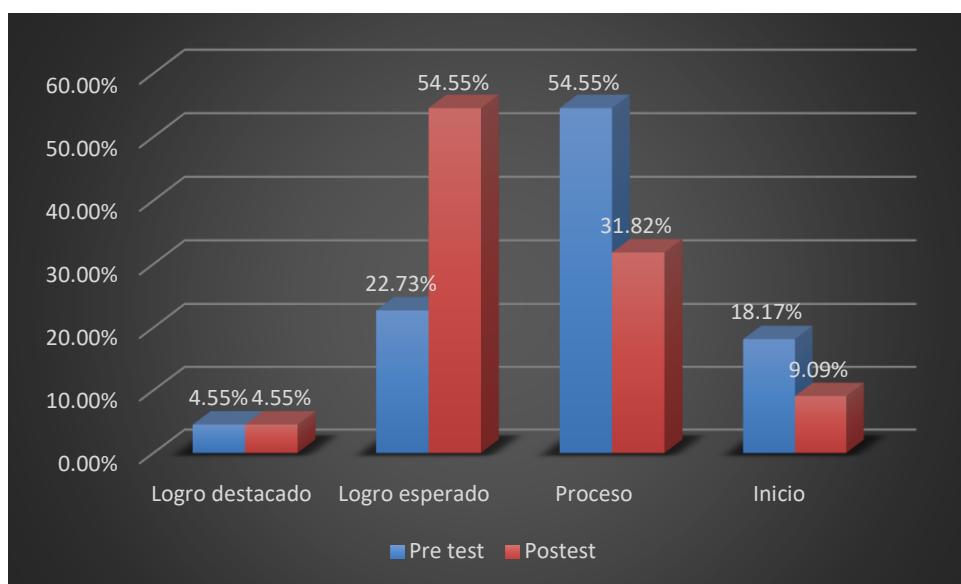
4.4. Resultados por variable: comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros.

Tabla 10. Representación porcentual de: comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros.

Comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros.	Pre test		Post test	
	fi	%	fi	%
Logro destacado	1	4,55%	1	4,55%
Logro esperado	5	22,73%	12	54,55%
Proceso	12	54,55%	7	31,82%
Inicio	4	18,17%	9	9,09%
Total	22	100%	22	100%

Nota: Elaborada a partir de resultados obtenidos en la prueba escrita y procesada mediante el Software SPSS – V25.

Figuras 14. Representación porcentual de: comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros.



Nota: Elaborada mediante la hoja de cálculo Excel a partir de resultados obtenidos en la tabla N° 10.

Análisis y discusión.

El análisis integral de la variable dependiente refleja una mejora sustancial y estadísticamente significativa en el desempeño de los estudiantes de segundo grado de la I.E. José Gabriel Condorcanqui Noguera. Resultados del Pretest: Antes de la intervención, la mayoría de los estudiantes se concentraba en niveles básicos o intermedios. El 54,55% (12 alumnos) se encontraba en el nivel de Proceso (B) y un 18,17% en Inicio (C). Solo un 27,28% (sumando A y AD) mostraba un manejo satisfactorio de la competencia. Estos datos sugerían que, si bien los estudiantes tenían nociones básicas, carecían de la formalidad necesaria para comunicar y representar poliedros con precisión técnica. Resultados del Posttest: Tras la aplicación del Modelo de Van Hiele, se observa un desplazamiento positivo hacia la excelencia académica. El nivel de Logro Esperado (A) creció del 22,73% al 54,55%, convirtiéndose en la categoría predominante. El Logro Satisfactorio Total (A + AD) alcanzó el 59,10%. Asimismo, es notable la reducción del nivel de Inicio (C), que descendió a un 9,09%, evidenciando que la

intervención logró rescatar a los estudiantes con mayores dificultades de aprendizaje. La efectividad de la intervención se fundamenta en la coherencia entre las fases de aprendizaje de Van Hiele y los procesos cognitivos de comunicación y representación.

A. Evolución del Pensamiento Geométrico. Según Van Hiele (1986), el aprendizaje no es un proceso de acumulación de información, sino una progresión a través de niveles de razonamiento. Los resultados globales confirman que la intervención permitió a los alumnos transitar de una comprensión visual/vaga de los poliedros hacia una fase de Análisis (Nivel 1). En este punto, el estudiante ya no solo reconoce el cuerpo geométrico por su forma, sino que puede "comunicar" sus propiedades y "representar" sus componentes de manera individual y sistémica.

B. Sinergia entre Comunicación y Representación. De acuerdo con el NCTM (2000) y el MINEDU (2016), estas capacidades son interdependientes. Los datos muestran que la mejora no fue aislada en una dimensión. Al fortalecerse la representación gráfica (dibujo y construcción), el estudiante obtuvo mejores herramientas para la representación simbólica (fórmulas y notación), lo que a su vez enriqueció su comunicación matemática (argumentación). Como sostiene Duval (1999), la capacidad de transitar entre diferentes registros semióticos es la prueba máxima de la comprensión conceptual, hecho que se refleja en el 54,55% de estudiantes que ahora dominan el nivel esperado.

C. Validación de la Metodología. La estabilidad del nivel Logro Destacado (4,55%) y el fuerte crecimiento del nivel Logro Esperado sugieren que el Modelo de Van Hiele es particularmente efectivo para estandarizar el conocimiento en el aula, elevando el promedio grupal. La fase de Orientación Libre y la de Integración permitieron que los estudiantes aplicaran lo aprendido en situaciones nuevas, consolidando así la competencia global de la

variable dependiente. Finalmente, la investigación demuestra que la Utilización del Modelo de Van Hiele mejora significativamente la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas en el tema de poliedros. El incremento de 31.82 puntos porcentuales en el nivel de Logro Esperado valida la hipótesis de que una enseñanza estructurada por niveles de razonamiento es superior a los métodos tradicionales para el desarrollo de competencias geométricas complejas en el nivel secundario.

Prueba de la hipótesis

a) Prueba de normalidad

Ho: Si el p- valor calculado es menor a 0,05, entonces, no sigue una distribución normal.

Ha: Si el p- valor calculado es mayor a 0,05, entonces, sigue una distribución normal. Como la muestra es menor a 50, se utilizará Shapiro – Wilk.

Tabla 11. Representación de la prueba de normalidad.

Pruebas de normalidad						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
PreTest	,111	22	,200*	,963	22	,561
PosTest	,120	22	,200*	,972	22	,760

*. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de significación de Lilliefors

Nota: Elaborada a partir de resultados obtenidos en el procesamiento de datos en el Software SPSS – V25.

Interpretación de la prueba.

Como el p- valor calculado es mayor a 0,05, entonces, sigue una distribución normal. Por lo que, se acepta la hipótesis alterna (Ha) y se rechaza la hipótesis nula (Ho).

Por tanto, los datos siguen una distribución normal, lo que permite aplicar pruebas paramétricas como la t de Student para muestras relacionadas o análisis de varianza.

b) Prueba de la hipótesis y discusión.

Formulación de las hipótesis

Hipótesis nula (H₀): La media del pre test no es diferente a la media del post test, en lo que concierne al modelo de VAN HIELE, para la capacidad comunica y representa de ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera” - Yauyucán durante el año 2024.

Hipótesis alterna (H_a): La media del pre test es diferente a la media del post test, en lo que concierne al modelo de VAN HIELE, para la capacidad comunica y representa de ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera” - Yauyucán durante el año 2024.

Tabla 12: Representación de la prueba T para muestras emparejadas.

Prueba de muestras emparejadas										
Diferencias emparejadas										
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia		t	gl	Sig. (bilateral)		
				Inferior	Superior					
Par 1	PreTest - PosTest	-17,00000	7,24405	1,54444	-20,21183	-13,78817	-11,007	21	,000	

Tabla 13. Representación de prueba de muestras emparejadas.

Prueba de muestras emparejadas										
Diferencias emparejadas										
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia		t	gl	Sig. (bilateral)		
				Inferior	Superior					
Par 1	PreTest - Postest	-15,27273	6,88810	1,46855	-18,32674	-12,21872	-11,007	21	,000	

Nota: Elaborada a partir de resultados obtenidos en el procesamiento de datos en el Software SPSS – V25.

Decisión Estadística

El valor de Sig. (bilateral) obtenido es 0,000.

Dado que 0,000 es menor que el nivel de significación $\alpha = 0,05$ ($0,000 < 0,05$), se procede a RECHAZAR la Hipótesis Nula (H_0).

Conclusión de la Hipótesis

Se concluye que existe evidencia estadística suficiente para afirmar que la media del pretest es significativamente diferente a la media del post test. Por lo tanto, se ACEPTE la Hipótesis Alterna (H_a)

Discusión de Resultados

El análisis de la prueba t para muestras emparejadas mostró una diferencia estadísticamente significativa entre las puntuaciones del Pre Test y el Post Test ($t(21) = -11,007$; $p = 0,000$). Este resultado valida el efecto positivo de la intervención educativa, demostrando que la Utilización del Modelo de Van Hiele tuvo un impacto significativo en la capacidad comunicar y representar ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado.

Interpretación de la Media de la Diferencia

La Media de la Diferencia es de -17,00000. Es crucial entender que, al calcularse como PreTest - PostTest, un valor negativo tan elevado (-17,00) indica que la media del Post Test superó ampliamente a la media del Pre Test.

Esto implica que, después de la aplicación del Modelo de Van Hiele, los estudiantes mejoraron notablemente en la Comunicación Matemática haciendo uso de terminología precisa y

capacidad de argumentación. Asimismo, la representación gráfica y simbólica la habilidad para dibujar poliedros en perspectiva y construir modelos. En cuanto a la Interpretación de Información permite la traducción de descripciones a modelos geométricos. El éxito de la intervención se puede atribuir directamente al diseño instruccional basado en el Modelo de Van Hiele. Este modelo promueve una progresión natural del aprendizaje geométrico:

El Nivel (Visualización): La enseñanza inició con el uso de **material concreto** y la manipulación de poliedros, permitiendo a los estudiantes *ver* y *tocar* la figura antes de analizar sus partes. Esto fue fundamental para la dimensión de **Representación**.

El Nivel (Análisis): Posteriormente, se guio a los estudiantes para que identifiquen y describan formalmente los **elementos y propiedades** (caras, aristas, vértices) de los poliedros. Este énfasis directo en las propiedades fortaleció la dimensión de **Comunicación** (uso de vocabulario y descripción).

La metodología, al asegurar que los estudiantes pasen de la percepción global (Nivel de Visualización) al análisis formal de propiedades (Nivel de análisis), garantiza que las ideas matemáticas sobre poliedros se interioricen de forma secuencial y sólida, lo cual se refleja en la ganancia de puntuación.

CONCLUSIONES

Se concluye que la utilización del Modelo de Van Hiele mejora significativamente la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas en el tema de poliedros. La evidencia estadística muestra que el nivel de Logro Satisfactorio (A + AD) se incrementó de un 27,28% en el pretest a un 59,10% en el postest. Este avance demuestra que una instrucción estructurada en fases de aprendizaje permite a los estudiantes de segundo grado superar las dificultades de abstracción propias de la geometría tridimensional.

La intervención pedagógica facilitó la transición del lenguaje coloquial al lenguaje formal geométrico. Inicialmente, el 81,82% de los estudiantes se encontraba en el nivel de Inicio; tras la aplicación del modelo, el 63,64% alcanzó niveles satisfactorios. Esto confirma que las fases de Explicitación e Integración del Modelo de Van Hiele son eficaces para que el estudiante nombre, defina y argumente propiedades de los poliedros con terminología técnica.

Se determinó que el Modelo de Van Hiele potencia las habilidades de visualización y modelado. El nivel de Inicio en esta dimensión se redujo drásticamente del 81,82% al 9,09%, mientras que el 50% de los estudiantes alcanzó el nivel de Logro Esperado o Destacado. El uso de material concreto y la progresión desde el reconocimiento visual (Nivel 0) hasta el análisis (Nivel 1) permitieron una representación más precisa de poliedros en planos bidimensionales.

Se logró una mejora sustancial en el uso de registros formales y fórmulas. Los resultados del post test indican que el 59,10% de los estudiantes alcanzó un nivel satisfactorio, superando el escaso 9,09% registrado en el pretest. Se concluye que el modelo favorece la traducción de propiedades físicas a expresiones simbólicas (como la Relación de Euler), consolidando el pensamiento lógico-matemático del estudiante.

RECOMENDACIONES

A la Dirección de la I.E. José Gabriel Condorcanqui Noguera: Promover la institucionalización del Modelo de Van Hiele como una estrategia didáctica preferente en el área de Matemática. Los resultados demuestran que su aplicación reduce significativamente los índices de bajo rendimiento en geometría, por lo que se sugiere su incorporación en el Plan Anual de Trabajo (PAT).

A los docentes de Matemática: Implementar sesiones de aprendizaje que respeten estrictamente la jerarquía de los niveles de Van Hiele. Es fundamental no apresurar la formalización simbólica sin antes haber consolidado la Visualización y el Análisis mediante el uso de materiales manipulativos (geoplanos 3D, sorbetes, poliedros de cartulina) para fortalecer la representación gráfica antes que la comunicación técnica.

Al Ministerio de Educación / UGEL: Considerar el diseño de guías metodológicas basadas en modelos de razonamiento geométrico específicos para el nivel secundario. La brecha identificada en el pretest sugiere que los textos escolares actuales podrían beneficiarse de una secuenciación más alineada a los niveles de desarrollo cognitivo propuestos por la teoría de Van Hiele.

A futuros investigadores: Replicar este estudio en otras áreas de la geometría (como áreas y volúmenes de cuerpos de revolución o geometría analítica) y ampliar la muestra a otras instituciones del distrito de Yauyucán. Asimismo, se recomienda realizar estudios longitudinales para verificar si la mejora en la capacidad de comunicar y representar se mantiene a largo plazo en niveles superiores de secundaria.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ayala Rosillo, E. J. (2020). Modelo de Van Hiele y su efecto en el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes del primer grado de secundaria. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

Braga, G. (1991). Apuntes para la enseñanza de la geometría. Signos Teoría y Práctica de la Educación 4, págs. 52-57. Recuperado de:
http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=hemeroteca.VisualizaArticuloIU.visualiza&articulo_id=562

Campbell, R (2006). Jean Piaget's Genetic Epistemology: Appreciation and Critique [Epistemología Genética de Jean Piaget: Apreciación y crítica]. Recuperado de: <http://hubcap.clemson.edu/~campber/piaget.html>

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 420–464). Macmillan.

De la Torre, A. (2003). El Método socrático y el Modelo de Van Hiele. Lecturas Matemáticas, 24, 99-121. Recuperado de: <http://www.scm.org.co/Articulos/733.pdf>

Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento matemático. Recherches en Didactique des Mathématiques, 13(3), 207–241.

ECE (2015) ¿Qué logran nuestros estudiantes en ECE? 2º de secundaria. Recuperado de: https://umc.minedu.gob.pe/wp-content/.../Informe_IE_ECE_2015.pdf

Flores, V (2007). El origami como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría. Tesis desarrollada en el Colegio Newton, Lima-Perú. Recuperado de: www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/3457/1/T-UCE-0010-467.pdf

Fouz, F & Donosti, B (2003). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. DONOSTIA. Recuperado de:
www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04- 05-fouz.pdf

Fouz, F. y De Donostia, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. Un paseo por la geometría.

Recuperado de: <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf>

Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Didáctica de las Matemáticas. Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada.

Hernández, R. V., Useche Arciniegas, V. J., & Mariño, L. F. (2021). Explorando los conceptos de polígonos y poliedros desde el modelo de Van Hiele. Boletín Redipe, 10(11), 181–194. <https://doi.org/10.36260/rbr.v10i11.1336>

Jesús, R., & Santos, E. (2023). Definido familias de poliedros: un estudio con estudiantes de educación básica. Bolena: Boletín de Educación Matemática, 37(76), e202302. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a02>

Lastras, S (2005). Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas, universidad de chile, Santiago. Recuperado de: www.thesis.uchile.cl/thesis/uchile/2005/lastra_s/sources/lastra_s.pdf

Martínez, A & Otros. (1998) Teoría Constructivista. Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, Lambayeque. Facultad de Ciencias Histórico Sociales y Educación Diseño

Minedu (2015). Rutas de aprendizaje, Pág. 30. Versión 1.0, Lima, Impreso por Quad/Graphics Peru S.A. Recuperado de: www.minedu.gob.pe/rutas-del-aprendizaje/documentos/.../Matematica-VI.pdf

Martínez, et al. (1998). Teorías Pedagógicas para el Aprendizaje de la Geometría. Recuperado de: <https://sites.google.com/site/aprendamossobrelosangulos/assignments>

Ovejero (1999). Trabajo Colaborativo, competencia en la gestión educativa. Publicado por Cecy Vargas el martes, 19 de mayo de 2015, Recuperado de: [http://www.monografias.com/trabajos93/trabajo-cooperativo-mejorar-desarrollo-habilidades-cognitivas2.shtml#ixzz3advCRUnE](http://www.monografias.com/trabajos93/trabajo-cooperativo-mejorar-desarrollo-habilidades-cognitivas/trabajo-cooperativo-mejorar-desarrollo-habilidades-cognitivas2.shtml#ixzz3advCRUnE)

Oblitas, M. (2020). Aplicación del modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría en estudiantes de secundaria en Cajamarca. Universidad Nacional de Cajamarca.

Plasencia, N (2019). Estrategias metodológicas sustentadas en la teoría de Van Hiele para mejorar el nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes del 4° “B” de la Institución Educativa Julio Ramón Ribeyro, La Paccha, distrito y provincia de Cajamarca.

Penalva, M. Carmen & Torregrosa, G (2014). Representación y Aprendizaje de las Matemáticas” págs. 3-5. Universidad de Alicante, España, Facultad de Educación. Recuperado de:

http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/aprendizaje/Representaci%C3%B3n%20y%20aprendizaje%20de%20las%20matem%C3%A1ticas*Penalva,%20C%3B%20Torregrosa,%20G.%20*Penalva,%20C_%20Torrregrosa,%20G.%20Representaci%C3%B3n%20y%20aprendizaje%20de%20.pdf.

PISA (2012) Estudiantes de Bajo Rendimiento porque se quedan atrás y como ayudarles a tener éxito. Cofinanciado Por La Unión Europea. Recuperado de: www.oecd.org/pisa/.../PISA-2012-Estudiantes-de-bajo-rendimiento.pdf

Polya, G (1942). Estrategias para la Solución de Problemas, publicado por Ana María el viernes, 11 de marzo de 2011. I.E.S. Rosa Chacel Dpto. de Matemáticas. Recuperado de: <http://competencias-gestion-educ-tc.blogspot.pe/2015/05/las-tecnicas-que-se-utilizan-en-el.html>

Puñal et al. (2010-2011). La escuela, un lugar para aprender a vivir. Trabajo cooperativo en el aula. Recuperado de: <https://luciajusto.files.wordpress.com/2011/01/trabajo-cooperativo2.doc>

Rutas de Aprendizaje (2015). Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes. págs. 94-97. Ministerio de educación, Lima. Versión 1.0, impreso por Quad/Graphics Perú S.A. Recuperado de: <http://www.minedu.gob.pe/rutas-del-aprendizaje/secundaria.php>

Tobón, S. (2010). Formación basada en competencias: Pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica. ECOE Ediciones.

Van Hiele, P. M. (1986). Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education. Academic Press.

Velásquez, A (1999). Metodología de la Investigación Científica. Pág. 121. Lima.
Editorial San Marcos E.L.R.L. Recuperado de:
<https://es.scribd.com/document/240500215/Metodologia-de-La-Investigacion>

Vygotsky, L. S. (1978). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.
Crítica.
https://repositorio.untrm.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14077/2373/Kajekui%20Mashigka_sh%20Beto.pdf?sequence=2&isAllowed=y
<https://revistas.unheval.edu.pe/index.php/riv/article/view/587/603>

Lista de cotejo

Docente: HOSBERLIN FLORES MONDRAGON

Grado: 2º

sección: UNICA fecha _____ / _____ / _____

Nº	ESTUDIANTES	INDICADORES			
		Observa y reconoce figuras geométricas de su entorno relacionadas con los poliedros.	Pregunta por los nombres de los poliedros que reconoce en su entorno.	Si	No
01					
02					
03					
04					
05					
06					
07					
08					
09					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					

FICHA DE OBSERVACIÓN

Docente: _____

Grado: _____ sección: _____

N	ESTUDIANTE	INDICADORES							
		Se expresa con lenguaje matemático.			Comprende ideas matemáticas.		Elabora diversas representaciones y las conecta		
	INICIO	PROCESO	SATISFACTORIO	INICIO	PROCESO	SATISFACTORIO	INICIO	PROCESO	SATISFACTORIO
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									

AUTOEVALUACIÓN POLIEDROS

NOMBRE: _____

1. ¿Cuál de los siguientes cuerpos no es poliedro?
A. Prisma. B. Cono. C. Cubo. D. Pirámide.
2. ¿Cuál es el número mínimo de polígonos para formar un poliedro?
A. 6 B. 2 C. 3 D. 4
3. El orden de un vértice es:
A. El número de caras del poliedro.
B. Todos los poliedros tienen orden 3.
C. El número de caras más el número de aristas que concurren en él.
D. Número de caras o aristas que concurren en un vértice.
4. ¿Cuál de los siguientes polígonos no forma poliedro regular?
A. Pentágono regular
B. Hexágono regular.
C. Cuadrado.
D. Triángulo equilátero.
5. El número mínimo de polígonos que concurre en un vértice de un poliedro es:
A. 3 B. 6 C. 4 D. 2
6. Un poliedro tiene 8 caras y 6 vértices. ¿Cuántas aristas tiene?
A. 12 B. 14 C. 16 D. Depende de que poliedro sea.
7. Una pirámide tiene 9 vértices. ¿Qué polígono forma su base?
A. Hexágono.
B. Eneágono.
C. Cuadrado.
D. Octógono.
8. Una pirámide tiene 12 aristas. ¿Qué polígono forma su base?
A. Dodecágono.
B. Pentágono.
C. Hexágono.
D. Triángulo.
9. A los poliedros regulares se los conoce también como sólidos Platónicos. (Ya eran conocidos por Platón). ¿Cuántos hay?
A. 4 B. 12 C. Infinitos. D. 5
10. La suma de los ángulos de los polígonos que concurren en un vértice de un poliedro es:
A. Puede ser cualquier valor.
B. Menos de 360°
C. 360°
D. Más de 360°
11. La imagen corresponde a
A) un prisma
B) un triángulo
C) una pirámide
D) un cuadrado



12. La imagen corresponde a

- A) una pirámide
- B) un rombo
- C) un prisma
- D) un rectángulo



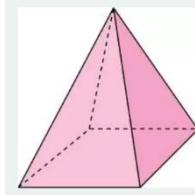
13. El número de caras que tiene este prisma es

- A) 6 caras
- B) 4 caras
- C) 5 caras
- D) 3 caras



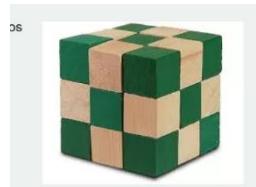
14. El número de caras que tiene esta pirámide es

- A) 3 caras
- B) 4 caras
- C) 6 caras
- D) 5 caras



15. El cubo de la imagen está compuesto por varios cubos más pequeños.
¿Cuántos cubos hay?

- A) 20 cubos
- B) 27 cubos
- C) 19 cubos
- D) 8 cubos



AUTOEVALUACIÓN N° 02

NOMBRE: _____

Antes de iniciar la evaluación final, comprueba los conocimientos adquiridos durante el recorrido didáctico que has realizado hasta llegar aquí.

1. Completa los huecos del siguiente párrafo.

Banco de palabras: cuerpos, cilindro, esfera, superficie, cono.

Los _____ redondos son cuerpos geométricos que tienen alguna curva.

Los cuerpos redondos son: El _____, el _____ y la _____.

2. Completa los huecos del siguiente párrafo.

Banco de palabras: base, caras, pirámides, triangular, polígono.

Las _____ son poliedros cuya _____ es un _____ cualquiera y cuyas _____ laterales son triángulos que tienen un vértice común.

Las pirámides se clasifican según sea el _____ de su _____ en: _____, cuadrangular, hexagonal, etc.

3. Completa los huecos del siguiente párrafo.

Banco de palabras: prismas, polígonos, triangular, paralelogramos.

Los _____ son poliedros cuyas caras laterales son tres o más _____ y cuyas bases son dos _____ iguales y paralelos.

Los _____ se clasifican según sea el polígono de su base en: _____, cuadrangular, pentagonal.

4. Completa los huecos del siguiente párrafo.

Banco de palabras: poliedros, caras, pirámides, elementos, prismas,

vértices. Los _____ son cuerpos geométricos cuyas _____ son polígonos.

Los _____ de un poliedro son las _____, las aristas y los _____ son los _____ y las pirámides.

ACTIVIDAD N° 01

5. Determina si las siguientes afirmaciones, con respecto a los cuerpos, son verdaderas o falsas:

1. Un cono tiene dos bases. ()
2. Todos los cuerpos son poliedros. ()
3. Los cuerpos redondos son poliedros. ()
4. Un cilindro tiene dos bases, que son dos círculos. ()
5. Todos los poliedros son cuerpos. ()

ACTIVIDAD N° 02

6. Cada uno de estos chicos tiene un cuerpo geométrico y dio pistas para que descubran de cuál se trata.

Guillermo: el mío tiene todas las caras cuadradas.

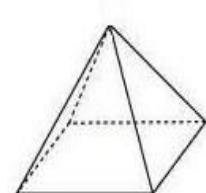
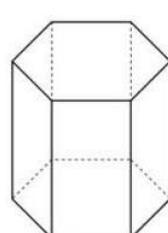
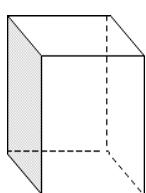
Pablo: en un vértice de mi cuerpo concurren 4 caras.

Omar: el que elegí tiene todas sus caras rectangulares y no son todas iguales.

Raúl: una de las bases del mío tiene 6 lados.

Alejandro: el mío tiene todas las caras triangulares.

Escribir el nombre del chico correspondiente a cada cuerpo:



Nombre:

Nombre:

Nombre:

Nombre:

Nombre:

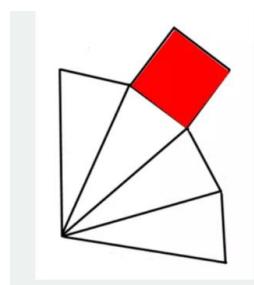
7. La imagen corresponde a un prisma

- A) de base rectangular
- B) de base cuadrada
- C) de base pentagonal
- D) de base triangular



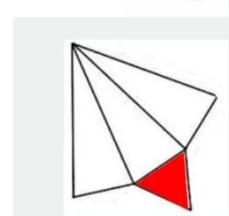
8. Con este desarrollo o molde se construye una

- A) pirámide de base triangular
- B) pirámide de base rectangular
- C) pirámide de base cuadrada
- D) pirámide de base circular



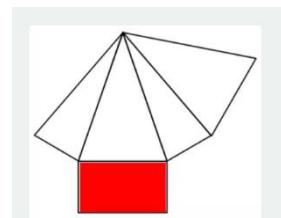
9. Con este desarrollo o molde se construye una

- A) pirámide de base circular
- B) pirámide de base rectangular
- C) pirámide de base triangular
- D) pirámide de base cuadrada



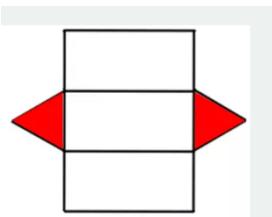
10. Con este desarrollo o molde se construye una

- A) pirámide de base triangular
- B) pirámide de base circular
- C) pirámide de base rectangular
- D) pirámide de base cuadrada



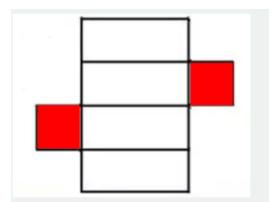
11. Con este desarrollo o molde se construye un

- A) cilindro
- B) prisma de base pentagonal
- C) prisma de base cuadrada
- D) prisma de base triangular



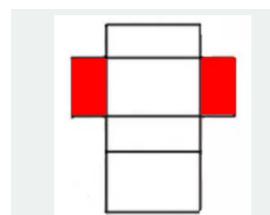
12. Con este desarrollo o molde se construye un

- A) prisma de base triangular
- B) cono
- C) prisma de base cuadrada
- D) prisma de base cuadrada



13. Con este desarrollo o molde se construye un

- A) prisma de base rectangular
- B) prisma de base triangular
- C) cubo
- D) prisma de base cuadrada



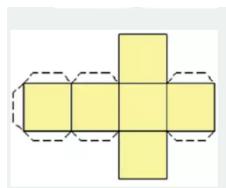
14. El cubo de la imagen está compuesto por varios cubos más pequeños.
¿Cuántos cubos hay?

- A) 8 cubos
- B) 2 cubos
- C) 6 cubos
- D) 7 cubos



15. Con este molde se construye:

- A) una pirámide
- B) un cono
- C) un cubo
- D) un cilindro



APÉNDICES Y ANEXOS

Matriz de consistencia.

Utilización del Modelo de Van Hiele para mejorar la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de Segundo Grado de la Institución Educativa José Gabriel Condorcanqui Noguera - Yauyucán, 2024.

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	TÉCNICAS/ INSTRUMENTOS	METODOL O-GÍA
Principal ¿Cómo influye la aplicación del modelo de VAN HIELE en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024?	General Determinar la influencia del modelo de VAN HIELE en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024.	General El modelo de VAN HIELE mejora significativamente el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera” - Yauyucán durante el año 2024.	(VI): Modelo de Van Hiele	Nivel de visualización	Observa y reconoce figuras geométricas de su entorno relacionadas con los poliedros. Pregunta por los nombres de los poliedros que reconoce en su entorno.	Técnicas: Observación Instrumentos: Ficha de Observación	Método Analítico y Sintéticos Tipo Aplicada Explicativa Diseño Pre experiment al GE: O1----X ----O2 Población: 22 estudiantes
	Específicos	H1. El nivel de desarrollo de los estudiantes del segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024.		Nivel de análisis	Compara figuras geométricas planas y sólidos geométricos. Relaciona cada poliedro con sus respectivas fórmulas de área y volumen. Clasifica figuras y sólidos geométricos dándoles su respectivo nombre. Identifica los poliedros regulares e irregulares.		
	O1. Establecer el nivel de desarrollo de los estudiantes del segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024, en la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros, antes de la aplicación del modelo Van	Derivadas		Secuencia de aprendizaje.	Explica la utilidad de conocer los poliedros regulares e irregulares. Reconoce los poliedros regulares e irregulares y cuerpos redondos. Hace uso de las fórmulas de área y volumen de poliedros en la resolución de problemas.		

<p>de la aplicación del modelo Van Hiele?</p> <p>P2. ¿Cuál es el impacto de la aplicación del modelo de VAN HIELE en el desarrollo de la capacidad comunicativa y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024?</p> <p>P3. ¿En qué nivel de desarrollo se encuentran los estudiantes del segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024, en la capacidad comunicativa y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros, después de la aplicación del modelo Van Hiele?</p>	<p>matemáticas en el tema de poliedros, antes de la aplicación del modelo Van Hiele.</p> <p>O2. Evaluar el impacto de la aplicación del modelo de VAN HIELE en el desarrollo de la capacidad comunicativa y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros en los estudiantes de segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024.</p> <p>O3. Establecer el nivel de desarrollo se encuentran los estudiantes del segundo grado de la institución educativa “José Gabriel Condorcanqui Noguera”- Yauyucán durante el año 2024, en la capacidad comunicativa y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros, después de la aplicación del modelo Van Hiele</p>	<p>Hiele se encuentra en inicio.</p> <p>H2. El nivel de desarrollo de los estudiantes del segundo grado de la Institución Educativa José Gabriel Condorcanqui Noguera Yauyucán durante el año 2024, en la capacidad comunicativa y representa ideas matemáticas en el tema de poliedros, después de la aplicación del modelo Van Hiele se encuentra en logro esperado.</p>	<p>(VD): Capacidad comunicativa y representa ideas matemáticas.</p>	<p>Comunicación matemática.</p>	<p>Descripción verbal o escrita de las características y propiedades de un poliedro. Uso correcto de la terminología geométrica (ej. nombrar caras, aristas, vértices, poliedros regulares/irregulares). Explica con sus propias palabras la diferencia fundamental entre un prisma y una pirámide en cuanto a sus bases y caras laterales.</p>	<p>Técnicas: Evaluación Pedagógica Instrumentos: Prueba de escrita (pretest y postest)</p>	
---	--	--	--	--	---	---	--

1. Datos del autor:

Nombres y Apellidos: Hosberlin Flores Mondragón

DNI/Otros Nº: 46803847

Correo electrónico: f.hosberlin@gmail.com

Teléfono: 971443287

2. Grado académico o título profesional

Bachiller Título profesional Segunda especialidad

Maestro Doctor

3. Tipo de trabajo de investigación

Tesis Trabajo de investigación Trabajo de suficiencia profesional

Trabajo académico

Título: Utilización del modelo de Van Hiele para mejorar la Capacidad Comúnica y representa ideas matemáticas en el tema de políedros en los estudiantes de segundo grado de la Institución Educativa José Gabriel Condorcanqui Noguera - Yavuycan, 2024

Asesor: Dr. Carlos Enrique Moreno Huamán

Jurados: Dr. Luis Enrique Zelaya De los Santos

Mg. Evar Rojas Huamán

M. C. José Rosario Calderón Bacón

Fecha de publicación: 05 / 01 / 2026

Escuela profesional/Unidad:

Escuela Profesional de Perfeccionamiento Docente

4. Licencias

Bajo los siguientes términos autorizo el depósito de mi trabajo de investigación en el Repository Digital Institucional de la Universidad Nacional de Cajamarca.

Con la autorización de depósito de mi trabajo de investigación, otorgo a la Universidad Nacional de Cajamarca una licencia no exclusiva para reproducir, distribuir, comunicar al público, transformar (únicamente mediante su traducción a otros idiomas) y poner a disposición del público mi trabajo de investigación, en formato físico o digital, en cualquier medio, conocido por conocerse, a través de los diversos servicios provistos por la Universidad, creados o por crearse, tales como el Repository Digital de la UNC, Colección de Tesis, entre otros, en el Perú y en el extranjero, por el tiempo y veces que considere necesarias, y libre de remuneraciones.

En virtud de dicha licencia, la Universidad Nacional de Cajamarca podrá reproducir mi trabajo de investigación en cualquier tipo de soporte y en más de un ejemplar, sin modificar su contenido, solo con propósitos de seguridad, respaldo y preservación.

Repository Digital Institucional
CONSTANCIA DE AUTORIZACIÓN

Declaro que el trabajo de investigación es una creación de mi autoría y exclusiva titularidad, o coautoría con titularidad compartida, y me encuentro facultado a conceder la presente licencia y, asimismo, garantizo que dicho trabajo de investigación no infringe derechos de autor de terceras personas. La Universidad Nacional de Cajamarca consignará el nombre del(os) autor(es) del trabajo de investigación, y no le hará ninguna modificación más que la permitida en la presente licencia.

Autorizo el depósito (marque con una X)

Sí, autorizo que se deposite inmediatamente.

Sí, autorizo que se deposite a partir de la fecha
____ / ____ / ____

No autorizo



Firma

05 / 01 / 2026
Fecha